

BẢN CHÍNH

**BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO CUỘC THI GIẢI TOÁN TRÊN MÁY TÍNH CẦM TAY
NĂM 2013**

ĐỀ THI CHÍNH THỨC

Môn: Toán Lớp: 9 Cấp THCS

Thời gian thi: 120 phút (*không kể thời gian giao đề*)

Ngày thi : 23/3/2013

| ĐIỂM CỦA TOÀN BÀI THI | | Các giám khảo (Họ, tên và chữ ký) | SỐ PHÁCH (Do Chủ tịch Hội đồng thi khu vực ghi) |
|-----------------------|----------|--------------------------------------|--|
| Bảng số | Bảng chữ | | |

Chú ý: - Đề thi gồm 5 trang, 6 bài, mỗi bài 5 điểm. Thí sinh làm bài trực tiếp vào bản đề thi này;

- Nếu đề bài không có yêu cầu riêng thì kết quả làm tròn đến 4 chữ số thập phân.

Bài 1. (5 điểm) Lập quy trình bấm máy và tính giá trị của mỗi biểu thức sau (Ghi đầy đủ các chữ số hiện trên máy tính):

$$1) P = \sqrt[2013]{2012} + \sqrt[2012]{2011} + \sqrt[2011]{2010} + \sqrt[2010]{2009} + \dots + \sqrt[1993]{1992} + \sqrt[1992]{1991} + \sqrt[1991]{1990} ;$$

$$2) Q = \sqrt[2013]{2012} \sqrt[2012]{2011} \sqrt[2011]{2010} \sqrt[2010]{2009} \dots \sqrt[1993]{1992} \sqrt[1992]{1991} \sqrt[1991]{1990} .$$

Trình bày tóm tắt cách giải vào phần dưới đây

Bài 2. (5 điểm) Một anh sinh viên được gia đình gửi vào sổ tiết kiệm ngân hàng là 80000000 đồng với lãi suất 0,9 % tháng.

1) Hỏi sau đúng 5 năm số tiền trong sổ sẽ là bao nhiêu, biết rằng trong suốt thời gian đó anh sinh viên không rút một đồng nào cả vốn lẫn lãi?

2) Nếu mỗi tháng anh sinh viên đó đều rút ra một số tiền như nhau vào ngày ngân hàng trả lãi thì hằng tháng anh ta rút ra bao nhiêu tiền (làm tròn đến 1000 đồng) để sau đúng 5 năm sẽ vừa hết số tiền cả vốn lẫn lãi.

Trình bày tóm tắt cách giải vào phần dưới đây

Bài 3. (5 điểm) Cho $\widehat{xOy} = 50^\circ$. Giữa hai tia Ox, Oy lấy tia Oz sao cho $\widehat{xOz} = 22^\circ$. Trên Oz lấy điểm M sao cho OM = 67cm. Một đường thẳng thay đổi luôn đi qua qua điểm M và cắt 2 tia Ox, Oy tương ứng tại A, B. Tính giá trị nhỏ nhất của diện tích tam giác ABO.

Trình bày tóm tắt cách giải vào phần dưới đây

Bài 4. (5 điểm)

1) Cho biểu thức:

$$M = \frac{5x^5 + 4x^4 + 3x^3 + 2}{4x^4 + 3x^3 + 2x^2 + x} + \frac{4y^4 + 3y^3 + 2y^2 + y}{5y^5 + 4y^4 + 3y^3 + 2} + \frac{5z^5 + 4z^4 + 3z^3 + 2}{4z^4 + 3z^3 + 2z^2 + z}$$

Tính M khi $x = \sqrt{2}$; $y = 26$; $z = 2013$.

2) Tìm tất cả các số tự nhiên n trong khoảng (1000; 10000000) sao cho số : $B = \sqrt[4]{22122010 + 6n}$ là một số tự nhiên.

Trình bày tóm tắt cách giải vào phần dưới đây

Bài 5. (5 điểm) Trên mặt phẳng cho trước đoạn thẳng AB. Từ điểm A vẽ đoạn thẳng AC vuông góc với AB và $AC = 5,3\text{ (cm)}$. Từ điểm B vẽ đoạn thẳng BE vuông góc với AB (hai điểm E, C không nằm cùng phía đường thẳng AB) và $BE = 7,2\text{ (cm)}$. Trên tia đối của tia BE lấy điểm D sao cho góc DCA bằng 65° . Gọi F là trung điểm của đoạn thẳng AE. Gọi d là đường thẳng đi qua điểm F và vuông góc với đường thẳng AE. Đường tròn tâm F bán kính FE cắt đường thẳng d tại điểm G (hai điểm B, G nằm khác phía đường thẳng AE). Biết $AE = 12,4\text{ (cm)}$ hãy tính:

- 1) Độ dài đoạn thẳng BD;
- 2) Diện tích S của đa giác EGACD.

Trình bày tóm tắt cách giải vào phần dưới đây

Bài 6. (5 điểm) Công ty Hoa Hồng thông báo quy định về trả tiền cho một trò chơi trên máy tính như sau:

- A. Bạn phải trả 21000 đồng với bất kì lượng thời gian nào mà bạn chơi trò chơi.
- B. Bạn phải trả 5000 đồng khi đồng ý chơi trò chơi và bạn phải trả thêm 1500 đồng cho mỗi phút chơi trò chơi.

C. Bạn phải trả *3000 đồng* cho mỗi phút chơi trò chơi.

D. Bạn phải trả *15000 đồng* khi đồng ý chơi trò chơi và bạn phải trả thêm *250 đồng* cho mỗi phút chơi trò chơi.

Hãy cho biết bạn sẽ chơi trò chơi trên máy tính của công ty đó theo hình thức nào (Hãy ghi chữ A hay B hay C hay D vào cột *hình thức chọn* tương ứng với khoảng thời gian chơi của bạn) để phải trả ít tiền nhất nếu:

| Thời gian chơi | Hình thức chọn |
|---|----------------|
| 1) Bạn chơi với thời gian không quá 3 phút | |
| 2) Bạn chơi với thời gian từ 3 phút 30 giây đến 5 phút | |
| 3) Bạn chơi với thời gian từ 6 phút đến 8 phút | |
| 4) Bạn chơi với thời gian từ 8 phút 30 giây đến 23 phút | |
| 5) Bạn chơi với thời gian từ 24 phút đến 60 phút | |

Trình bày tóm tắt cách giải vào phần dưới đây

HẾT.

HƯỚNG DẪN GIẢI HOẶC ĐÁP SỐ

Bài 1. (5 điểm) Lập quy trình bấm máy và tính giá trị của mỗi biểu thức sau:

$$1) P = \sqrt[2013]{2012 + \sqrt[2012]{2011 + \sqrt[2011]{2010 + \sqrt[2010]{2009 + \dots + \sqrt[1993]{1992 + \sqrt[1992]{1991 + \sqrt[1991]{1990}}}}}}};$$

$$2) Q = \sqrt[2013]{2012} \sqrt[2012]{2011} \sqrt[2011]{2010} \sqrt[2010]{2009} \dots \sqrt[1993]{1992} \sqrt[1992]{1991} \sqrt[1991]{1990}.$$

Giải

Câu 1. Sử dụng máy tính VINACAL 570MS ta dùng lệnh:

1989 SHIFT STO A
0 SHIFT STO B
ALPHA A + 1 SHIFT STO A
(ALPHA A + 1) SHIFT ^ (ALPHA A + ALPHA B) SHIFT STO B
△ SHIFT COPY
= = = = ...

Tiếp tục ấn dấu = khi nào trên màn hình hiện dòng lệnh: A+1 → A và đồng thời trên dòng kết quả hiện lên 2012 thì ấn tiếp một dấu = nữa ta có kết quả của biểu thức cần tính.

Kết quả: $P = 1,003786277$

Câu 2. Sử dụng máy tính VINACAL 570MS ta dùng lệnh:

1989 SHIFT STO A
1 SHIFT STO B
ALPHA A + 1 SHIFT STO A
(ALPHA A + 1) SHIFT ^ (ALPHA A x ALPHA B) SHIFT STO B
△ SHIFT COPY
= = = = ...

Tiếp tục ấn dấu = khi nào thấy trên màn hình hiện dòng lệnh: A+1 → A và đồng thời trên dòng kết quả hiện lên 2012 thì ấn tiếp một dấu = nữa ta có kết quả của biểu thức cần tính.

Kết quả: $Q = 1,003787915$

Bài 2. (5 điểm) Một anh sinh viên được gia đình gửi vào sổ tiết kiệm ngân hàng là 80000000 đồng với lãi suất 0,9 % tháng.

- 1) Hỏi sau đúng 5 năm số tiền trong sổ sẽ là bao nhiêu, biết rằng trong suốt thời gian đó anh sinh viên không rút một đồng nào cả vốn lẫn lãi?
- 2) Nếu mỗi tháng anh sinh viên đó đều rút ra một số tiền như nhau vào ngày ngân hàng trả lãi thì hằng tháng anh ta rút ra bao nhiêu tiền (làm tròn đến 1000 đồng) để sau đúng 5 năm sẽ vừa hết số tiền cả vốn lẫn lãi.

Giải

Câu 1. Nếu gọi : A là số tiền gốc gửi vào sổ tiết kiệm
 r (tính %) lãi suất
 thì sau 5 năm = 60 tháng, số tiền trong sổ là:

$$A(1+r)^{60} = 80000000(1+\frac{0,9}{100})^{60} = 136949345,6 \text{ (đồng)}$$

Kết quả: 136 949 345,6 (đồng)

Câu 2. Nếu gọi : A là tiền gốc gửi vào sổ tiết kiệm
 b là số tiền hằng tháng mà anh ta rút ra,
 r (tính %) lãi suất thì:

+ Sau tháng thứ 1 số tiền trong sổ còn lại là: $A(1+r) - b$

+ Sau tháng thứ 2 số tiền trong sổ còn lại:

$$[A(1+r) - b].(1+r) - b = A(1+r)^2 - b[(1+r)+1]$$

$$\begin{aligned} + \text{ Sau tháng thứ 3 số tiền trong sổ còn lại: } & \{A(1+r)^2 - b[(1+r)+1]\}.(1+r) - b \\ & = A(1+r)^3 - b[(1+r)^2 + (1+r)+1] \end{aligned}$$

+ Sau tháng thứ 4 số tiền trong sổ còn lại:

$$\begin{aligned} & \{A(1+r)^3 - b[(1+r)^2 + (1+r)+1]\}(1+r) - b \\ & = A(1+r)^4 - b[(1+r)^3 + (1+r)^2 + (1+r)+1] \end{aligned}$$

....

+ Sau tháng thứ n số tiền trong sổ còn lại:

$$A(1+r)^n - b[(1+r)^{n-1} + (1+r)^{n-2} + \dots + (1+r)+1]$$

$$= A(1+r)^n - b \cdot \frac{[(1+r)-1][(1+r)^{n-1} + (1+r)^{n-2} + \dots + (1+r)+1]}{(1+r)-1}$$

$$= A(1+r)^n - \frac{b[(1+r)^n - 1]}{r}$$

Nếu sau tháng thứ n số tiền trong sổ anh ta vừa hết thì:

$$A(1+r)^n - \frac{b[(1+r)^n - 1]}{r} = 0 \Rightarrow b = \frac{A(1+r)^n \cdot r}{(1+r)^n - 1}$$

Áp dụng công thức này ta tính được:

$$b = \frac{80000000(1+0,9\%)^{60} \cdot 0,9\%}{(1+0,9\%)^{60} - 1} = 1731425,144 \approx 1731000 \text{ (đồng)}$$

Kết quả: 1 731 000 (đồng)

Bài 3. (5 điểm) Cho $\widehat{xOy} = 50^\circ$. Giữa hai tia Ox, Oy lấy tia Oz sao cho $\widehat{xOz} = 22^\circ$. Trên Oz lấy điểm M sao cho $OM = 67\text{cm}$. Một đường thẳng thay đổi luôn đi qua qua điểm M và cắt 2 tia Ox, Oy tương ứng tại A, B. Tính giá trị nhỏ nhất của diện tích tam giác ABO.

Giải

Trước hết ta chứng minh: S_{AOB} nhỏ nhất khi $MA = MB$.

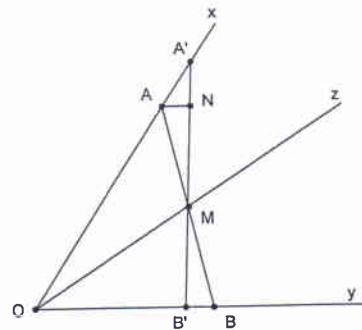
Thật vậy, khi $MA = MB$.

Xét đường thẳng $A'MB'$ khác AMB .

Kẻ $AN \parallel Oy$, $N \in AB'$

$\Rightarrow ANBB'$ là hình bình hành.

$\Rightarrow S_{OAB} = S_{OANB'} < S_{OA'B'}$.



Khi M là trung điểm của AB . Dựng hình bình hành $OACB \Rightarrow OC = 134$ cm.

Hạ $AH \perp OC$.

Đặt $AH = x$ cm

Ta có: $\widehat{ACH} = \widehat{BOC} = 28^\circ$.

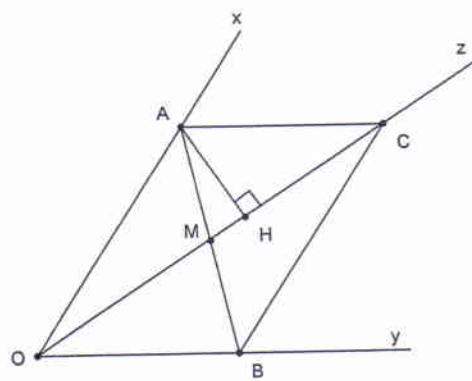
Từ $OH + HC = OC = 134$ cm

$$\Rightarrow \frac{x}{\tan 22^\circ} + \frac{x}{\tan 28^\circ} = 134$$

$$\Rightarrow x = \frac{126}{\left(\frac{1}{\tan 22^\circ} + \frac{1}{\tan 28^\circ} \right)}$$

$$\Rightarrow S_{OAB} = \frac{1}{2} S_{OACB} = S_{OAC} = \frac{1}{2} \cdot 134 \cdot x$$

$$= \frac{1}{2} \frac{134^2}{\left(\frac{1}{\tan 22^\circ} + \frac{1}{\tan 28^\circ} \right)} = 2061,15353 \text{ cm}^2$$



Kết quả: $2061,1535 \text{ cm}^2$

Bài 4. (5 điểm)

1) Cho biểu thức:

$$M = \frac{5x^5 + 4x^4 + 3x^3 + 2}{4x^4 + 3x^3 + 2x^2 + x} + \frac{4y^4 + 3y^3 + 2y^2 + y}{5y^5 + 4y^4 + 3y^3 + 2} + \frac{5z^5 + 4z^4 + 3z^3 + 2}{4z^4 + 3z^3 + 2z^2 + z}$$

Tính M khi $x = \sqrt{2}$; $y = 26$; $z = 2013$.

Giải

* Nhập hàm: $5x^5 + 4x^4 + 3x^3 + 2$

Sử dụng lệnh CALC với biến là: $x = \sqrt{2}$; $y = 26$; $z = 2013$ và lần lượt đưa các giá trị tìm được vào ô nhớ A, D, E.

* Nhập hàm: $4x^4 + 3x^3 + 2x^2 + x$

Sử dụng lệnh CALC với biến là: $x = \sqrt{2}$; $y = 26$; $z = 2013$ và lần lượt đưa các giá trị tìm được vào ô nhớ B, C, F.

$$* \text{ Nhập vào máy } \frac{A}{B} + \frac{C}{D} + \frac{E}{F} \approx 2518,175035$$

Kết quả: 2518,1750.

2) Tìm tất cả các số tự nhiên n trong khoảng (1000; 10000000) sao cho số : $B = \sqrt[4]{22122010 + 6n}$ là một số tự nhiên.

Giải

Ta có : $22122010 + 6n = B^4$ và $1000 \leq n \leq 100000$ nên :

$$22122010 + 6000 \leq 22122010 + 6n = B^4 \leq 60000000 + 22122010 \Leftrightarrow 69 \leq B \leq 95$$

$$\text{Mà } B = \sqrt[4]{22122010 + 6n} \Leftrightarrow n = \frac{B^4 - 22122010}{6} \text{ nên } B \text{ chẵn} \Rightarrow B \text{ từ } 68 \text{ và bước nhảy là } 2, \text{ do vậy:}$$

Cách 1: Trên máy tính VINACAL fx-570MS ta dùng lệnh:

68 SHIFT STO B
ALPHA B + 2 SHIFT STO B
((ALPHA B ^ 4) - 22122010 ÷ 6) SHIFT STO C
Δ SHIFT COPY
= = = = ...

Tiếp tục ấn dấu = khi nào trên màn hình hiện dòng lệnh: B+2→B và đồng thời trên dòng kết quả hiện lên 94 thì ấn tiếp một dấu = nữa ta có kết quả cuối cùng biểu thức cần tính:

| | | | | | | | | | |
|---|--------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| B | 70 | 74 | 76 | 80 | 82 | 86 | 88 | 92 | 94 |
| n | 314665 | 1310761 | 1873361 | 3139665 | 3848361 | 5429801 | 6307921 | 8252881 | 9325481 |

Cách 2:

$$\text{Ghi vào màn hình: } (B^4 - 22122010) \div 6$$

Sử dụng lệnh CALC với biến là: $B = 70; 72; 74; \dots; 92; 94$ ta có:

| | | | | | | | | | |
|---|--------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| B | 70 | 74 | 76 | 80 | 82 | 86 | 88 | 92 | 94 |
| n | 314665 | 1310761 | 1873361 | 3139665 | 3848361 | 5429801 | 6307921 | 8252881 | 9325481 |

Kết quả: Có 9 số tự nhiên thỏa mãn bài toán là 314665; 1310761; 1873361; 3139665; 3848361; 5429801; 6307921; 8252881; 9325481.

Bài 5. (5 điểm) Trên mặt phẳng cho trước đoạn thẳng AB. Từ điểm A vẽ đoạn thẳng AC vuông góc với AB và $AC = 5,3 \text{ (cm)}$. Từ điểm B vẽ đoạn thẳng BE vuông góc với AB (hai điểm E, C không nằm cùng phía đường thẳng AB) và $BE = 7,2 \text{ (cm)}$. Trên tia đối của tia BE lấy điểm D sao cho góc DCA bằng 65° . Gọi F là trung điểm của đoạn thẳng AE. Gọi d là đường thẳng đi qua điểm F và vuông góc với đường thẳng AE. Đường tròn tâm F bán kính FE cắt đường thẳng d tại điểm G (hai điểm B, G nằm khác phía đường thẳng AE). Biết $AE = 12,4 \text{ (cm)}$ hãy tính:

- 1) Độ dài đoạn thẳng BD ;
- 2) Diện tích S của đa giác EGACD.

Giải

Câu 1. Gọi α là góc DCA. Trong tam giác vuông ABE tính được $AB = \sqrt{12,4^2 - 7,2^2}$.

Gọi H là hình chiếu vuông góc của điểm D trên AC thì BDHA là hình chữ nhật, khi đó $DH = BA$. Trong tam giác vuông DHC tính được $HC = DH \cdot \cot \alpha$.

Từ đó $BD = AH = AC - HC$.

Sử dụng MTCT tính được :

$$BD = 5,3 - \sqrt{12,4^2 - 7,2^2} \cdot \cot 65^\circ \\ \approx 0,592370719(cm)$$

Kết quả: 0,5924 cm

Câu 2. Hình thang ACDE có diện tích

$$S_1 = \frac{1}{2} (AC + ED) \cdot BA = \frac{1}{2} (AC + EB + BD) \cdot BA$$

Theo giả thiết AEG là tam giác vuông cân, suy ra $GA = \frac{AE\sqrt{2}}{2}$ nên diện tích của

nó là $S_2 = \frac{1}{2}GA^2 = \frac{AE^2}{4}$. Do $S = S_1 + S_2$, sử dụng MTCT tính được :

$$S = \frac{1}{2}(5,3 + 7,2 + 5,3 - \sqrt{12,4^2 - 7,2^2} \cdot \cot 65^\circ) \cdot \sqrt{12,4^2 - 7,2^2} + \frac{12,4^2}{4} \approx 104,5272995(cm^2).$$

Kết quả: $104,5273 \text{ cm}^2$

Bài 6. (5 điểm) Công ty Hoa Hồng thông báo quy định về trả tiền cho một trò chơi trên máy tính như sau:

A. Bạn phải trả 21000 đồng với bất kì lượng thời gian nào mà bạn chơi trò chơi.

Điều này là một rủi ro cho cả hai bên phải trả thêm 1/

B. Bạn phải trả 5000 đồng khi đồng ý chơi trò chơi và bạn phải trả thêm 1500 đồng cho mỗi phút chơi trò chơi.

C. Bạn phải trả *3000 đồng* cho mỗi phút chơi trò chơi.

D. Bạn phải trả 15000 đồng khi đồng ý chơi trò chơi và bạn phải trả thêm 250 đồng cho mỗi phút chơi trò chơi.

Hãy cho biết bạn sẽ chơi trò chơi trên máy tính của Công ty đó theo hình thức nào (Hãy ghi chữ A hay B hay C hay D vào cột *hình thức chọn* tương ứng với khoảng thời gian chơi của bạn) để phải trả ít tiền nhất nếu:

| Thời gian chơi | Hình thức chọn |
|--|----------------|
| 1) Bạn chơi với thời gian không quá 3 phút | |

| | |
|---|--|
| 2) Bạn chơi với thời gian từ 3 phút 30 giây đến 5 phút | |
| 3) Bạn chơi với thời gian từ 6 phút đến 8 phút | |
| 4) Bạn chơi với thời gian từ 8 phút 30 giây đến 23 phút | |
| 5) Bạn chơi với thời gian từ 24 phút đến 60 phút | |

Giải

- Gọi số tiền phải trả là y (tính theo 1.000 đồng) và thời gian chơi được là x (phút) thì với mỗi hình thức thuê máy nói trên bạn phải trả tiền tương ứng như sau:

- | | | | |
|-------------|-------------------|-------------|---------------------|
| A. $y = 21$ | B. $y = 5 + 1,5x$ | C. $y = 3x$ | D. $y = 15 + 0,25x$ |
|-------------|-------------------|-------------|---------------------|

- Vẽ đồ thị các hàm số bậc nhất trên cùng một hệ trục tọa độ
- Sử dụng MTCT để tìm tọa độ giao điểm của các cặp đường thẳng biểu diễn số tiền phải trả
- So sánh số tiền tương ứng với khoảng thời gian chơi được kết quả là :

| 1) | 2) | 3) | 4) | 5) |
|----|----|----|----|----|
| C | B | B | D | A |

ĐÁP ÁN VÀ THANG ĐIỂM

Bài 1. (5 điểm)

| Lời giải | Điểm |
|---|-------------|
| Câu 1. Viết đúng quy trình và tính được $P = 1,003786277$ | 2,5 |
| Câu 2. Viết đúng quy trình và tính được $Q = 1,003787915$ | 2,5 |

Bài 2. (5 điểm)

| Lời giải | Điểm |
|-----------------------------|-------------|
| Câu 1. 136 949 345,6 (đồng) | 2 |
| Câu 2. 1 731 000 (đồng) | 3 |

Bài 3. (5 điểm)

| Lời giải | Điểm |
|---|-------------|
| Trình bày tóm tắt cách giải và tìm được kết quả: $2061,1535 \text{ cm}^2$ | 5 |

Bài 4. (5 điểm)

| Lời giải | Điểm |
|---|-------------|
| Câu 1. Kết quả: 2518,1750. | 2,0 |
| Câu 2. Viết được quy trình bấm máy tính và tìm được 9 số: 314665; 1310761; 1873361; 3139665; 3848361; 5429801; 6307921; 8252881; 9325481. | 3,0 |

Bài 5. (5 điểm)

| Lời giải | Điểm |
|--|-------------|
| Câu 1. Kết quả: $BD = 0,5924 \text{ cm}$ | 2,5 |
| Câu 2. Kết quả: $104,5273 \text{ cm}^2$ | 2,5 |

Bài 6. (5 điểm)

| Lời giải | Điểm | | | | | | | | | | |
|---|-------------|----|----|----|----|---|---|---|---|---|---|
| Nêu tóm tắt được cách giải và tìm được đúng kết quả: <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>1)</td><td>2)</td><td>3)</td><td>4)</td><td>5)</td></tr> <tr> <td>C</td><td>B</td><td>B</td><td>D</td><td>A</td></tr> </table> | 1) | 2) | 3) | 4) | 5) | C | B | B | D | A | 5 |
| 1) | 2) | 3) | 4) | 5) | | | | | | | |
| C | B | B | D | A | | | | | | | |

Chú ý: Tổ chấm thi căn cứ vào hướng dẫn giải để chia điểm chi tiết. Các cách giải khác nếu đúng, giám khảo căn cứ vào khung thang điểm để cho điểm.