TUYỂN TẬP
ĐỀ THI VÀO LỚP 10 CÁC TRƯỜNG CHUYÊN, NĂNG KHIẾU
NĂM HỌC 2014 - 2015

STT	TÊN TRƯỜNG	TỈNH/TP	QUẬN/HUYỆN
1	Trường Trung học phổ thông Chuyên Đại học Sư phạm Hà Nội	Hà Nội	Cầu Giấy
2	Trường Trung học phổ thông chuyên KHTN, ĐHQG Hà Nội	Hà Nội	Thanh Xuân
3	Trường Trung học phổ thông chuyên ngoại ngữ, ĐHQG Hà Nội	Hà Nội	Cầu Giấy
4	Trường Trung học phổ thông chuyên Hà Nội - Amsterdam	Hà Nội	Cầu Giấy
5	Trường Trung học phổ thông Chu Văn An, Hà Nội	Hà Nội	Tây Hồ
6	Trường Trung học phổ thông Sơn Tây	Hà Nội	Sơn Tây
7	Trường Trung học phổ thông chuyên Nguyễn Huệ	Hà Nội	Hà Đông
8	Trường Phổ thông Năng khiếu, ĐHQG Thành phố Hồ Chí Minh	TP HCM	Quận 10
9	Trường Trung học thực hành, ĐHSP Thành phố Hồ Chí Minh	TP HCM	Quận 5
10	Trường Trung học phổ thông chuyên Lê Hồng Phong, TP. HCM	TP HCM	Quận 5
11	Trường Trung học phổ thông Nguyễn Thượng Hiền, TP. HCM	TP HCM	Tân Bình
12	Trường Trung học phổ thông Gia Định	TP HCM	Bình Thạnh
13	Trường Trung học phổ thông chuyên Trần Đại Nghĩa	TP HCM	Quận 1
14	Trường Trung học phổ thông chuyên Thoại Ngọc Hầu	An Giang	TP.Long Xuyên
15	Trường Trung học phổ thông chuyên Thủ Khoa Nghĩa	An Giang	TP.Châu Đốc
16	Trường Trung học phổ thông chuyên Trần Phú, Hải Phòng	Hải Phòng	Ngô Quyền
17	Trường Trung học phổ thông chuyên Lê Quý Đôn	Đà Nẵng	Sơn Trà
18	Trường Trung học phổ thông chuyên Lý Tự Trọng	Cần Thơ	Q.Bình Thủy
19	Trường Trung học phổ thông chuyên Nguyễn Tất Thành, Yên Bái	Yên Bái	Yên Bái
20	Trường Trung học phổ thông chuyên Thái Bình	Thái Bình	TP Thái Bình
21	Trường Trung học phổ thông chuyên Lương Văn Tụy, Ninh Bình	Ninh Bình	Ninh Bình
22	Trường Trung học phổ thông chuyên Vĩnh Phúc	Vĩnh Phúc	Vĩnh Yên
23	Trường Trung học phổ thông chuyên Bắc Giang	Bắc Giang	TP Bắc Giang
24	Trường Trung học phổ thông chuyên Bắc Kạn	Bắc Kạn	Bắc Kạn
25	Trường Trung học phổ thông chuyên Bắc Ninh	Bắc Ninh	Bắc Ninh
26	Trường Trung học phổ thông chuyên Cao Bằng	Cao Bằng	Cao Bằng
27	Trường Trung học phổ thông chuyên Nguyễn Trãi	Hải Dương	TP Hải Dương
28	Trường Trung học phổ thông chuyên Lào Cai	Lào Cai	TP Lào Cai
29	Trường Trung học phổ thông chuyên Hoàng Văn Thụ	Hòa Bình	TP Hòa Bình
30	Trường Trung học phổ thông chuyên Tuyên Quang	Tuyên Quang	TP Tuyên Quang
31	Trường Trung học phổ thông chuyên Nguyên Tất Thành	Yên Bái	TP Yên Bái
32	Trường Trung học phổ thông chuyên Hà Giang	Hà Giang	TP Hà Giang
33	Trường Trung học phổ thông chuyên Chu Văn An	Lạng Sơn	TP Lạng Sơn

34	Trường Trung học phổ thông chuyên Lê Quý Đôn	Điện Biên	Điện Biên Phủ
35	Trường Trung học phổ thông chuyên Lê Quý Đôn	Lai Châu	TX Lai Châu
36	Trường Trung học phổ thông chuyên Sơn La	Sơn La	TP Sơn La
37	Trường Trung học phổ thông chuyên Thái Nguyên	Thái Nguyên	P.Quang Trung
38	Trường Trung học phổ thông chuyên Hùng Vương, Phú Thọ	Phú Thọ	Việt Trì
39	Trường Trung học phổ thông chuyên Lê Hồng Phong, Nam Định	Nam Định	Nam Định
40	Trường Trung học phổ thông chuyên Biên Hòa	Hà Nam	Phủ Lý
41	Trường Trung học phổ thông chuyên Hạ Long	Quảng Ninh	TP Hạ Long
42	Trường Trung học phổ thông chuyên Hưng Yên	Hưng Yên	Hưng Yên
43	Trường Trung học phổ thông chuyên Lam Sơn, Thanh Hóa	Thanh Hóa	Thanh Hóa
44	Trường Trung học phổ thông chuyên Phan Bội Châu, Nghệ An	Nghệ An	Vinh
45	Trường Trung học phổ thông chuyên Đại học Vinh, Nghệ An	Nghệ An	Vinh
46	Trường Trung học phổ thông chuyên Hà Tĩnh	Hà Tĩnh	Hà Tĩnh
47	Trường Trung học phổ thông chuyên Quảng Bình	Quảng Bình	Đồng Hới
48	Trường Trung học phổ thông chuyên Lê Quý Đôn	Quảng Trị	Đông Hà
49	Quốc Học Huế	Huế	TP Huế
50	Trường ĐHKH Huế	Huế	Huế
51	Trường Trung học phổ thông chuyên Bắc Quảng Nam	Quảng Nam	Hội An
52	Trường Trung học phổ thông chuyên Nguyễn Bỉnh Khiêm	Quảng Nam	Tam Kỳ
53	Trường Trung học phổ thông chuyên Lê Khiết	Quảng Ngãi	TP Quảng Ngãi
54	Trường Trung học phổ thông chuyên Lê Quý Đôn	Bình Định	Quy Nhơn
55	Trường Trung học phổ thông chuyên Lương Văn Chánh	Phú Yên	Tuy Hòa
56	Trường Trung học phổ thông chuyên Lê Quý Đôn	Khánh Hòa	Nha Trang
57	Trường Trung học phổ thông chuyên Lê Quý Đôn	Ninh Thuận	Phan Rang - Tháp Chàm
58	Trường Trung học phổ thông chuyên Trần Hưng Đạo	Bình Thuận	Phan Thiết
59	Trường Trung học phổ thông chuyên Thăng Long	Lâm Đồng	TP. Đà Lạt
60	Trường Trung học phổ thông chuyên Nguyễn Du	Đắk Lắk	Buôn Ma Thuột
61	Trường Trung học phổ thông chuyên Hùng Vương	Gia Lai	Pleiku
62	Trường THPT chuyên Nguyễn Tất Thành, Kon Tum	Kon Tum	TP Kon Tum
63	Trường Trung học phổ thông chuyên Lương Thế Vinh	Đồng Nai	Biên Hòa
64	Trường Trung học phổ thông chuyên Lê Quý Đôn, Vũng Tàu	BR - VT	Vũng Tàu
65	Trường Trung học phổ thông chuyên Bến Tre	Bến Tre	Bến Tre
66	Trường Trung học Phổ thông Chuyên Quang Trung	Bình Phước	Đồng Xoài
67	Trường Trung học Phổ thông Chuyên Bình Long	Bình Phước	TX Bình Long
68	Trường Trung học phổ thông chuyên Tiền Giang	Tiền Giang	Mỹ Tho

69	Trường Trung học phổ thông chuyên Vị Thanh	Hậu Giang	Vị Thanh
70	Trường Trung học phổ thông chuyên Bạc Liêu	Bạc Liêu	TP Bạc Liêu
71	Trường Trung học phổ thông chuyên Phan Ngọc Hiển	Cà Mau	Cà Mau
72	Trường Trung học phổ thông chuyên Hùng Vương	Bình Dương	Thủ Dầu Một
73	Trường Trung học phổ thông chuyên Huỳnh Mẫn Đạt	Kiên Giang	Rạch Giá
74	Trường Trung học phổ thông chuyên Nguyễn Bỉnh Khiêm	Vĩnh Long	Vĩnh Long
75	Trường Trung học phổ thông chuyên Trà Vinh	Trà Vinh	TP Trà Vinh
76	Trường Trung học phổ thông chuyên Hoàng Lệ Kha	Tây Ninh	TX Tây Ninh
77	Trường Trung học phổ thông chuyên Nguyễn Thị Minh Khai	Sóc Trăng	TP Sóc Trăng
78	Trường Trung học phổ thông chuyên Nguyễn Quang Diêu	Đồng Tháp	TP Cao Lãnh
79	Trường Trung học phổ thông chuyên Nguyễn Đình Chiểu	Đồng Tháp	TX Sa Đéc
80	Trường Trung học phổ thông chuyên Long An	Long An	Tân An

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TRƯỜNG ĐẠI HỌC SƯ PHẠM HÀ NỘI
ĐỀ CHÍNH THỨC

CỘNG HÒA XÃ HỘI CHỦ NGHĨA VIỆT NAM
NĂM HỌC 2014 - 2015

MÔN TOÁN

(Dành chung cho tất cả các thí sinh vào trường chuyên)
Thời gian làm bài: 120 phút.

Câu 1: (2,0 điểm) Cho các số thực dương a, b với $a \neq b$. Chứng minh đẳng thức:

$$\frac{\frac{(a-b)^3}{(\sqrt{a}-\sqrt{b})^3} - b\sqrt{b} + 2a\sqrt{a}}{a\sqrt{a} - b\sqrt{b}} + \frac{3a+3\sqrt{ab}}{b-a} = 0$$

Câu 2: (2,0 điểm)) Cho quãng đường AB dài 120 km. Lúc 7 giờ sáng, một xe máy đi từ A đến B. Đi được $\frac{3}{4}$ quãng đường thì xe bị hỏng phải dừng lại sửa mất 10 phút, rồi đi tiếp đến B với vận tốc nhỏ hơn vận tốc lúc đầu 10 km/h. Biết xe máy đến B lúc 11 giờ 40 phút trưa cùng ngày. Giả sử vận tốc của xe máy trên $\frac{3}{4}$ quãng đường ban đầu không thay đổi và vận tốc của xe máy trên $\frac{1}{4}$ quãng đường còn lại cũng không thay đổi. Hỏi xe máy bị hỏng lúc mấy giờ.

Câu 3: (2,0 điểm) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho Parabol (P): $y = x^2$ và đường thẳng $(d): y = -\frac{2}{3}(m+1)x + \frac{1}{3}$ (với m là tham số).

1) Chứng minh rằng với mỗi giá trị của m, đường thẳng (d) cắt parabol (P) tại 2 điểm phân biệt.

2) Gọi x_1, x_2 là hoành độ các giao điểm của (d) và (P). Đặt: $f(x) = x^3 + (m+1)x^2 - x$. Chứng minh đẳng thức: $f(x_1) - f(x_2) = -\frac{1}{2}(x_1 - x_2)^3$.

Câu 4: (3,0 điểm) Cho tứ giác ABCD nội tiếp đường tròn (O) đường kính AC = 2R. Gọi K và M theo thứ tự là chân đường vuông góc hạ từ A và C xuống BD. E là giao điểm của AC và BD. Biết K thuộc đoạn BE ($K \neq B$, $K \neq E$). Đường thẳng qua K song song với BC cắt AC tại P.

1) Chứng minh tứ giác AKPD nội tiếp đường tròn.

2) Chứng minh: $KP \perp PM$.

3) Biết $\widehat{ABD} = 60^0$ và AK = x. Tính BD theo R và x.

Câu 5: (1,0 điểm) Giải phương trình:

$$\frac{x(x^2-56)}{4-7x} - \frac{21x+22}{x^3+2} = 4$$

---------- Hết ----------

Ghi chú: ***Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.***

Họ và tên thí sinh: ..... Số báo danh: .....

ĐÁP ÁN

Câu 1:

$$Q=\frac{\frac{(a-b)^3}{\left(\sqrt{a}-\sqrt{b}\right)^3}-b\sqrt{b}+2a\sqrt{a}}{a\sqrt{a}-b\sqrt{b}}+\frac{3a+3\sqrt{ab}}{b-a}$$

$$Q=\frac{\frac{\left(\sqrt{a}-\sqrt{b}\right)^3\left(\sqrt{a}+\sqrt{b}\right)^3}{\left(\sqrt{a}-\sqrt{b}\right)^3}-b\sqrt{b}+2a\sqrt{a}}{\left(\sqrt{a}-\sqrt{b}\right)\left(a+\sqrt{ab}+b\right)}-\frac{3\sqrt{a}\left(\sqrt{a}+\sqrt{b}\right)}{\left(\sqrt{a}-\sqrt{b}\right)\left(\sqrt{a}+\sqrt{b}\right)}$$

$$Q=\frac{a\sqrt{a}+3a\sqrt{b}+3b\sqrt{a}-3a\sqrt{b}-3a\sqrt{b}-3b\sqrt{a}}{\left(\sqrt{a}-\sqrt{b}\right)\left(a+\sqrt{ab}+b\right)}=0$$

Câu 2:

Gọi vận tốc trên $\frac{3}{4}$ quãng đường ban đầu là x, (km/h), x > 10.

Thì vận tốc trên $\frac{1}{4}$ quãng đường còn lại x - 10 (km/h)

Thời gian đi trên $\frac{3}{4}$ quãng đường ban đầu là $\frac{90}{x}$ (h)

Thời gian đi trên $\frac{1}{4}$ quãng đường sau là $\frac{30}{x}$ (h)

Vì thời gian đi trên hai quãng đường là: 11h40phút - 7h - 10phút = $\frac{9}{2}$ (h)

Nên ta có phương trình: $\frac{90}{x}+\frac{30}{x-10}=\frac{9}{2}$

Giải ra x = 30 (thỏa mãn điều kiện)

Thời gian đi trên $\frac{3}{4}$ quãng đường ban đầu là $\frac{90}{30}=3(h)$

Vậy xe hỏng lúc 10 giờ.

Câu 3:

a) Xét hệ phương trình: $\begin{cases}y=x^2\\ y=\frac{-(m+1)}{3}+\frac{1}{3}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}y=x^2\\ 3x^2+2(m+1)x-1=0\quad(1)\end{cases}$

Phương trình (1) có hệ số a và c trái dấu nên phương trình có hai nghiệm phân biệt với mọi m nên (P) và (d) cắt nhau tại hai điểm phân biệt với mọi m.

b) Theo hệ thức Vi-et: $\begin{cases}x_1+x_2=\frac{-2(m+1)}{3}\\ x_1x_2=-\frac{1}{3}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m+1=\frac{-3(x_1+x_2)}{2}\\ 3x_1x_2=-1\end{cases}$

Ta có:

$f(x_1)-f(x_2)=x_1^3-x_2^3+(m+1)(x_1^2-x_2^2)-x_1+x_2$

$2[f(x_1)-f(x_2)]=2x_1^3-2x_2^3-3(x_1+x_2)(x_1^2-x_2^2)-2x_1+2x_2$

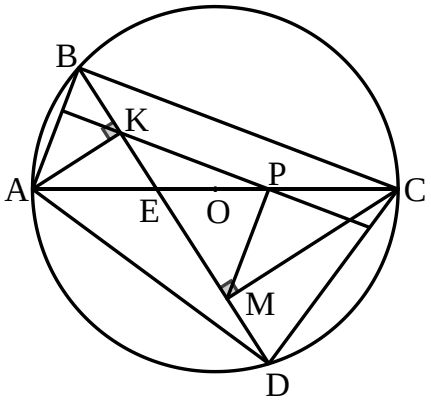
$2[f(x_1)-f(x_2)]=-x_1^3+x_2^3+3x_1x_2(x_2-x_1)-2(x_1-x_2)$

$2[f(x_1)-f(x_2)]=-x_1^3+x_2^3+(x_1-x_2)-2(x_1-x_2)$

$2[f(x_1)-f(x_2)]=-(x_1^3-x_2^3-3x_1x_2(x_1-x_2))=-[(x_1-x_2)(x_1^2+x_2^2-2x_1x_2)]=-(x_1-x_2)^3$

Nên $f(x_1)-f(x_2)=-\frac{1}{2}(x_1-x_2)^3$

Câu 4:



1) Ta có: $\widehat{PAD}=\widehat{PKD}\left(=\widehat{CBD}\right)$ (đồng vị) nên tứ giác AKPD nội tiếp (quỹ tích cung chứa góc)

2) Theo (1) thì DP ⊥ AC nên tứ giác MDCP nội tiếp.

Suy ra: $\widehat{MPD}=\widehat{MCD}$, mà $\widehat{MCD}=\widehat{ACB}$ (cùng phụ hai góc $\widehat{MDC}=\widehat{ACB}$).

Mà $\widehat{APK}=\widehat{ACB}$ (đồng vị) nên $\widehat{MPD}=\widehat{APK}$.

Ta có: $\widehat{MPD}+\widehat{MPE}=90^0\Rightarrow\widehat{APK}+\widehat{MPE}=90^0$.

Suy ra: KP ⊥ PM.

3) Ta có: AD = $R\sqrt{3}$ (Pitago cho ΔAKD vuông tại K).

Tính được: $KD=\sqrt{3R^2-x^2}$ (ΔBAK vuông tại K có $\widehat{BAK}=60^0$)

$BK = AK.\cot\widehat{ABK}=\frac{x}{\sqrt{3}}$

$BD=BK+KD=\frac{x}{\sqrt{3}}+\sqrt{3R^2-x^2}$ (đơn vị độ dài)

Bài 5:

ĐKXĐ: $x\neq\frac{4}{7}$; $x\neq-\sqrt[3]{2}$

Đặt: 4 - 7x = b; $x^3 + 2 = a$; a và b ≠ 0.

Thì $x^3 - 56x = x^3 + 2 + 8(4 - 7x) - 34 = a + 8b - 34$;

$21x + 22 = -3(4 - 7x) + 34 = 34 - 3b$.

Ta có phương trình:

$\frac{a+8b-34}{b}-\frac{34-3b}{a}=4\Rightarrow a^2+8ab-34a-34b+3b^2=4ab\Leftrightarrow(a+b)(a+3b-34)=0$

$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}a+b=0\\a+3b=34\end{array}\right.$

Với a + b = 0, ta có: $x^3 - 7x + 6 = 0 \Leftrightarrow (x - 1)(x - 2)(x + 3) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 2 \\ x = -3 \text{ (thỏa mãn)} \\ x = 1 \end{array}\right.$

Với a + 3b = 34, ta có: $x^3 - 21x - 20 = 0 \Leftrightarrow (x + 1)(x + 4)(x - 5) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -1 \\ x = -4 \text{ (thỏa mãn)} \\ x = 5 \end{array}\right.$

Phương trình có tập nghiệm là S = {-4; -3; -1; 1; 2; 5}

----- HẾT -----

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
ĐẠI HỌC SƯ PHẠM HÀ NỘI

TUYỂN SINH THPT CHUYÊN TRƯỜNG
NĂM HỌC: 2014 - 2015

ĐỀ CHÍNH THỨC

MÔN TOÁN

(Dành riêng cho thí sinh thi vào chuyên Toán và chuyên Tin)
Ngày thi: 06/06/2014
Thời gian làm bài: 150 phút.

Câu 1: (1,5 điểm) Giả sử a, b, c, x, y, z là các số thực khác 0 thỏa mãn $\frac{a}{x}+\frac{b}{y}+\frac{c}{z}=0$ và $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=1$. Chứng minh rằng: $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}=1$.

Câu 2: (1,5 điểm) Tìm tất cả các số thức x, y, z thỏa mãn:

$$x\sqrt{1-y^2}+y\sqrt{2-z^2}+z\sqrt{3-x^2}=3$$

Câu 3: (1,5 điểm) Chứng minh rằng với số nguyên dương $n \geq 6$ thì số

$$a_n=1+\frac{2.6.10...(4n-2)}{(n+5)(n+6)...(2n)}$$

là một số chính phương.

Câu 4: (1,5 điểm) Cho a, b, c là các số thực dương thỏa mãn abc = 1. Chứng minh bất đẳng thức:

$$\frac{1}{ab+a+2}+\frac{1}{bc+b+2}+\frac{1}{ca+c+2}\leq\frac{3}{4}$$

Câu 5: (3 điểm) Cho hình vuông ABCD với tâm O. Gọi M là trung điểm của cạnh AB. Các điểm N, P theo thứ tự thuộc các cạnh BC, CD sao cho MN//AP. Chứng minh rằng:

1. Tam giác BNO đồng dạng với tam giác DOP và $\widehat{NOP}=45^0$.
2. Tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác NOP thuộc OC.
3. Ba đường thẳng BD, AN, PM đồng quy.

Câu 6: (1 điểm) Có bao nhiêu tập hợp con của tập hợp {1; 2; 3; ...; 2014} thỏa mãn điều kiện: A có ít nhất 2 phần tử và nếu $x \in A$, $y \in A$, $x > y$ thì $\frac{y^2}{x-y} \in A$.

---------- Hết ----------

Ghi chú: ***Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.***

Họ và tên thí sinh: ..... Số báo danh: .....

ĐÁP ÁN

Bài 1:

$$\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=1$$

$$\Leftrightarrow\left(\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}\right)^2=1$$

$$\Leftrightarrow\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}+2\left(\frac{xy}{ab}+\frac{yz}{bc}+\frac{xz}{ac}\right)=1$$

$$\Leftrightarrow\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}+2\left(\frac{cxy+ayz+bxz}{abc}\right)=1 \quad (*)$$

Từ $\frac{a}{x}+\frac{b}{y}+\frac{c}{z}=0\Leftrightarrow\frac{ayz+bxz+cxy}{xyz}=0\Leftrightarrow ayz+bxz+cxy$ thay vào (*) ta có ĐPCM

Bài 2: Áp dụng Bất đẳng thức $AB\le\frac{A^2+B^2}{2}$ ta có đúng với mọi A,B

$$x\sqrt{1-y^2}+y\sqrt{2-z^2}+z\sqrt{3-x^2}\le\frac{x^2+1-y^2}{2}+\frac{y^2+2-z^2}{2}+\frac{z^2+1-x^2}{2}=3$$

Kết hợp với giả thiết, ta có: Dấu "=" xảy ra khi

$$\begin{cases}x=\sqrt{1-y^2}\\ y=\sqrt{2-z^2}\\ z=\sqrt{3-x^2}\\ x\sqrt{1-y^2}+y\sqrt{2-z^2}+z\sqrt{3-x^2}=3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x^2+y^2=1\\ y^2+z^2=2\\ z^2+x^2=3\\ x\sqrt{1-y^2}+y\sqrt{2-z^2}+z\sqrt{3-x^2}=3\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}x^2=1\\ y^2=0\\ z^2=2\\ x\sqrt{1-y^2}+y\sqrt{2-z^2}+z\sqrt{3-x^2}=3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=1\\ y=0\\ z=\sqrt{2}\end{cases}$$

ĐKXĐ : $|x|\le\sqrt{3};|y|\le 1;|z|\le\sqrt{2}$

Bài 3:

$$a_n=1+\frac{2^n.(1.3.5.....(2n-1).(n-4)!}{(2n)!}$$

$$=1+\frac{2^n.(n+4)!}{2.4.6....2n}$$

$$=1+\frac{2^n..1.2.3....n(n+1)(n+2)(n+3)(n+4)!}{2^n.1.2.3.4...n}$$

$$=1+(n+1)(n+2)(n+3)(n+4)$$

$$a_n=\left(n^2+5n+5\right)^2$$

Bài 4: Đặt $a=\frac{x}{y};\ b=\frac{y}{z};\ c=\frac{z}{x}$

Thì

$$P=\frac{1}{ab+a+2}+\frac{1}{bc+b+2}+\frac{1}{ca+c+2}=\frac{yz}{xy+xz+2yz}+\frac{zx}{xy+yz+2xz}+\frac{xy}{xz+yz+2xy}$$

$$3-P=1-\frac{yz}{xy+xz+2yz}+1-\frac{zx}{xy+yz+2xz}+1-\frac{xy}{xz+yz+2xy}$$

$$3-P=(xy+yz+xz)\left(\frac{1}{xy+xz+2yz}+\frac{1}{xy+yz+2xz}+\frac{1}{xz+yz+2xy}\right)$$

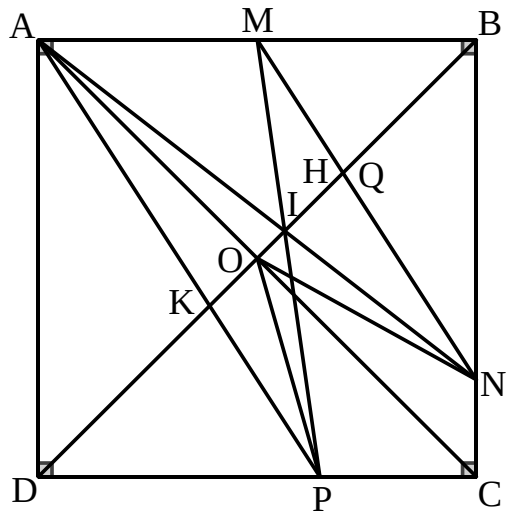
Áp dụng Bất đẳng thức $\frac{1}{A}+\frac{1}{B}+\frac{1}{C}\geq\frac{1}{A+B+C}$

Ta có: $3-P=(xy+yz+xz)\frac{9}{4xy+4yz+4xz}=\frac{9}{4}\Leftrightarrow P\leq 3-\frac{9}{4}=\frac{3}{4}$

Dấu "=" xảy ra khi

$$\begin{cases}xy+yz+2xz=xy+2yz+xz=2xy+yz+xz\\xyz=1\end{cases}\Leftrightarrow x=y=z=1$$

Câu 5 (3điểm)



1. Đặt: AB = a, ta có: AC = $a\sqrt{2}$.

Chứng minh: ΔADP ∽ ΔNBM (g.g)

Suy ra: $\frac{BM}{DP}=\frac{BN}{AD}\Rightarrow BN.DP=\frac{a^2}{2}$

Mà OB.OD = $\frac{a^2}{2}$

ΔDOP ∽ΔBNO (c.g.c).

Từ đó tính được: $\widehat{NOP}=45^0$

2. Theo (1.), ta có $\frac{OB}{DP}=\frac{ON}{OP}=\frac{OD}{DP}$, $\widehat{PON}=\widehat{ODP}=45^0$

ΔDOP ∽ΔONP (c.g.c).

Suy ra: $\widehat{DOP}=\widehat{ONP}$ nên DO là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp ΔOPN.

3. Đặt giao điểm của MN và BD là Q và BD với AP là K.

Áp dụng tính chất phân giác cho ΔMBN và ΔAPD

$$\frac{QM}{QN}=\frac{BM}{BN};\frac{KP}{KA}=\frac{DP}{AD}\Leftrightarrow\frac{QM}{QN}=\frac{KP}{KA}\Rightarrow\frac{QM}{KP}=\frac{QN}{KA}\quad(1)$$

Giả sử MP cắt AN tại I . KI cắt MN tại H.

Áp dụng định lí ta lét: $\frac{HM}{PK} = \frac{HN}{KA}$ (2)

Từ (1) và (2), suy ra: $\frac{HM}{HN} = \frac{QM}{QN} \Rightarrow Q \equiv H$.

Vậy BD, PM, AN đồng quy.

Câu 6:

Ta chứng minh một tập con A như vậy khi và chỉ khi nó có dạng {y; 2y}.

Giả sử rằng x > y là hai phần tử của A.

Nếu x > 2y thì theo giả thiết $z = \frac{y^2}{x-y} \in A$ và z < y.

Do đó, ta sẽ có: $z < y < x \in A$ và $x > 2y > 2z$.

Áp dụng giả thiết cho cặp (x; z) ta được: $z_1 \in A$ mà $x > z > z_1$.

Cứ thế suy ra A có vô số phần tử, mâu thuẫn.

Vậy $x \leq 2y$.

Đặc biệt, ta suy ra: $y \leq z$.

Nếu x < 2y thì y < z. Do đó: $z \leq 2y$.

Từ đây, ta nhận được $y \leq 2(x - y)$ hay $x \geq \frac{3y}{2}$.

Do đó: z < x. Vậy y < z < x.

Do đó: Cặp $(x; y) \in A$ mà y < z < 2y.

Từ đó suy ra tồn tại $z_1 \in A$ mà $y < z_1 < z$.

Cứ thế ta suy ra A có vô số phần tử.

Vậy x = 2y. Do đó A có dạng {y; 2y} với y = {1; 2; 3; ...; 2014}.

Đảo lại, hiển nhiên mỗi tập con A có dạng đó đều thỏa mãn tính chất đề bài.

Số các tập con A có dạng {y; 2y} với $y \in \{1; 2; ...; 2014\}$ hiển nhiên là 1007.

----- HẾT -----

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TRƯỜNG ĐH KHOA HỌC TỰ NHIÊN

ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10
TRƯỜNG THPT CHUYÊN NĂM 2014

MÔN THI: TOÁN (VÒNG I)
(Dành cho tất cả các thí sinh)
Thời gian làm bài: 150 phút
(Không kể thời gian phát đề)

Câu I:

1) Giải phương trình: $\left(\sqrt{1+x}+\sqrt{1-x}\right)\left(2+2\sqrt{1-x^2}\right)=8$

2) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x^2-xy+y^2=1 \\ x^2+xy+2y^2=4 \end{cases}$

Câu II:

1) Giả sử x, y, z là các số thực dương thỏa mãn điều kiện x + y + z = xyz. Chứng minh rằng:

$$\frac{x}{1+x^2}+\frac{2y}{1+y^2}+\frac{3z}{1+z^2}=\frac{xyz\left(5x+4y+3z\right)}{\left(x+y\right)\left(y+z\right)\left(z+x\right)}$$

2) Tìm nghiệm nguyên của phương trình: $x^2y^2\left(x+y\right)+x+y=3+xy$

Câu III:

Cho tam giác ABC nhọn với AB < BC. D là điểm thuộc cạnh BC sao cho AD là phân giác của $\widehat{BAC}$ Đường thẳng qua C song song với AD cắt trung trực của AC tại E. Đường thẳng qua B song song với AD cắt trung trực của AB tại F.

1) Chứng minh rằng $\Delta ABF \backsim \Delta ACE$.

2) Chứng minh rằng các đường thẳng BE, CF, AD đồng quy tại một điểm, gọi điểm đó là G.

3) Đường thẳng qua G song song với AE cắt đường thẳng BF tại Q. Đường thẳng QE cắt đường tròn ngoại tiếp tam giác GEC tại P khác E. Chứng minh rằng các điểm A, P, G, Q, F cùng thuộc một đường tròn.

Câu IV:

Giả sử a, b, c là các số thực dương thỏa mãn đẳng thức ab + bc + ca = 1. Chứng minh rằng:

$$2abc\left(a+b+c\right)\le\frac{5}{9}+a^4b^2+b^4c^2+c^4a^2$$

---------- Hết ----------

Ghi chú: ***Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.***

Họ và tên thí sinh: ..... Số báo danh: .....

ĐÁP ÁN

Câu 1:

1) $\left(\sqrt{1+x}+\sqrt{1-x}\right)\left(2+2\sqrt{1-x^2}\right)=8$

ĐKXĐ: $-1 \le x \le 1$.

Đặt: $a=\sqrt{1+x}\ge 0;\ b=\sqrt{1-x}\ge 0 \Rightarrow \sqrt{1-x^2}=ab\ge 0$

Khi đó phương trình trở thành: $(a+b)(2+2ab)=8$ (1)

Ta có: $a^2+b^2=2$ (2)

Từ (1) và (2), ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases}(a+b)(2+2ab)=8\\ a^2+b^2=2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}(a+b)(2+2ab)=8\\ (a+b)^2-2ab=2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}(a+b)(2+2ab)=8 & (3)\\ (a+b)^2=2+2ab & (4)\end{cases}$$

Thay $(a+b)^2=2+2ab$ vào (3) ta được:

$(a+b)^3=8\Rightarrow a+b=2\Rightarrow ab=1$.

Suy ra: a và b là nghiệm của phương trình:

$X^2-2X+1=0\Leftrightarrow X=1$.

Hay $a=b=1$ (thỏa mãn điều kiện).

Vậy phương trình có nghiệm $x=0$.

2) Ta có:

$$\begin{cases}x^2-xy+y^2=1\\ x^2+xy+2y^2=4\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}4x^2-4xy+4y^2=4 & (1)\\ x^2+xy+2y^2=4 & (2)\end{cases}$$

Trừ (1) cho (2), ta được: $3x^2-5xy+2y^2=0$ (3)

Giải phương trình này ta có hai nghiệm: $\left[\begin{array}{l}x=y\\ x=\dfrac{2}{3}y\end{array}\right.$

Với $x=y$, thay vào hệ phương trình đã cho (theo x), ta được: $x=y=\pm 1$.

Với $x=\dfrac{2}{3}y$, thay vào hệ phương trình đã cho (theo y), ta được:

$$\left(\frac{2}{3}y\right)^2-\frac{2}{3}y^2+y^2=1\Leftrightarrow 7y^2=9\Leftrightarrow y^2=\frac{9}{7}\Rightarrow y=\pm\frac{3}{\sqrt{7}}\Rightarrow x=\frac{2}{3}.\left(\pm\frac{3}{\sqrt{7}}\right)=\pm\frac{2}{\sqrt{7}}=\pm\frac{2\sqrt{7}}{7}$$

Vậy hệ phương trình đã cho có 4 nghiệm là

$$(x;y)=(1;1),\ (-1;-1);\ \left(\frac{3\sqrt{7}}{7};\frac{2\sqrt{7}}{7}\right);\ \left(-\frac{3\sqrt{7}}{7};-\frac{2\sqrt{7}}{7}\right)$$

Câu 2:

1. Ta có: $x+y+z=xyz$. Suy ra: $\sum\dfrac{1}{xy}=1$.

Nên $\dfrac{x}{1+x^2}=\dfrac{1}{x\left(1+\dfrac{1}{x^2}\right)}=\dfrac{xyz}{(x+y)(x+z)}$

Tương tự:

$$\frac{2y}{1+y^2}=\frac{2}{y\left(1+\dfrac{1}{y^2}\right)}=\frac{2xyz}{(x+y)(x+z)}$$

$$\frac{3y}{1+z^2}=\frac{3}{z\left(1+\frac{1}{z^2}\right)}=\frac{3xyz}{(x+y)(x+z)}$$

Cộng vế với nhau, ta được:

$$\frac{xyz(y+z+2x+2z+3x+3y)}{(x+y)(y+z)(z+x)}=VP \text{ (đpcm)}$$

2) Tìm nghiệm nguyên của phương trình: $x^2y^2(x+y)+x+y=3+xy$

Đặt: x + y = a; xy = b. Phương trình trở thành: $ab^2 + a = 3 + b$.

Xét $b = 3 \Rightarrow a = \frac{3}{5}$ (vô lý)

Xét $b \neq 0$. Ta có: $b^2a + a = 3 + b \Leftrightarrow a = \frac{3+b}{b^2+1} \Leftrightarrow a(b-3) = \frac{b^2-9}{b^2+1} = 1 + \frac{-10}{b^2+1}$

Vì $-10 \in Z$ nên $b^2 + 1 \in Ư(10) = \{1; 2; 3; 5; 10\} \Rightarrow b \in \{0; \pm1; \pm2; \pm3\}$

Xét $b = 0 \Rightarrow a = 3$. Suy ra: x + y = 3; xy = 0 $\Rightarrow$ x = 3, y = 0 và x = 0, y = 3 (thỏa mãn).

Xét $b = 1 \Rightarrow a = 2$. Suy ra: x + y = 2; xy = 1 $\Rightarrow$ x = y = 1 (thỏa mãn).

Xét $b = -1 \Rightarrow a = 1$. Suy ra: x + y = 1; xy = -1

$\Rightarrow x = \frac{1+\sqrt{5}}{2}; y = \frac{1-\sqrt{5}}{2}$ và $x = \frac{1-\sqrt{5}}{2}; y = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$ (không thỏa mãn)

Xét $b = 2 \Rightarrow a = 1$. Suy ra: x + y = 1; xy = 2 (không tồn tại x và y).

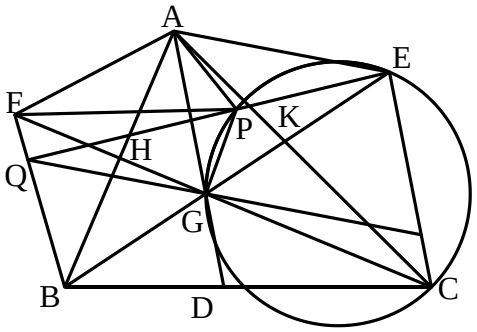
Xét $b = -2 \Rightarrow a = \frac{1}{5}$. Suy ra: $x + y = \frac{1}{5}$; xy = - 2 (không tồn tại x và y nguyên).

Xét $b = 3 \Rightarrow a = \frac{3}{5}$. Suy ra: $x + y = \frac{3}{5}$; xy = 3 (không tồn tại x và y).

Xét $b = -3 \Rightarrow a = 0$. Suy ra: x + y = 0; xy = -3. (không tồn tại x và y nguyên)

Vậy có 2 cặp (x; y) nguyên thỏa mãn là (3; 0), (0; 3).

Câu 3:



1)

ΔAFB, ΔAEC cân tại F, E.

$\widehat{FBA} = \widehat{BAD} = \frac{1}{2}\hat{A}$ (so le trong)

$\widehat{ECA} = \widehat{CAD} = \frac{1}{2}\hat{A}$ (so le trong)

$\Rightarrow \widehat{FBA} = \widehat{ECA} \Rightarrow \Delta FBA \backsim \Delta ECA$ (g.g)

2) Giao điểm CF, BE là G, CF và AB là H, BE và AC là K.

$\Delta AKG \backsim \Delta GKE \Rightarrow \frac{CK}{AK} = \frac{CE}{AG}$

$\Delta AHG \backsim \Delta BHF \Rightarrow \dfrac{AH}{BH} = \dfrac{AG}{BF}$

ΔABG có $\dfrac{DB}{DC}.\dfrac{KC}{KA}.\dfrac{HA}{HB} = \dfrac{AB}{AC}.\dfrac{EC}{AG}.\dfrac{AG}{BF} = \dfrac{AB}{AC}.\dfrac{EC}{BF} = \dfrac{AB}{AC}.\dfrac{AC}{AB} = 1$

Áp dụng định lý Ceva, ta có điều phải chứng minh.

3) $\widehat{QPG} = \widehat{ECG} = \widehat{QFG} \Rightarrow$ Tứ giác QFBG nội tiếp.

$\widehat{BQG} = \widehat{GAE} = \left(\widehat{DGx}\right)$

Mà $\widehat{GAE} = \widehat{GAF} \Rightarrow \widehat{BQG} = \widehat{GAF}$ nên QFAG nội tiếp.

Suy ra: 5 điểm A, P, G, Q, F cùng thuộc một đường tròn.

Câu 4:

Áp dụng bất đẳng thức Cauchy Schwarz, ta có:

$$\left(a^4b^2 + b^4c^2 + c^4a^2\right)\left(\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}\right) \geq \left(ab + bc + ca\right)^2 = 1$$

Suy ra: $a^4b^2 + b^4c^2 + c^4a^2 \geq \dfrac{a^2b^2c^2}{a^2b^2 + b^2c^2 + c^2a^2}$

Cần chứng minh: $\dfrac{a^2b^2c^2}{a^2b^2 + b^2c^2 + c^2a^2} + \dfrac{5}{9} \geq 2abc\left(a + b + c\right)$ (1)

Đặt: x = ab; y = bc; z = ca > 0.

Có p = x + y + z = ab + bc + ca = 1; q = xy + yz + zx; r = xyz > 0

Bất đẳng thức (1) trở thành:

$$\frac{r}{1-2q} + \frac{5}{9} \geq 2q$$

Áp dụng bất đẳng thức SChur, ta có:

$$\frac{r}{1-2q} + \frac{5}{9} \geq \frac{4q-1}{9\left(1-2q\right)} + \frac{5}{9}$$

Cần chứng minh: $\dfrac{4q-1}{9\left(1-2q\right)} + \dfrac{5}{9} - 2q = \dfrac{4\left(3q-1\right)^2}{9\left(1-2q\right)} \geq 0$

ĐẠI HỌC QUỐC GIA HÀ NỘI
TRƯỜNG ĐH KHOA HỌC TỰ NHIÊN

ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10
TRƯỜNG THPT CHUYÊN NĂM 2014

MÔN THI: TOÁN (VÒNG II)
(Dành cho các thí sinh thi chuyên)
Thời gian làm bài: 150 phút
(Không kể thời gian phát đề)

Câu I:

1) Giả sử x, y là những số thực dương phân biệt thỏa mãn:

$$\frac{y}{x+y}+\frac{2y^2}{x^2+y^2}+\frac{4y^4}{x^4+y^4}+\frac{8y^8}{x^8-y^8}=4$$

Chứng minh rằng: 5y = 4x

2) Giải hệ phương trình:

$$\begin{cases}2x^2-3y^2+xy=12\\6x+x^2y=12+6y+y^2x\end{cases}$$

Câu II:

1) Cho x, y là những số nguyên lớn hơn 1 sao cho $4x^2y^2 - 7x + 7y$ là số chính phương. Chứng minh rằng: x = y.

2) Giả sử x, y là những số thực không âm thỏa mãn $x^3 + y^3 + xy = x^2 + y^2$. Tìm giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của biểu thức:

$$P=\frac{1+\sqrt{x}}{2+\sqrt{y}}+\frac{2+\sqrt{x}}{1+\sqrt{y}}$$

Câu III:

Cho tam giác ABC nội tiếp đường tròn (O) và điểm P nằm trong tam giác thỏa mãn PB = PC. D là điểm thuộc cạnh BC (D khác B và D khác C) sao cho P nằm trong đường tròn ngoại tiếp tam giác DAB và đường tròn ngoại tiếp tam giác DAC. Đường thẳng PB cắt đường tròn ngoại tiếp tam giác DAB tại E khác B. Đường thẳng PC cắt đường tròn ngoại tiếp tam giác DAC tại F khác C.

1) Chứng minh rằng bốn điểm A, E, P, F cùng thuộc một đường tròn.

2) Giả sử đường thẳng AD cắt đường tròn (O) tại Q khác A, đường thẳng AF cắt đường thẳng QC tại L. Chứng minh rằng tam giác ABE đồng dạng với tam giác CLF.

3) Gọi K là giao điểm của đường thẳng AE và đường thẳng QB. Chứng minh rằng:

$$\widehat{QKL}+\widehat{PAB}=\widehat{QLK}+\widehat{PAC}$$

Câu IV:

Cho tập hợp A gồm 31 phân tử và dãy gồm m tập con của A thỏa mãn đồng thời các điều kiện sau:

i) Mỗi tập thuộc dãy có ít nhất 2 phần tử;

ii) Nếu hai tập thuộc dãy có chung nhau ít nhất 2 phần tử thì số phần tử của hai tập này khác nhau.

Chứng minh rằng: $m \le 900$.

---------- Hết ----------

Ghi chú: ***Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.***

Họ và tên thí sinh: ..... Số báo danh: .....

ĐÁP ÁP

Câu I:

1)

$$\frac{y}{x+y}+\frac{2y^2}{x^2+y^2}+\frac{4y^4}{x^4+y^4}+\frac{8y^8}{x^8-y^8}=4$$

$$\Leftrightarrow 4=\frac{y}{x+y}+\frac{2y^2}{x^2+y^2}+\frac{4y^4\left(x^4-y^4\right)+8y^8}{\left(x^4+y^4\right)\left(x^4-y^4\right)}=\frac{y}{x+y}+\frac{2y^2}{x^2+y^2}+\frac{4y^4}{x^4-y^4}$$

$$\Leftrightarrow 4=\frac{y}{x+y}+\frac{2y^2\left(x^2-y^2\right)+4y^4}{\left(x^2+y^2\right)\left(x^2-y^2\right)}=\frac{y}{x+y}+\frac{2y^2}{x^2-y^2}=\frac{y(x-y)-2y^2}{(x+y)(x-y)}$$

$$\Leftrightarrow 4=\frac{y}{x-y}$$

$$\Leftrightarrow 4x-4y=y$$

$$\Leftrightarrow 4x=5y$$

2)

$$\begin{cases}2x^2-3y^2+xy=12 & (1)\\ 6x+x^2y=12+6y+y^2x & (2)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}2x^2-2y^2-y^2+xy=12\\ 6x-6y+x^2y-y^2x=12\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}(x-y)(2x+3y)=12\\ (x-y)(6+xy)=12\end{cases}$$

Với x - y = 0 $\Leftrightarrow$ x = y. Thay vào phương trình (1) vô nghiệm.

Vậy 2x + 3y = 6 + xy $\Leftrightarrow$ 2x - 6 + 3y - xy = 0 $\Leftrightarrow$ (x - 3)(2 - y) = 0

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=3\\ y=2\end{array}\right.$$

Với x = 3 thay vào (1), ta có:

18 - $3y^2$ + 3y = 12 $\Leftrightarrow$ $3y^2$ - 3y - 6 = 0 $\Leftrightarrow$ (y - 2)(y + 1) = 0

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}y=2\\ y=-1\end{array}\right.$$

Với y = 2 thay vào (1), ta có:

$2x^2$ - 12 + 2x = 12 $\Leftrightarrow$ x^2 + x - 12 = 0 $\Leftrightarrow$ (x - 4)(x + 3) = 0

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=4\\ x=-3\end{array}\right.$$

Vậy hệ phương trình đã cho có 4 nghiệm (x; y) $\in$ {(3; 2), (3; -1); (4; 2); (-3; 2)}.

Câu II:

1)

$4x^2y^2$ - 7x + 7y = $(2xy - 1)^2$ + 4xy - 7x + 7y - 1 > $(2xy - 1)^2$

$4x^2y^2$ - 7x + 7y = $(2xy + 1)^2$ - 4xy - 7x + 7y - 1 < $(2xy + 1)^2$

Đặt: $4x^2y^2$ - 7x + 7y = A. Suy ra: $(2xy - 1)^2$ < A < $(2xy + 1)^2$

Suy ra: - 4xy + 1 < -7x + 7y < 4xy + 1.

Nếu x > y $\geq$ 2 thì -7x + 7y < 0 < 4xy + 1

- 4xy + 1 $\leq$ - 8x + 1 < - 7x + 7y $\Leftrightarrow$ A = $4x^2y^2$ $\Rightarrow$ Vô lý.

Suy ra: x = y.

Tương tự: y > x $\geq$ 2. Vậy x = y.

2)

$x^3 + y^3 + xy = x^2 + y^2 \Leftrightarrow (x + y)^3 - 3xy(x + y) + xy = (x + y)^2 - 2xy.$

Đặt: x + y = a; xy = b, ta có:

a^3 - 3ab + 3b - a^2 = 0

$\Leftrightarrow a^2(a-1) - 3b(a-1) = 0$

$\Leftrightarrow (a-1)(a^2 - 3b) = 0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a = 1 \\ a^2 = 3b \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a = 1 \\ (x+y)^2 = 3xy \end{array}\right.$

Vì $(x + y)^2 \geq 4xy, \ \forall x, y \neq 0.$

Suy ra: x = y = 0 hoặc x + y = 1.

Với x = y = 0 thì $P = \frac{5}{2}$.

Nếu x hoặc y khác 0, ta có: $x + y = 1 \Rightarrow \left\{\begin{array}{l} 0 \leq x \leq 1 \\ 0 \leq y \leq 1 \end{array}\right.$

$P_{max} \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} y = 0 \\ x = 1 \end{array}\right. \Leftrightarrow P = 4; \ P_{min} \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} y = 1 \\ x = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow P = \frac{4}{3}$

Câu III:

1)

Ta có: $\overset{\frown}{AEP} = \overset{\frown}{ADB}$ (chắn cung AB của (ABD))

Ta có: $\overset{\frown}{AFP} = \overset{\frown}{ADC}$ (chắn cung AC của (ADC))

Nên $\overset{\frown}{AEP} + \overset{\frown}{AFP} = \overset{\frown}{ADB} + \overset{\frown}{ADC} = 180^0$.

Suy ra: Tứ giác AEFP nội tiếp.

2)

Xét ΔABE; ΔCLF có:

$\overset{\frown}{AEB} = \overset{\frown}{CFL}$ (cùng bù $\overset{\frown}{AFP}$) (1)

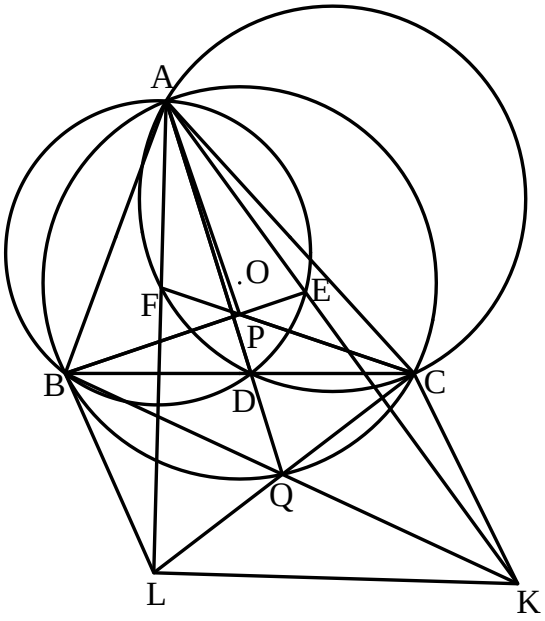
Ta lại có:

$\overset{\frown}{BAE} = \overset{\frown}{BAD} + \overset{\frown}{DAE}; \ \overset{\frown}{FCL} = \overset{\frown}{BCL} + \overset{\frown}{FCB}$

Mà $\overset{\frown}{BAD} = \overset{\frown}{BCL}; \ \overset{\frown}{DAE} = \overset{\frown}{FCB}$

Nên $\overset{\frown}{BAE} = \overset{\frown}{FCL}$ (2)

Từ (1) và (2), suy ra: ΔABE ∽ ΔCLF (g.g)



3)

Ta có: ΔABE ∽ ΔCLF $\Rightarrow$ LF.AE = BE.CF.

Ta lại có: KE.AF = BE.CF.

Suy ra:

$KE.AF = LF.AE \Leftrightarrow \frac{LF}{AF} = \frac{KE}{AE} \Rightarrow EF // LK$ Nên $\overset{\frown}{AEF} = \overset{\frown}{AKL}$.

Mà $\overset{\frown}{AEF} = \overset{\frown}{APF} \Rightarrow \overset{\frown}{APF} = \overset{\frown}{AKL}$ nên $\overset{\frown}{PAC} + \overset{\frown}{PCA} = \overset{\frown}{EKP} + \overset{\frown}{QKL};$

Mà $\overset{\frown}{PCA} = \overset{\frown}{EKP} \Rightarrow \overset{\frown}{PAC} = \overset{\frown}{QKL}$.

Tương tự: $\overset{\frown}{PAB} = \overset{\frown}{QLK}$. Suy ra: $\overset{\frown}{QKL} + \overset{\frown}{PAB} = \overset{\frown}{QLK} + \overset{\frown}{PAC}$.

---------- HẾT ----------

ĐẠI HỌC QUỐC GIA HÀ NỘI
TRƯỜNG THPT CHUYÊN NGOẠI NGỮ

ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 CHUYÊN
NĂM HỌC 2014 - 2015

MÔN THI: TOÁN
Thời gian làm bài: 150 phút
(Không kể thời gian phát đề)

Câu 1: Cho biểu thức: $A=\left(\dfrac{x+2\sqrt{x}+4}{x\sqrt{x}-8}+\dfrac{x+2\sqrt{x}+1}{x-1}\right):\left(3+\dfrac{1}{\sqrt{x}-2}+\dfrac{2}{\sqrt{x}+1}\right)$

1) Rút gọn A.
2) Tìm giá trị của x để A > 1.

Câu 2:

1) Giải phương trình: $x^2+2x+7=3\sqrt{\left(x^2+1\right)\left(x+3\right)}$

2) Giải hệ phương trình: $\begin{cases}x^2+y^2=3=xy\\x^4+y^4=2\end{cases}$

Câu 3:
Cho phương trình (ẩn x): $x^2 - 3(m + 1)x + 2m^2 + 5m + 2 = 0$. Tìm giá trị của m để phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1 và x_2 thỏa mãn $|x_1 + x_2| = 2|x_1 - x_2|$.

Câu 4:
Cho tam giác nhọn ABC, (AB < AC) nội tiếp đường tròn (O). Kẻ đường cao AH của tam giác ABC. Gọi P, Q lần lượt là chân đường cao kẻ từ H đến các cạnh AB, AC.
1) Chứng minh rằng: Tứ gaics BCQP nội tiếp.
2) Hai đường thẳng PQ và BC cắt nhau tại H. Chứng minh rằng: $MH^2 = MB.MC$.
3) Đường thăng MA cắt đường tròn (O) tại K (K khác A). Gọi I là tâm đường tròn ngoại tiếp tứ giác BCQP. Chứng minh rằng ba điểm I, H, K thẳng hàng.

Câu 5: Chứng minh rằng:

$$1+\frac{2}{2}+\frac{3}{2^2}+\frac{4}{2^3}+...+\frac{2014}{2^{2013}}+\frac{2015}{2^{2014}}<4$$

---------- Hết ----------
Ghi chú: ***Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.***
Họ và tên thí sinh: ..... Số báo danh: .....

ĐÁP ÁN

Câu 1:

Điều kiện: $x \neq \pm 1$, $x \neq 4$.

a)

$$A = \left(\frac{x + 2\sqrt{x} + 4}{\left(\sqrt{x} - 2\right)\left(x + 2\sqrt{x} + 4\right)} + \frac{\left(\sqrt{x} + 1\right)^2}{\left(\sqrt{x} - 1\right)\left(\sqrt{x} + 1\right)} \right) : \left(\frac{3x - 9}{\left(\sqrt{x} - 2\right)\left(\sqrt{x} + 1\right)} \right)$$

$$A = \left(\frac{1}{\sqrt{x} - 2} + \frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} - 1} \right) : \left(\frac{3x - 9}{\left(\sqrt{x} - 2\right)\left(\sqrt{x} + 1\right)} \right)$$

$$A = \frac{x - 3}{\left(\sqrt{x} - 2\right)\left(\sqrt{x} - 1\right)} . \frac{\left(\sqrt{x} - 2\right)\left(\sqrt{x} + 1\right)}{3\left(x - 3\right)} = \frac{\sqrt{x} + 1}{3\left(\sqrt{x} - 1\right)}$$

b) Để $A > 1 \Leftrightarrow \frac{\sqrt{x} + 1}{3\left(\sqrt{x} - 1\right)} > 1 \Leftrightarrow \frac{\sqrt{x} + 1 - 3\sqrt{x} + 3}{3\left(\sqrt{x} - 1\right)} > 0 \Leftrightarrow \frac{2\left(2 - \sqrt{x}\right)}{3\left(\sqrt{x} - 1\right)} > 0 \Leftrightarrow 1 < x < 4$

Câu 2:

a) Ta có phương trình tương đương: $x^2 + 1 + 2\left(x + 3\right) = 3\sqrt{\left(x^2 + 1\right)\left(x + 3\right)}$.

Đặt: $\sqrt{x^2 + 1} = a$; $\sqrt{x + 3} = b$.

Ta có: $a^2 - 3ab + 2b^2 = 0 \Leftrightarrow (a - b)(a - 2b) = 0$.

$a = b \Rightarrow x = -1; x = 2$.

$a = 2b \Rightarrow x = \frac{2 \pm \sqrt{15}}{2}$

b) Từ phương trình (2), ta có:

$(x^2 + y^2) - 2z^2y^2 = 2 \Rightarrow (3 - xy)^2 - 2z^2y^2 = 2 \Leftrightarrow x^2y^2 + 6xy - 7 = 0 \Leftrightarrow (xy - 1)(xy + 7) = 0$

Với xy = 1, ta có hệ sau: $\begin{cases} x^2 + y^2 = 2 \\ xy = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y = \pm\sqrt{6} \\ xy = 2 \end{cases}$

Với xy = - 7, ta có hệ sau: $\begin{cases} x^2 + y^2 = 10 \\ xy = -7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y = \pm 2\sqrt{6} \\ xy = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} (x;\ y) = \left(2 - \sqrt{6};\ -2 - \sqrt{6}\right) \\ (x;\ y) = \left(-2 - \sqrt{6};\ 2 - \sqrt{6}\right) \\ (x;\ y) = \left(2 + \sqrt{6};\ -2 + \sqrt{6}\right) \\ (x;\ y) = \left(-2 + \sqrt{6};\ 2 + \sqrt{6}\right) \end{array} \right.$

Câu 3: Phương trình: $x^2 - 3(m + 1)x + 2m^2 + 5m + 2 = 0$.

Điều kiện để phương trình có hai nghiệm phân biệt:

$\Delta > 0 \Leftrightarrow 9\left(m + 1\right)^2 - 4\left(2m^2 + 5m + 2\right) > 0$

$\Leftrightarrow 9m^2 + 18m + 9 - 8m^2 - 20m - 8 > 0$

$\Leftrightarrow m^2 - 2m + 1 > 0$

$\Leftrightarrow \left(m - 1\right)^2 > 0$

$\Leftrightarrow m \neq 1$.

Theo định lý Vi-et, ta có:

$$x_1 + x_2 = 3(m+1)$$

$$x_1 x_2 = 2m^2 + 5m + 2$$

Ta có:

$$|x_1 + x_2| = 2|x_1 - x_2| \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 = 4(x_1 + x_2)^2 - 16x_1x_2$$

$$\Leftrightarrow 3(m+1)^2 = 16(2m^2 + 5m + 2)$$

$$\Leftrightarrow 3m^2 + 6m + 3 = 32m^2 + 80m + 32$$

$$\Leftrightarrow 29m^2 + 74m + 29 = 0$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = \dfrac{-37 + 4\sqrt{33}}{29} \\ m = \dfrac{-37 - 4\sqrt{33}}{29} \end{array}\right. \text{ (thỏa mãn)}$$

Câu 4:

Câu 5:

Ta có:

$$2A = 2 + 2 + \frac{3}{2} + \frac{4}{2^2} + ... + \frac{2014}{2^{2012}} + \frac{2015}{2^{2013}}$$

$$A = 2A - A = 2 + 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + ... + \frac{1}{2^{2013}} - \frac{2015}{2^{2014}}$$

Đặt:

$$B = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + ... + \frac{1}{2^{2013}}$$

$$\Rightarrow 2B = 2 + 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + ... + \frac{1}{2^{2012}}$$

$$\Rightarrow B = 2 - \frac{1}{2^{2013}} < 2$$

Suy ra: $A < 2 + 2 - \dfrac{2015}{2^{2014}} < 4$ (đpcm)

----- HẾT -----

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO HÀ NỘI KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10
TRƯỜNG THPT CHUYÊN HÀ NỘI - AMSTERDAM NĂM HỌC 2014 - 2015

MÔN THI: TOÁN
(Dành cho thí sinh chuyên Toán)
Thời gian làm bài: 150 phút
(Không kể thời gian phát đề)
(Đề dành chung cho trường chuyên Hà Nội - Amsterdam và THPT Chu Văn An Hà Nội)

Câu 1: (2,0 điểm)

1) Giải phương trình: $x\left(5x^3+2\right)-2\left(\sqrt{2x+1}-1\right)=0$

2) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x^2\left(4y+1\right)-2y=-3 \\ x^2\left(x^2-12y\right)+4y^2=9 \end{cases}$

Câu 2: (2,5 điểm)

1) Chứng minh nếu n là số nguyên dương thì $25^n+7^n-4^n\left(3^n+5^n\right)$ chia hết cho 65.

2) Tìm cặp số nguyên (x; y) thỏa mãn $x^2y+xy-2x^2-3x+4=0$.

3) Tìm các bộ số tự nhiên (a_1; a_2; a_3; ..., a_{2014}) thỏa mãn

$$\begin{cases} a_1+a_2+a_3+...+a_{2014}\ge 2014^2 \\ a_1^2+a_2^2+a_3^2+...+a_{2014}^2\le 2014^3+1 \end{cases}$$

Câu 3: (1,5 điểm)

Với ba số dương x, y, z thỏa mãn x + y + z = 1. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức:

$$Q=\frac{x}{x+\sqrt{x+yz}}+\frac{y}{y+\sqrt{y+zx}}+\frac{z}{z+\sqrt{z+xy}}$$

Câu 4: (3,0 điểm)

Cho tam giác đều ABC nội tiếp đường tròn (O), H là trung điểm của BC. M là điểm bất kì thuộc đoạn thẳng BH (M khác B). Lấy điểm N thuộc đoạn thẳng CA sao cho CN = BM. Gọi I là trung điểm của MN.

1) Chứng minh bốn điểm O, M, H, I cùng thuộc một đường tròn.
2) Gọi P là giao điểm của OI và AB. Chứng minh tam giác MNP là tam giác đều.
3) Xác đinh vị trí của điểm M để tam giác IAB có chu vi nhỏ nhất.

Câu 5: (1,0 điểm)

Cho bảng ô vuông kích thước 3 x n (3 hàng; n cột, n là số tự nhiên lớn hơn 1) được tạo bởi các ô vuông nhỏ kích thước 1x1. Mỗi ô vuông nhỏ được tô bởi một trong hai màu xanh hoặc đỏ. Tìm số n bé nhất để với mọi cách tô màu như thế luôn tìm được hình chữ nhật tạo bởi các ô vuông nhỏ sao cho 4 ô vuông nhỏ ở 4 góc của hình chữ nhật đó cùng màu.

---------- Hết ----------

Ghi chú: ***Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.***

Họ và tên thí sinh: ..... Số báo danh: .....

ĐÁP ÁN

Câu 1:

1)

Điều kiện: $x \ge -\frac{1}{2}$

Ta có phương trình tương đương:

$$x\left(5x^3+2\right)-\frac{2\left(2x+1-1\right)}{\sqrt{2x+1}+1}=0$$

$$\Leftrightarrow x\left(5x^3+2\right)-\frac{4x}{\sqrt{2x+1}+1}=0$$

$$\Leftrightarrow x\left[5x^3+2\left(1-\frac{2}{\sqrt{2x+1}+1}\right)\right]=0$$

$$\Leftrightarrow x\left[5x^3+2\left(\frac{\sqrt{2x+1}-1}{\sqrt{2x+1}+1}\right)\right]=0$$

$$\Leftrightarrow x\left[5x^3+\frac{4x}{\left(\sqrt{2x+1}+1\right)^2}\right]=0$$

$$\Leftrightarrow x^2\left[5x^2+\frac{4}{\left(\sqrt{2x+1}+1\right)^2}\right]=0$$

$\Leftrightarrow x = 0$

Vậy phương trình có nghiệm x = 0.

2)

Hệ phương trình đã cho tương đương với:

$$\begin{cases} x^2\left(4y+1\right)=2y-3 \\ x^2\left(x^2-12y\right)=9-4y^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2\left(4y+1\right)\left(2y+3\right)=4y^2-9 \\ x^2\left(x^2-12y\right)=9-4y^2 \end{cases}$$

Cộng theo vế hai phương trình, ta được:

$x^2(x^2 + 8y^2 + 2y + 3) = 0$

$\Leftrightarrow x^2[x^2 + 7y^2 + (y + 1)^2 + 2] = 0$

$\Leftrightarrow x = 0$

$\Rightarrow y = \frac{3}{2}$ (thỏa mãn)

Câu 2:

1)

Ta có: 65 = 5.13. Đặt: $25^n + 7^n - 12^n - 20^n$.

Áp dụng tính chất $(a^n - b^n)$ chia hết cho $(a - b)$, với mọi a, b, n là các số nguyên dương và $a \ne b$.

Ta có:

$A = (25^n - 20^n) - (12^n - 7^n)$ chia hết cho 5.

$A = (25^n - 12^n) - (20^n - 7^n)$ chia hết cho 13.

Mà (5, 13) = 1, tức là nguyên tố cùng nhau.

Vậy A chia hết cho 65 (điều phải chứng minh).

2)

$$x^2y + xy - 2x^2 - 3x + 4 = 0 \quad (1)$$

Từ (1), suy ra: x là ước của 4 hay $x \in \{-4; -2; -1; 1; 2; 4\}$.
Từ (2), cũng suy ra:
$xy(x + 1) = 2x^2 + 3x - 4 = (x + 1)(2x + 1) - 5$
nên x + 1 là ước số của 5.
Từ đó, suy ra: $x + 1 \in \{-5; -1; 1; 5\}$ nên $x \in \{-6; -2; 0; 4\}$
Suy ra: $x \in \{-2; -4\}$
Thử x = -2, ta được: y = - 1.
Thử x = 4, ta được: y = 2.
Vậy cặp số nguyên cần tìm là (x; y) = (-2; -1), (4; 2).

3) $\begin{cases} a_1 + a_2 + a_3 + ... + a_{2014} \ge 2014^2 & (1) \\ a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 + ... + a_{2014}^2 \le 2014^3 + 1 & (2) \end{cases}$

Cộng theo vế của: - 4028.(1) + (2), suy ra:

$$a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 + ... + a_{2014}^2 - 4028\left(a_1 + a_2 + a_3 + ... + a_{2014}\right) \le 2014^3 + 1 - 4028.2014^2$$

$$\Leftrightarrow \left(a_1 - 2014\right)^2 + \left(a_2 - 2014\right)^2 + \left(a_3 - 2014\right)^2 + ... + \left(a_{2014} - 2014\right)^2 \le 1$$

Từ đó, trong 2014 số tự nhiên a_1, a_2, a_3, ..., a_{2014} có 2013 số bằng 2014.
Giả sử: $a_1 = a_2 = a_3 = ... = a_{2014}$.
Khi đó: $(a_{2014} - 2014)^2 \le 1$ nên $a_{2014} = 2013; 2014; 2015$.
Thử lại, ta được: $a_{2014} = 2014$.
Vậy $(a_1; a_2; a_3; ...; a_{2014}) = (2014; 2014; 2014; ...; 2014)$

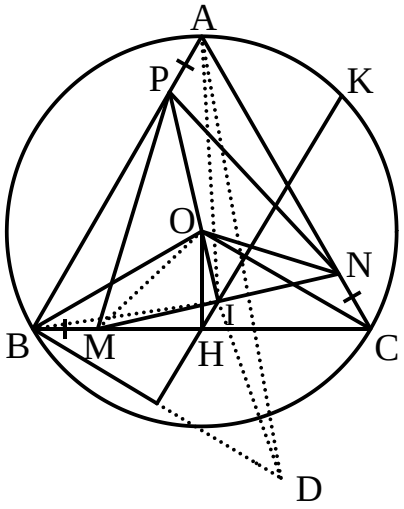
Câu 3:
Ta có:

$$\frac{x}{x + \sqrt{x + yz}} = \frac{x\left(\sqrt{x + yz} - x\right)}{x + yz - x^2} = \frac{x\left(\sqrt{x\left(x + y + z\right) + yz} - x\right)}{x\left(x + y + z\right) + yz - x^2}$$

$$= \frac{x\left[\sqrt{\left(x + y\right)\left(x + z\right)} - x\right]}{xy + yz + zx} \le \frac{x\left(\frac{x + y + z}{2} - x\right)}{xy + yz + zx} = \frac{xy + xz}{2\left(xy + yz + zx\right)}$$

(Áp dụng bất đẳng thức Côsi)
Chứng minh tương tự rồi cộng vế, suy ra: $Q \le 1$.
Đẳng thức xảy ra: $x = y = z = \frac{1}{3}$.
Vậy Q lớn nhất bằng 1, đạt được khi $x = y = z = \frac{1}{3}$.

Câu 4:



1) Ta có: ΔOCN = ΔOBM (c.g.c) nên ON = OM.
Do đó: ΔOMN cân tại O nên OI ⊥ MN hay $\widehat{OIM} = 90^0$.
Mà $\widehat{OHM} = 90^0$ nên 4 điểm O, M, H, I cùng thuộc đường tròn đường kính OM.
Vậy bốn điểm O, M, H, I cùng thuộc một đường tròn (đpcm).
2) Gọi P' là điểm thuộc cạnh AB thỏa mãn AP' = CN.
Suy ra: ΔMNP' đều.
Từ kết quả câu 1) suy ra O thuộc trung trực của MN.
Do đó O thuộc đường thẳng IP' hay P' thuộc OI.
Vậy P' ≡ P hay ΔMNP đều (đpcm).
3) Vì AB không đổi nên chu vi ΔIAB nhỏ nhất khi IA + IB nhỏ nhất.

Gọi K là trung điểm AC thì $\widehat{OHK} = 30^0$.

Vì ΔMNP đều nhận O làm tâm nên $\widehat{OMI} = 30^0 \Rightarrow \widehat{OHI} = 30^0 \widehat{OHI} = \widehat{OHK}$.

Do đó: I ∈ HK.

Dựng D đối xứng với B qua HK.

Ta có: IA + IB = IA + ID ≥ AD.

Xảy ra đẳng thức khi và chỉ khi I thuộc đoạn thẳng AD hay I là trung điểm HK.

Khi đó: M ≡ H.

Vậy M ≡ H.

Câu 5:

Xét n = 2, 3, 4, 5, 6 đều không thỏa mãn như trong hình dưới.

Đ	X
X	Đ
X	Đ

Đ	Đ	X
X	X	Đ
X	Đ	Đ

Đ	Đ	X	X
X	X	X	Đ
X	Đ	Đ	Đ

Đ	Đ	Đ	X	X
Đ	X	X	X	Đ
X	X	Đ	Đ	Đ

Đ	Đ	Đ	X	X	X
Đ	X	X	X	Đ	Đ
X	X	Đ	Đ	X	Đ

Xét n = 7. Trên hàng 1 có ít nhất 4 ô cùng màu.

Xét 4 ô đó.

Giả sử đó là các ô thuộc cột 1, 2, 3, 4 và được tô màu trắng.

Xét trên hàng 2 với 4 ô thuộc các cột 1, 2, 3, 4.

- Nếu có hai ô mày trắng, giả sử ô ở cột 1 và 2 thì hình vuông gồm 4 ô tạo bởi hàng 1, 2 cột 1, 2 thỏa mãn.

	1	2	3	4			
1	X	X	X	X			
2	X	X					
3							

- Nếu không có hai ô màu trắng thì tồn tại ít nhất 3 ô màu đen. Giả sử đó là các ô thuộc cột 1, 2, 3. Xét các ô hàng 3 thuộc cột 1, 2, 3. Trong đó phải có 2 ô cùng màu. Giả sử 2 ô đó thuộc cột 1, 2.

- Nếu 2 ô này mày trắng thì hình chữ nhật tạo bởi hàng 1, 3 cột 1, 2 thỏa mãn.

	1	2	3	4			
1	X	X	X	X			
2	Đ	Đ	Đ				
3	X	X					

- Nếu 2 ô này màu đen thì hình chữ nhật tạo bởi hàng 2, 3 cột 1, 2 thỏa mãn.

Do đó: n ≥ 7.

	1	2	3	4			
1	X	X	X	X			
2	Đ	Đ	Đ				
3	Đ	Đ					

Vậy n nhỏ nhất là 7.

------- HẾT -------

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO HÀ NỘI **ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT NĂM 2014**

MÔN THI: TOÁN
Thời gian làm bài: 150 phút
(Không kể thời gian phát đề)
(Đề này dành cho các trường THPT Sơn Tây, THPT chuyên Nguyên Huệ)

Câu I:

1) Tính giá trị của biểu thức: $A = \dfrac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1}$ khi x = 9.

2) Cho biểu thức: $P = \left(\dfrac{x-2}{x+2\sqrt{x}} + \dfrac{1}{\sqrt{x}+2}\right).\dfrac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1}$, với $x > 0, x \neq 1$.

a) Chứng minh rằng: $P = \dfrac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}}$.

b) Tìm x để $2P = 2\sqrt{x} + 5$

Câu II:

Một phân xưởng theo kế hoạch phải sản xuất 1100 sản phẩm trong một số ngày quy định. Do mỗi ngày phân xưởng đó sản xuất vượt mức 5 sản phẩm nên phân xưởng đã hoàn thành sớm hơn dự định 2 ngày. Hỏi theo kế hoạch, mỗi ngày phân xưởng phải sản xuất bao nhiêu sản phẩm.

Câu III:

1) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} \dfrac{4}{x+y} + \dfrac{1}{y-1} = 5 \\ \dfrac{1}{x+y} - \dfrac{2}{y-1} = -1 \end{cases}$

2) Cho (d): y = -x + 6 và (P): $y = x^2$.

a) Tìm tọa độ giao điểm của (d) và (P).

b) Tính diện tích tam giác OAB.

Câu IV:

Cho (O; R) có đường kính AB cố định. Vẽ đường kính MN của (O). Tiếp tuyến của (O) tại B cắt AM, AN tại Q và P.

1) Chứng minh tứ giác AMBN là hình chữ nhật.

2) Chứng minh bốn điểm M, N, P, Q cùng thuộc một đường tròn.

3) Gọi E là trung điểm BQ. Đường thẳng vuông góc với OE tại O cắt PQ tại F. Chứng minh F là trung điểm của BP và ME//NF.

4) Khi đường thẳng MN quay quanh tâm O và thỏa mãn điều kiện để bài. Xác định vị trí của MN để tứ giác MNPQ có diện tích lớn nhất.

Câu V:

Cho a, b, c dương thỏa mãn a + b + c = 2. Tím giá trị lớn nhất của biểu thức:

$$Q = \sqrt{2a+bc} + \sqrt{2b+ca} + \sqrt{2c+ab}$$

---------- Hết ----------

Ghi chú: ***Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.***

Họ và tên thí sinh: ..... Số báo danh: .....

ĐÁP ÁN

Câu I:

1) Với x = 9 thì $\sqrt{x}=3\Rightarrow A=\dfrac{3+1}{3-1}=2.$

2)

a) $P=\left(\dfrac{x-2}{x+2\sqrt{x}}+\dfrac{1}{\sqrt{x}+2}\right).\dfrac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1}=\dfrac{x+\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}+2\right)}.\dfrac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1}=\dfrac{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}+2\right)}{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}+2\right)}.\dfrac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1}=\dfrac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}}$

b) Điều kiện: $0 < x \neq 1$.

Ta có:

$$\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}}=2\sqrt{x}+5\Leftrightarrow 2\sqrt{x}+2=\sqrt{x}\left(2\sqrt{x}+5\right)\Leftrightarrow 2x+3\sqrt{x}-2=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\sqrt{x}=-2\ \ (\text{Loại})\\ \sqrt{x}=\dfrac{1}{2}\end{array}\right.\Leftrightarrow x=\frac{1}{4}$$

Câu II:

Gọi số sản phẩm làm mỗi ngày theo kế hoạch là x, ($x \in N^*$).

Số sản phẩm làm mỗi ngày theo thực tế là x + 5.

Số ngày làm dự định là $\dfrac{1100}{x}$

Số ngày làm thực tế là $\dfrac{1100}{x+5}$. Vì hoàn thành sớm 2 ngày nên ta có phương trình:

$$\frac{1100}{x}-\frac{1100}{x+5}=2 \qquad (*)$$

Giải phương trình này ta được: x = -55 (loại), x = 50 (nhận)

Vậy theo kế hoạch mỗi ngày làm được 50 sản phẩm.

Câu III:

1) Điều kiện: $x \neq -y;\ y \neq 1$.

Lấy (1) trừ (2) theo vế, ta được: $\dfrac{9}{y-1}=9\Leftrightarrow y-1=1\Leftrightarrow y=2$ (thỏa mãn).

Thay vào (1), suy ra: $\dfrac{4}{x+2}=4\Leftrightarrow x+2=1\Leftrightarrow x=-1.$

Vậy (x; y) = (-1; 2).

2)

a) Xét phương trình hoàn độ giao điểm: $x^2=-x+6\Leftrightarrow x^2+x-6=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=2\Rightarrow y=4\\ x=-3\Rightarrow y=9\end{array}\right.$.

Vậy ta có hai giao điểm là A(2; 4), B(-3; 9).

b) Gọi M là giao điểm của (d) với Oy, ta có: M(0; 6).

$$S_{\Delta OAB}=S_{\Delta BMO}+S_{\Delta AMO}=\frac{1}{2}.OM.\left|-3\right|+\frac{1}{2}.OM.2=\frac{1}{2}.6.3+\frac{1}{2}.6.2=15.$$

Câu IV:

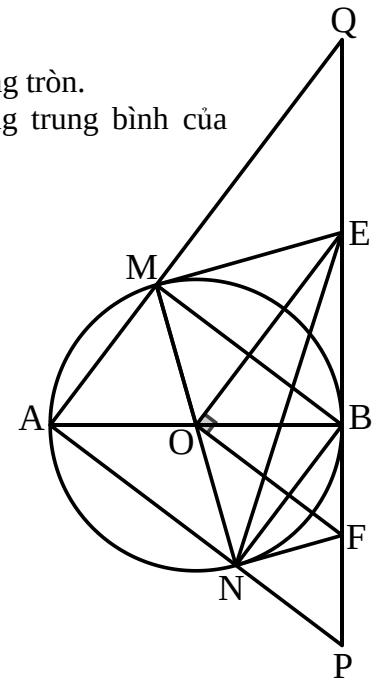
1) Ta có: $\widehat{MAN}=90^0$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn).

Tương tự: $\widehat{AMB}=\widehat{MBN}=90^0$.

Do đó: AMBN là hình chữ nhật.

2) Ta có: $\widehat{NPB}=\widehat{ABN}$ (vì cùng phụ với $\widehat{NBP}$)

Mà $\widehat{ABN}=\widehat{AMN}\left(=\dfrac{1}{2}\text{sđ}\widehat{AN}\right)$.



Do đó: $\overset{\frown}{NBP} = \overset{\frown}{AMN} \Rightarrow \overset{\frown}{NPB} + \overset{\frown}{NMQ} = \overset{\frown}{AMN} + \overset{\frown}{NMQ} = 180^0$.

Vậy tứ giác MNPQ nội tiếp hay M, N, P, Q cùng nằm trên một đường tròn.

3) Vì O, E lần lượt là trung điểm của AB, BQ nên OE là đường trung bình của ΔBAQ.

Suy ra: OE//AM mà $OF \perp OE \Rightarrow OF \perp AM$.

Vì $AN \perp AM \Rightarrow OF$ // AN.

O lại là trung điểm của AB nên FO là đường trung bình của ΔABP.

Suy ra: F là trung điểm của BP.

Ta có: ΔBMQ vuông ở M và E là trung điểm của BQ.

$\Rightarrow ME = \frac{1}{2}BQ = EB \Rightarrow \Delta OME = \Delta OBE\ (c.c.c)$

$\Rightarrow \overset{\frown}{EMO} = \overset{\frown}{EBO} = 90^0 \Rightarrow EM \perp MN$.

Tương tự thì $FN \perp MN \Rightarrow ME$ // NF.

4) Ta có:

$$S_{MNPQ} = S_{APQ} - S_{AMN} = \frac{1}{2}.AB.PQ - \frac{1}{2}AM.AN$$

$$= \frac{1}{2}.2R.2EF - \frac{1}{2}.AM.AN = 2R.EF - \frac{1}{2}.AM.AN$$

Mà $AM.AN \le \frac{AM^2 + AN^2}{2} = \frac{MN^2}{2} = 2R^2$ và $EF \ge MN = 2R \Rightarrow S_{MNPQ} \ge 4R^2 - \frac{1}{2}.2R^2 = 3R^2$.

Dấu "=" xảy ra khi EF = MN và AM = AN hay $MN \perp AB$.

Câu V:

Ta có: a + b + c = 2 nên 2a + bc = (a + b + c)a + bc = (a + b)(a + c)

Theo bất đẳng thức Côsi, ta có:

$$\sqrt{2a + bc} = \sqrt{(a + b)(a + c)} \le \frac{a + b + a + c}{2} = \frac{2a + b + c}{2} \qquad (1)$$

Tương tự:

$$\sqrt{2b + ac} \le \frac{a + 2b + c}{2} \qquad (2)$$

$$\sqrt{2c + ab} \le \frac{a + b + 2c}{2} \qquad (3)$$

Cộng theo vế (1), (2), (3), ta được:

$$\sqrt{2a + bc} + \sqrt{2b + ac} + \sqrt{2c + ab} \le \frac{2a + b + c}{2} + \frac{a + 2b + c}{2} + \frac{a + b + 2c}{2} = 2(a + b + c) = 4.$$

Dấu "=" xảy ra khi $a = b = c = \frac{2}{3}$.

Vậy $Q_{max} = 4$.

------- HẾT -------

ĐẠI HỌC QUỐC GIA HÀ NỘI
TRƯỜNG PTNK - ĐHQG TP HỒ CHÍ MINH

ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10
Năm học: 2014 - 2105

Môn thi: TOÁN (không chuyên)
Thời gian làm bài: 120 phút
Không kể thời gian phát đề.

Câu 1: (2 điểm)

a) Giải phương trình: $(3-x)\sqrt{(3+x)(9+x^2)}=4\sqrt{5(3-x)}$.

b) Tính $\frac{x}{y}$. Biết x > 1, y < 0 và $\frac{(x+y)(x^3-y^3)\sqrt{(1-\sqrt{4x-1})^2}}{(1-\sqrt{4x-1})(x^2y^2+xy^3+y^4)}=-6$

Câu 2: (2 điểm)

a) Giải hệ phương trình: $\begin{cases}(x^2-y+2)\left(\sqrt{(x^2+9)(y+7)}-15\right)=0\\ \sqrt{x^2+9}+\sqrt{y+7}=8\end{cases}$

b) Hình thoi ABCD có diện tích là $18\sqrt{3}$ (mét vuông), tam giác ABD đều. Tính chu vi hình thoi và bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC.

Câu 3: (2 điểm)

Cho phương trình: $\frac{mx^2+(m-3)x+2m-1}{x+3}=0$ (1)

a) Giải phương trình (1) khi m = -1.

b) Tìm m để phương trình (1) có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2 sao cho: $21x_1+7m(2+x_2+x_2^2)=58$.

Câu 4: (1 điểm)

a) Gọi $x=\frac{a+b}{2}$, $y=\sqrt{ab}$ lần lượt là trung bình cộng và trung bình nhân của 2 số dương a và b. Biết trung bình cộng của x và y bằng 100. Tính $S=\sqrt{a}+\sqrt{b}$.

b) Giả sử hai đại lượng x, y tỉ lệ nghịch (x, y luôn dương). Nếu x tăng a% thì y giảm m%. Tính m theo a.

Câu 5: (3 điểm)

Hình vuông ABCD có AB = 2a, AC cắt BD tại I. Gọi T là đường tròn ngoại tiếp tam giác CID, BE tiếp xúc với T tại E (E khác C), DE cắt AB tại F.

a) Chứng minh tam giác ABE cân. Tính AF theo a.

b) BE cắt AD tại P. Chứng minh đường tròn ngoại tiếp tam giác ABP tiếp xúc với CD. Tính $\frac{AP}{PD}$.

c) AE cắt T tại M (M khác E). Tính AM theo a.

---------- Hết ----------

Ghi chú: ***Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.***

Họ và tên thí sinh: ..... Số báo danh: .....

ĐÁP ÁN

Câu 1:

a) Phương trình: $(3-x)\sqrt{(3+x)(9+x^2)}=4\sqrt{5(3-x)}$.

Điều kiện xác định: $-3 \le x \le 3$.

Xét $x = 3$ (thỏa mãn). Suy ra: $x = 3$ là nghiệm của phương trình.

Xét $x \ne 3$. Ta có: $\sqrt{(3-x)(3+x)(9+x^2)}=4\sqrt{5} \Leftrightarrow 81 - x^4 = 80 \Rightarrow x = \pm 1$ (thỏa mãn điều kiện)

b) Tính $\frac{x}{y}$. Biết $x > 1$, $y < 0$ và $\frac{(x+y)(x^3-y^3)\sqrt{(1-\sqrt{4x-1})^2}}{(1-\sqrt{4x-1})(x^2y^2+xy^3+y^4)}=-6$

$$\frac{(x+y)(x-y)(x^2+xy+y^2)|1-\sqrt{4x-1}|}{y^2(1-\sqrt{4x-1})(x^2+xy+y^2)}=-6$$

$$\Leftrightarrow \frac{(x^2-y^2)|1-\sqrt{4x-1}|}{y^2(1-\sqrt{4x-1})}=-6 \qquad (*)$$

Xét $1-\sqrt{4x-1} \ge 0 \Leftrightarrow \sqrt{4x-1} \le 1 \Leftrightarrow \begin{cases} 4x \le 2 \\ 4x \ge 1 \end{cases} \Rightarrow \frac{1}{4} \le x \le \frac{1}{2}$. Vì $x > 1$ nên trường hợp này bị loại.

Xét $1-\sqrt{4x-1} < 0 \Leftrightarrow \sqrt{4x-1} > 1 \Leftrightarrow \begin{cases} 4x > 2 \\ 4x \ge 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > \frac{1}{2} \\ x \ge \frac{1}{4} \end{cases} \Rightarrow x \ge \frac{1}{2}$. Thỏa mãn $x > 1$.

Khi đó, biểu thức (*) trở thành:

$$\frac{-(x^2-y^2)(1-\sqrt{4x-1})}{y^2(1-\sqrt{4x-1})}=-6 \Leftrightarrow \frac{y^2-x^2}{y^2}=-6 \Leftrightarrow 1-\left(\frac{x}{y}\right)^2=-6 \Leftrightarrow \left(\frac{x}{y}\right)^2=7 \Rightarrow \frac{x}{y}=\pm\sqrt{7}$$

Vì $x > 1$ và $y < 0$ nên $\frac{x}{y}=-\sqrt{7}$.

Câu 2:

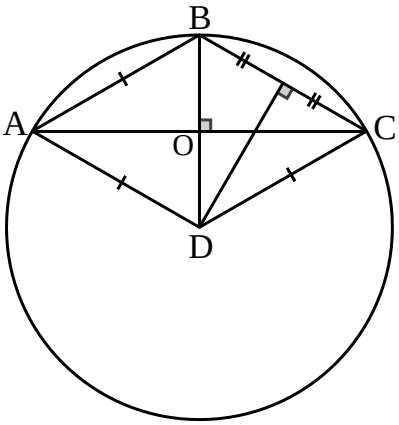
a) Điều kiện xác định: $y \ge -7$.

Hệ phương trình tương đương hai hệ sau:

Hệ (I) $\begin{cases} x^2 = y-2 \\ \sqrt{x^2+9}+\sqrt{y+7}=8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = y-2 \\ \sqrt{y+7}=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\pm\sqrt{7} \\ y=9 \end{cases}$

Hệ (II) $\begin{cases} \sqrt{(x^2+9)(y+7)}=15 \\ \sqrt{x^2+9}+\sqrt{y+7}=8 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{cases} \sqrt{x^2+9}=3 \\ \sqrt{y+7}=5 \end{cases} \begin{cases} \sqrt{x^2+9}=5 \\ \sqrt{y+7}=3 \end{cases}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{cases} x=0 \\ y=18 \end{cases} \begin{cases} x=\pm 4 \\ y=2 \end{cases}\right.$

b)



Ta có:

Diện tích hình thoi: $S_{ABCD} = AC.BD = 18\sqrt{3} \Leftrightarrow AC.AB = 18\sqrt{3}\,m^2$ (1)

và $\cos\widehat{BAO} = \cos 30^0 = \dfrac{OA}{AB} = \dfrac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow \dfrac{AC}{2AB} = \dfrac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow AC = AB\sqrt{3}$ (2)

Từ (1) và (2), suy ra: $AB^2 = 18 \Rightarrow AB = 3\sqrt{2}\ (m) \Rightarrow AC = 3\sqrt{6}\ (m)$.

Chu vi hình thoi là: $C_{ABCD} = 4AB = 4.3\sqrt{2} = 12\sqrt{2}m$.

Gọi bán kính đường tròn ngoại tiếp ΔABC là R.

Khi đó: $\sin 30^0 = \dfrac{BC}{2.R} \Leftrightarrow \dfrac{1}{2} = \dfrac{3\sqrt{2}}{2.R} \Rightarrow R = 3\sqrt{2}\ (m)$

Câu 3:

a) Khi m = -1, phương trình trở thành: $\dfrac{x^2+4x+3}{x+3} = 0 \Rightarrow \dfrac{(x+1)(x+3)}{x+3} = 0$

Điều kiện: $x \neq -3$. Suy ra: Phương trình có nghiệm x= -1.

b) Điều kiện: $m \neq 0$.

Ta có:

$\dfrac{mx^2+(m-3)x+2m-1}{x+3} = 0 \Leftrightarrow \dfrac{m(x^2+x+2)-3x-1}{x+3} = 0$, $(x \neq -3)$ (1)

và $21x_1 + 7m(2+x_2+x_2^2) = 58 \Rightarrow m(2+x_2+x_2^2) = \dfrac{58-21x_1}{7}$ (2)

Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình: $m(x^2+x+2)-3x-1=0$, $(x \neq -3)$

Khi đó, ta có: $\dfrac{m(x_2^2+x_2+2)-3x_2-1}{x+3} = 0 \Rightarrow m(x_2^2+x_2+2) = 3x_2+1$ (3)

Kết hợp (2) và (3), ta được: $\dfrac{58-21x_1}{7} = 3x_2+1 \Leftrightarrow 7(x_1+x_2) = 17$

Phương trình $\dfrac{mx^2+(m-3)x+2m-1}{x+3} = 0 \Leftrightarrow mx^2+(m-3)x+2m-1=0$, $(x \neq -3)$

Theo định lý Vi-et, ta có: $x_1+x_2 = \dfrac{3-m}{m}$

Suy ra: $7(x_1+x_2) = 17 \Leftrightarrow 7\left(\dfrac{3-m}{m}\right) = 17 \Leftrightarrow 21-7m = 17m \Leftrightarrow 24m = 21 \Rightarrow m = \dfrac{7}{8}$. (nhận)

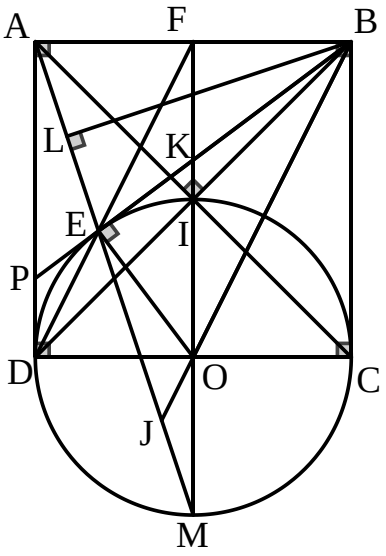
Câu 4:

a) Ta có: $\dfrac{x+y}{2} = \dfrac{a+b+2\sqrt{ab}}{4} = 100 \Leftrightarrow \sqrt{a}+\sqrt{b} = 20$. Vậy S = 20.

b) Vì x và y là hai đại lượng tỉ lệ nghịch. Nên nếu x tăng a% thì y giảm m%.
Do đó: (x + x.a%)(y - y.m%) = xy.

Vì x, y > 0 nên $(1 + a\%)(1 - m\%) = 1 \Leftrightarrow 1-\frac{m}{100}=\frac{100}{100+a} \Leftrightarrow m=\frac{100a}{100+a}$

Câu 5:



a) Ta chứng minh được: ΔOBE = ΔOBC (c.g.c)
$\Rightarrow$ BE = BC.
Mà BC = BA $\Rightarrow$ BE = BA.
Vậy ΔABE cân tại B.

Ta có: Δ EBC cân tại O và BO là đường phân giác của $\widehat{EBC}$. $\Rightarrow$ BO $\perp$ EC.
Mà DE $\perp$ EC nên DF // BO va BF // OD.
Suy ra: Tứ giác DOBF là hình bình hành. Mà DO = a. Suy ra: AF = a.
b) Ta chứng minh được O, I , F thẳng hàng.

OB là tia phân giác của $\widehat{EBC}$, OP là tia phân giác của $\widehat{EOC}$, $\widehat{EBC}$ và $\widehat{EOC}$ nên $\widehat{BOP} = 90^0$.
Gọi K là giao điểm của OF và BP.
Dùng đường trung bình của hình thang ta chứng minh được minh được K là trung điểm của BP.
ΔOPB vuông tại O có OK là đường trung tuyến ứng với cạnh huyền BP.
$\Rightarrow KO = KP = KB \Rightarrow ... \Rightarrow KO \perp CD$.
$\Rightarrow$ Đường tròn ngoại tiếp ΔABP tiếp xúc với CD.

c) Ta có: $\widehat{IEF} = \widehat{ICD}$, $\widehat{ICD} = \widehat{IAF} \Rightarrow \widehat{IEF} = \widehat{IAF}$

$\Rightarrow$ Tứ giác AFIE nội tiếp $\Rightarrow$ $\widehat{IEM} = \widehat{AFI} = 90^0$
$\Rightarrow$ IM là đường kính của đường tròn T.
$\Rightarrow$ I, O, M thẳng hàng.
$\Rightarrow$ I, O, M, F thẳng hàng.
$\Rightarrow$ FM = 3a.
ΔAFM vuông tại F $\Rightarrow AM^2 = AF^2 + FM^2 \Rightarrow AM^2 = 9a^2 + a^2 = 10a^2$, (AM > 0)
Suy ra: AM = $a\sqrt{10}$.

----- HẾT -----

ĐẠI HỌC QUỐC GIA TP HỒ CHÍ MINH
TRƯỜNG PTNK - ĐHQG TP HỒ CHÍ MINH

ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10
Năm học: 2014 - 2105

Môn thi: TOÁN (chuyên)
Thời gian làm bài: 150 phút
Không kể thời gian phát đề.

Câu I:

Cho phương trình: $\left(m^2+5\right)x^2-2mx-6m=0$ (1) với m là tham số.

a) Tìm m sao cho phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt. Chứng minh khi đó tổng của hai nghiệm không thể là số nguyên.

b) Tìm m sao cho phương trình (1) có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn điều kiện:

$$\left(x_1x_2-\sqrt{x_1+x_2}\right)^4=16$$

Câu II:

1) Giải hệ phương trình: $\begin{cases}2\left(1+x\sqrt{y}\right)^2=9y\sqrt{x}\\2\left(1+y\sqrt{x}\right)^2=9x\sqrt{y}\end{cases}$

2) Cho tam giác ABC vuông tại A với các đường phân giác trong BM và CN. Chứng minh bất đẳng thức: $\dfrac{(MC+MA)(NB+NA)}{MA.NA}\geq 3+2\sqrt{2}$

Câu III: Cho các số nguyên dương a, b, c sao cho $\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}=\dfrac{1}{c}$.

a) Chứng minh rằng a + b không thể là số nguyên tố.

b) Chứng minh rằng nếu c > 1 thì a +c và b + c không thể đồng thời là số nguyên tố.

Câu IV: Cho điểm C thay đổi trên nửa đường tròn đường kính AB = 2R, (C ≠ A, C ≠ B). Gọi H là hình chiếu vuông góc của C lên AB; I và J lần lượt là tâm đường tròn nội tiếp các tam giác ACH và BCH. Các đường thẳng CI, CJ cắt AB lần lượt tại M, N.

a) Chứng minh rằng: AN = AC, BM = BC.

b) Chứng minh 4 điểm M, N, J, I cùng nằm trên một đường tròn và các đường thẳng MJ, NI, CH đồng quy.

c) Tìm giá trị lớn nhất của MN và giá trị lớn nhất của diện tích tam giác CMN theo R.

Câu V: Cho 5 số tự nhiên phân biệt sao cho tổng của ba số bất kỳ trong chúng lớn hơn tổng của hai số còn lại.

a) Chứng minh rằng tất cả 5 số đã cho đều không nhỏ hơn 5.

b) Tìm tất cả các bộ gồm 5 số thỏa mãn đề bài mà tổng của chúng nhỏ hơn 40.

---------- Hết ----------

Ghi chú: ***Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.***

Họ và tên thí sinh: ..... Số báo danh: .....

ĐÁP ÁN

Câu I:

a) Dễ dàng chứng minh m > 0. Khi đó tổng 2 nghiệm bằng $\frac{2m}{m^2+5}$ do $2m < m^2 + 5$ nên không thể là số nguyên.

b) Dễ thấy: P < 0 nên $P-\sqrt{S}<0$. Suy ra: $P-\sqrt{S}=-2$. Để ý là P = −3S.

Suy ra S = 49.

Giải ra ta được: m = 2; m = $\frac{5}{2}$.

Câu II:

1) Điều kiện xác định: $x, y \geq 0$.

Đặt: $x\sqrt{y}=a\geq 0;\ y\sqrt{x}=b\geq 0$.

Ta có hệ phương trình: $\begin{cases}2(1+a)^2=9b\\2(1+b)^2=9a\end{cases}$

Trừ hai vế của phương trình, ta có:

(a - b)(2a + 2b + 13) = 0. Vì 2a + 2b + 13 > 0.

Do đó: $a=b\Rightarrow x=y\Rightarrow\left(x\sqrt{x}-2\right)\left(2x\sqrt{x}-1\right)=0$.

Ta có: $x=y=\sqrt[3]{4}$; $x=y=\sqrt[3]{\frac{1}{4}}$

2) Ta có:

$$VT=\left(\frac{MC}{MA}+1\right)\left(\frac{NB}{NA}+1\right)\geq\left(\sqrt{\frac{BC^2}{AB.AC}}+1\right)^2\geq\left(\sqrt{2}+1\right)^2=3+2\sqrt{2}\ \text{(đpcm)}$$

Câu III:

a) Từ đề bài ta có: c(a + b) = ab, suy ra: ab chia hết cho a + b.

Giả sử a + b nguyên tố. Ta có a < a + b, suy ra (a, a + b) = 1.

Suy ra b chia hết cho a + b (vô lý vì 0 < b < a + b).

b) Giả sử a + c và b + c đều là số nguyên tố.

Khi đó:

$c(a+b)=ab\Leftrightarrow ca=ab-bc\Leftrightarrow ca+ab=2ab-bc\Rightarrow a(b+c)=b(2a-c)$ và $b(a+c)=a(2b-c)$

Ta thấy: b + c nguyên tố và b + c > b nên b + c và b là nguyên tố cùng nhau;

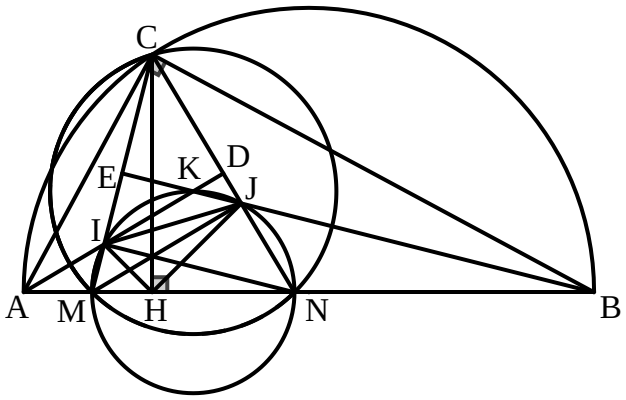
Tương tự: a + c và a nguyên tố cùng nhau.

Mà $a(b+a)\vdots b\Rightarrow a\vdots b,\ b(a+c)\vdots a\Rightarrow b\vdots a$, suy ra: a = b = 2c

Suy ra: a + c = b + c = 3c không là số nguyên tốt vì c > 1.

Vậy khi c > 1 thì a + c và b + c không thể đồng thời là số nguyên tố.

Câu IV:



a) Ta có: $\widehat{HCB} = \widehat{CAB}$ (cùng phụ $\widehat{ABC}$) và $\widehat{HCA} = \widehat{CBA}$ (cùng phụ $\widehat{CAB}$)

Ta có: $\widehat{CAN} = \widehat{NAC} + \widehat{ABC} = \widehat{HAN} + \widehat{ACB} = \widehat{CAN}$.

Suy ra: Tam giác CAN cân tại A hay AN = AC. Chứng minh tương tự, ta có: BM = BC.

b) ΔCAN cân tại A có AI là phân giác nên cũng là đường trung trực.

Suy ra: IC = IN.

$\Rightarrow \widehat{INC} = \widehat{ICN} = \widehat{ICH} + \widehat{NCH} = \frac{1}{2}\widehat{ACH} + \frac{1}{2}\widehat{BCH} = 45^0$

Tương tự: $\widehat{JMC} = 45^0$

Tứ giác MIJN có $\widehat{JMC} = \widehat{INC} = 45^0$ nên là tứ giác nội tiếp hay M, N, I, J cùng nằm trên một đường tròn.

ΔINC cân có $\widehat{ICN} = 45^0$ nên $\widehat{CIN} = 90^0$. Suy ra: CI ⊥ CM.

Chứng minh tương tự: MJ ⊥ CN.

ΔCMN có CH, MJ và NI là các đường cao nên đồng quy.

c) Đặt: AC = b, BC = a. Ta có: $a^2 + b^2 = BC^2 = 4R^2a$

AN AC = b, BM = BC = a.

AN + BN = BC + MN $\Rightarrow$ MN = a + b - BC = a + b - 2R.

Ta có:

$$(a-b)^2 \ge 0 \Rightarrow 2ab \le a^2 + b^2 \Rightarrow (a+b)^2 \le 2(a^2+b^2) = 8R^2$$

$$\Rightarrow a + b \le 2\sqrt{2}R \Rightarrow a + b - 2R \le 2R(\sqrt{2}-1)$$

Đẳng thức xảy ra: a = b = $R\sqrt{2}$.

Vậy giá trị lớn nhất của MN bằng $2R(\sqrt{2}-1)$ khi C là điểm chính giữa đường tròn.

Khi đó: $S_{CMN} = \frac{1}{2}CH.MN \le \frac{1}{2}R.2R(\sqrt{2}-1) = R^2(\sqrt{2}-1)$

Đẳng thức xảy ra khi C là điểm chính giữa đường tròn.

Câu V:

a) Gọi 5 số đó là a, b, c, d, e. Do các số đều phân biệt nên ta có thể giả sử a < b < c < d < e.

Theo giả thiết, ta có: a + b + c > d + e. Suy ra: a + b + c ≥ d + e + 1.

Suy ra: a ≥ d + e + 1 - b - c.

Mà b, c, d, e là số tự nhiên nên từ:

d > c > b $\Rightarrow$ d ≥ c + 1, c ≥ b + 1 $\Rightarrow$ d ≥ b + 2 $\Rightarrow$ d - b ≥ 2

e > d > c $\Rightarrow$ a ≥ c + 2 $\Rightarrow$ e - c ≥ 2.

Do đó: a ≥ (d - b) + (e - c) + 1 ≥ 5. Suy ra: b, c, d, e > 5.

Vậy tất cả các số đều không nhỏ hơn 5.

b) Nếu a ≥ 6 $\Rightarrow$ b ≥ 7, c ≥ 8, d ≥ 9, e ≥ 10 $\Rightarrow$ a +b + c + d + e ≥ 40 (vô lý)

Suy ra: a < 6.

Theo câu a, ta có: a = 5.

Ta có: $b + c + 5 \geq d + e + 1 \Rightarrow b + c \geq d + e - 4$.
Mà $d - 2 \geq b$, $e - 2 \geq 4 \Rightarrow d + e - 4 \geq b + c$.
Do đó: $b = d - 2$, $c = e - 2$.
$\Rightarrow a + b + c + d + e = 5 + 2b + 2c + 4 < 40$.
$\Rightarrow b + c < \frac{31}{2} \Rightarrow 2b + 1 < \frac{31}{2} \Rightarrow b \leq 7$.
Từ đó, ta có: $b = 6$, $b = 7$.
Nếu $b = 6$, ta có: $d = 8$, suy ra: $c = 7$ và $e = 9$. Ta có bộ: (5; 6; 7; 8; 9)
Nếu $b = 7$, ta có $d = 9$, suy ra: $c = 8$ và $e = 10$. Ta có bộ: (5; 7; 8; 9; 10)

----- HẾT -----

ĐẠI HỌC SƯ PHẠM TP HỒ CHÍ MINH
TRƯỜNG THTH - ĐHSP TP HỒ CHÍ MINH

ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10
Năm học: 2014 - 2105

Môn thi: TOÁN (vòng 1)
Thời gian làm bài: 120 phút
Không kể thời gian phát đề.

Câu 1:

1) Cho phương trình: $x^2 - 2(3m - 1)x + m^2 - 6m = 0$ (x là ẩn số, m là tham số)

a) Chứng minh phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi m.

b) Gọi x_1, x_2 là 2 nghiệm nói trên. Tìm m để: $x_1^2 + x_2^2 - 3x_1x_2 = 41$.

2) Thu gọn các biểu thức sau:

a) $A = \dfrac{\sqrt{3-\sqrt{5}}\left(3+\sqrt{5}\right)}{\sqrt{10}+\sqrt{2}}$

b) $B = \left(\dfrac{x+\sqrt{xy}}{\sqrt{x}+\sqrt{y}} - 2\right) : \dfrac{1}{\sqrt{x}+2}, \ \forall x, y > 0$

Câu 2:

1) Vẽ đồ thị (P) của hàm số $y = -\dfrac{1}{4}x^2$ và đường thẳng (D): $y = \dfrac{1}{2}x - 2$ trên cùng một hệ trục tọa độ.

2) Tìm tọa độ các giao điểm của (P) và (D) ở câu trên bằng phép tính.

Câu 3:

1) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} \dfrac{9}{x^2+4x} + 2y = 1 \\ (x+2)^2 - 8y + 15 = 0 \end{cases}$

2) Giải phương trình: $\left(x^2 - x + 1\right)^4 + 4x^2\left(x^2 - x + 1\right)^2 = 5x^4$.

Câu 4:

Cho tam giác ABC (AB < AC) có O là trung điểm BC. Đường tròn đường kính BC cắt hai cạnh AB và AC lần lượt tại N và M. Gọi H là giao điểm của BM và CN, đường thẳng AH cắt BC tại K. Gọi I là trung điểm AH.

a) Chứng minh AK vuông góc với BC và AN.AB = AM.AC = AH.AK.

b) Chứng minh O, N, M, I cùng thuộc một đường tròn.

c) Chứng minh tứ giác MOKN nội tiếp.

d) Gọi E là trung điểm BM. Biết BN = MN = $2\sqrt{5}$cm và MC = 6cm. Tính BC.

---------- Hết ----------

Ghi chú: ***Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.***

Họ và tên thí sinh: ..... Số báo danh: .....

ĐÁP ÁN

Câu 1:

1) Phương trình: $x^2 - 2(3m - 1)x + m^2 - 6m = 0$ (1)

a) Ta có: $\Delta = [2(3m - 1)]^2 - 4(m^2 - 6m) = 36m^2 - 24m + 4 - 4m^2 + 24m = 32m^2 + 4 > 0$.

Suy ra: Phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt.

b) Theo định ký Vi-et, ta có:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 2(3m-1) \\ x_1 x_2 = m^2 - 6m \end{cases}$$

Ta có:

$$x_1^2 + x_2^2 - 3x_1x_2 = 41$$

$$\Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 5x_1x_2 = 41$$

$$\Leftrightarrow 4(3m-1)^2 - 5(m^2 - 6m) = 41$$

$$\Leftrightarrow 31m^2 + 6m - 37 = 0$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = 1 \\ m = -\dfrac{37}{31} \end{array}\right.$$

2)

a) $A = \dfrac{\sqrt{3-\sqrt{5}}\left(3+\sqrt{5}\right)}{\sqrt{10}+\sqrt{2}} = \dfrac{2\sqrt{3+\sqrt{5}}}{\sqrt{2}\left(\sqrt{5}+1\right)} = \dfrac{\sqrt{6+2\sqrt{5}}}{\sqrt{5}+1} = 1$

b) $B = \left(\dfrac{x+\sqrt{xy}}{\sqrt{x}+\sqrt{y}} - 2\right) : \dfrac{1}{\sqrt{x}+2} = \left(\dfrac{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}+\sqrt{y}\right)}{\sqrt{x}+\sqrt{y}} - 2\right) : \dfrac{1}{\sqrt{x}+2} = \left(\sqrt{x}-2\right) : \dfrac{1}{\sqrt{x}+2} = x - 4$

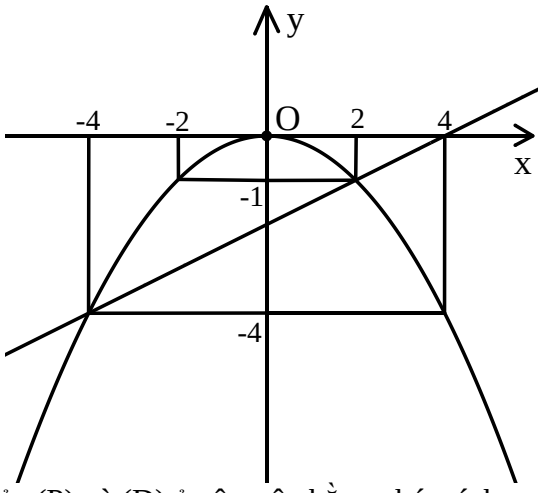
Câu 2:

1) Bảng giá trị:

x	- 4	- 2	0	2	4
$y = -\dfrac{1}{4}x^2$	- 4	- 1	0	- 1	- 4

x	0	2
$y = \dfrac{1}{2}x - 2$	- 2	- 1

Đồ thị:



2) Tìm tọa độ các giao điểm của (P) và (D) ở câu trên bằng phép tính.

Ta có phương trình hoành độ giao điểm của (D) và (P) là:

$$-\frac{1}{4}x^2=\frac{1}{2}x-2\Leftrightarrow x^2+2x-8=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=2\Rightarrow y=-1\\x=-4\Rightarrow y=-4\end{array}\right.$$

Vậy ta có 2 giao điểm (2; -1) và (-4; -4).

Câu 3: Ta có hệ phương trình tương đương:

$$\begin{cases}x^2+4x=\dfrac{9}{1-2y} & (1)\\ x^2+4x=8y-19 & (2)\end{cases}$$

Từ hệ trên, suy ra: Điều kiện: $y\neq\frac{1}{2}$.

$$\frac{9}{1-2y}=8y-19\Leftrightarrow 8y^2-23y+14=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}y=2\\y=\dfrac{7}{8}\end{array}\right.$$

Với $y=2\Rightarrow x^2+4x+3=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\\x=-3\end{array}\right.$

Với $y=\frac{7}{8}\Rightarrow x^2+4x+12=0$ phương trình này vô nghiệm.

Vậy hệ phương trình có 2 nghiệm (x; y) là $(-1;\,2);\,(-3;\,2)$.

2) Giải phương trình: $\left(x^2-x+1\right)^4+4x^2\left(x^2-x+1\right)^2=5x^4$.

Ta có: $\Delta=\left(4x^2\right)^2-4.\left(-5x^2\right)=36x^4\geq 0$

Suy ra phương trình có hai nghiệm phân biệt là:

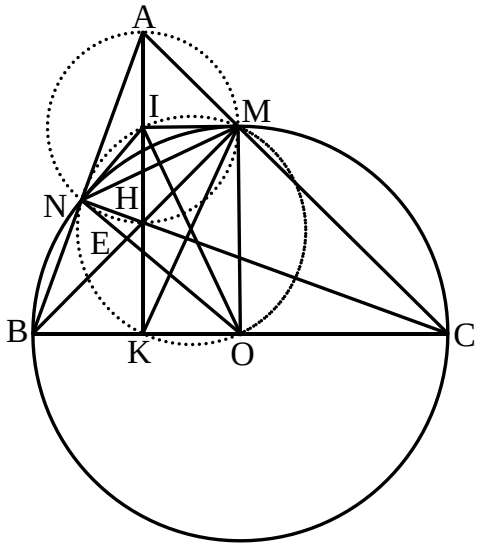
$$x^2-x+1=\frac{-4x^2+6x^2}{2}=x^2\Leftrightarrow x-1=0\Leftrightarrow x=1$$

hoặc

$$x^2-x+1=\frac{-4x^2-6x^2}{2}=-5x^2\Leftrightarrow 6x^2-x+1=0$$ vô nghiệm.

Vậy phương trình đã cho có một nghiệm x = 1.

Câu 4:



a) Ta có: $\widehat{BNC}=90^0$ và $\widehat{BMC}=90^0$ (góc nội tiếp nửa đường tròn)

Suy ra: CN, BM là hai đường cao của ΔABC.
Mà H là giao điểm của BM và CN.
$\Rightarrow$ AH là đường cao thứ ba của ΔABC.
$\Rightarrow$ AH $\perp$ BC.
Chứng minh: AN.AB = AM.AC = AH.AK.
Xét ΔAMB và ΔANC, có: $\widehat{A}$ là góc chung, $\widehat{AMB} = \widehat{ANC} = 90^0$

$$\Rightarrow \Delta AMB \backsim \Delta ANC \text{ (g-g)} \Rightarrow \frac{AM}{AN} = \frac{AB}{AC} \Rightarrow AN.AB = AM.AC \qquad (1)$$

Ta có, tứ giác HMCK là tứ giác nội tiếp vì $\widehat{HMC} = \widehat{HKC} = 90^0 \Rightarrow \widehat{HKM} = \widehat{HCM}$ (cùng chắn $\overset{\frown}{HM}$)
$\Rightarrow \widehat{AKM} = \widehat{HCA}$
Xét ΔAKM và ΔACH, có: $\widehat{A}$ là góc chung, $\widehat{AKM} = \widehat{HCA}$ (chứng minh trên)

$$\Rightarrow \Delta AKM \backsim \Delta ACH \text{ (g-g)} \Rightarrow \frac{AM}{AH} = \frac{AK}{AC} \Rightarrow AM.AC = AH.AK \qquad (2)$$

Từ (1) và (2), suy ra: AN.AB = AM.AC = AH.AK.
b)

$$\left.\begin{matrix} IN = IM \\ OM = ON \end{matrix}\right\} \Rightarrow \text{OI là đường trung trực của MN}$$

$\Rightarrow$ OI là đường nối tâm và MN là dây chung.
Vậy O, N, M, I nằm trên một đường tròn.
c) Vì AK $\perp$ BC $\Rightarrow \widehat{IKO} = 90^0 \Rightarrow$ K thuộc đường tròn đường kính IO.
Vậy M, O, K, N nội tiếp (theo câu b).
d) Gọi E là trung điểm BM. Biết BN = MN = $2\sqrt{5}$cm và MC = 6cm. Tính BC.
Đặt: BC = R, (R: Bán kính đường tròn (O)).

$$\text{Vì } \left.\begin{matrix} NB = NM \\ OB = OM \end{matrix}\right\} \Rightarrow \text{NO là đường trung trực của BM} \Rightarrow NO \perp BM \text{ và } AC \perp BM.$$

$\Rightarrow$ OE // MC $\Rightarrow$ OE là đường trung bình của ΔMBC $OE = \frac{1}{2}MC$.

Ta có: $EN = ON - OE = R - \frac{1}{2}MC = R - \frac{1}{2}.6 = R - 3$
Áp dụng định lý Pitago, ta có:
$BN^2 = BE^2 + EN^2$

$$\Leftrightarrow \left(2\sqrt{5}\right)^2 = BE^2 + \left(R-3\right)^2$$

$$\Rightarrow BE^2 = 20 - \left(R-3\right)^2$$

$$\Rightarrow BE = \sqrt{11 - R^2 + 6R}$$

Trong ΔBMC vuông tại M, ta có:
$BC^2 = BM^2 + MC^2$

$$\Leftrightarrow \left(2R\right)^2 = \left(2\sqrt{11 - R^2 + 6R}\right)^2 + 6^2$$

$$\Leftrightarrow R^2 = \left(11 - R^2 + 6R\right) + 9$$

$$\Leftrightarrow R^2 - 3R - 10 = 0$$

$$\Leftrightarrow R = 5.$$

Vậy BC = 5cm.

----- HẾT -----

ĐẠI HỌC SƯ PHẠM TP HỒ CHÍ MINH
TRƯỜNG THTH - ĐHSP TP HỒ CHÍ MINH

ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10
Năm học: 2014 - 2105

Môn thi: TOÁN (vòng 2)
Thời gian làm bài: 150 phút,
không kể thời gian phát đề.

Câu 1: Giải các phương trình sau:

1) $\sqrt{3x+4}-\sqrt{2x+1}=1$

2) $\left(x+\sqrt{x}+1\right)^2=2x^2-30x+2$

Câu 2:

1) Có hay không số nguyên tố p thỏa mãn 8p - 1 và 8p + 1 cũng là các số nguyên tố.

2) Tìm tất cả các số nguyên dương x, y thỏa mãn $3^x - 2^y = 1$.

Câu 3:

1) Cho a + b = 2. Chứng minh rằng: $a^2+b^2 \le a^4+b^4$.

2) Cho x, y, z > 0 và xy + yz + zx = 1. Chứng minh rằng:

$$\frac{x}{\sqrt{1+x^2}}+\frac{y}{\sqrt{1+y^2}}+\frac{z}{\sqrt{1+z^2}} \le \frac{3}{2}$$

Câu 4:

1) Cho tam giác ABC. Trên các cạnh BC, CA, AB lần lượt lấy các điểm D, E, F. Gọi (d_1) là đường thẳng qua D vuông góc với BC, (d_2) là đường thẳng qua E vuông góc với CA, (d_3) là đường thẳng qua F và vuông góc với AB. Chứng minh rằng (d_1), (d_2), (d_3) đồng quy khi và chỉ khi có đẳng thức sau:

$$\left(DB^2-DC^2\right)+\left(EC^2-EA^2\right)+\left(FA^2-FB^2\right)=0$$

2) Cho tứ giác ABCD nội tiếp đường tròn (O). Gọi E là điểm trên cung nhỏ AB. Gọi H, K, P, Q lần lượt là hình chiếu vuông góc của B lên AC, CD, AE, DE. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AD, HK.

a) Chứng minh rằng AD, PQ, HK đồng quy.

b) Chứng minh rằng MN vuông góc với NB.

Câu 5:

Cho một đa giác đều 50 đỉnh. Người ta ghi lên mỗi đỉnh của đa giác số 1 hoặc số 2. Biết rằng có 20 đỉnh ghi số 1, 30 đỉnh ghi số 2 và các số trên 3 đỉnh liên tiếp bất kỳ không đồng thời bằng nhau. Hãy tính tổng của tất cả các tích 3 số trên ba đỉnh liên tiếp của đa giác trên.

---------- Hết ----------

Ghi chú: ***Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.***

Họ và tên thí sinh: ..... Số báo danh: .....

ĐÁP ÁN

Câu 1:

a) ĐKXĐ: $\begin{cases} 3x+4 \ge 0 \\ 2x+1 \ge 0 \\ x+2 \ge 0 \end{cases} \Rightarrow x \ge -\frac{1}{2}$

Phương trình tương đương:

$\sqrt{3x+4} = 1+\sqrt{2x+1} \Leftrightarrow 3x+4 = 2x+2+2\sqrt{2x+1}$

$\Leftrightarrow x+2 = 2\sqrt{2x+1} \Leftrightarrow x^2+4x+4 = 8x+4$

$\Leftrightarrow x^2-4x = 0 \Leftrightarrow x(x-4) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 4 \end{array}\right.$

Vậy S = {0; 4}

b)

$\left(x+\sqrt{x}+1\right)^2 = 2x^2-30x+2 \Leftrightarrow -x^2+2x\sqrt{x}+33x+2\sqrt{x}-1 = 0$

$\Leftrightarrow x-2\sqrt{x}+33x-\frac{2}{\sqrt{x}}+\frac{1}{\sqrt{x}} = 0 \Leftrightarrow x+\frac{1}{x}-2\left(\sqrt{x}+\frac{1}{\sqrt{x}}\right)-33 = 0$

$\Leftrightarrow \left(\sqrt{x}+\frac{1}{\sqrt{x}}\right)^2-2\left(\sqrt{x}+\frac{1}{\sqrt{x}}\right)-35 = 0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \sqrt{x}+\frac{1}{\sqrt{x}} = 7 \\ \sqrt{x}+\frac{1}{\sqrt{x}} = -5 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \frac{47+21\sqrt{5}}{2} \\ x = \frac{47-21\sqrt{5}}{2} \end{array}\right.$

Câu 2:

a) Xét p = 2, 3 không thỏa mãn nên xét với p > 3 thì ta có: $p \equiv 1, 2 \pmod 3$

Trường hợp 1: $p \equiv 1 \pmod 3 \Rightarrow 8p + 1 \equiv 8.1 + 1 \equiv 9 \equiv 0 \pmod 3$

Trường hợp 1: $p \equiv 2 \pmod 3 \Rightarrow 8p - 1 \equiv 8.2 + 1 \equiv 15 \equiv 0 \pmod 3$

Vậy không tồn tại giá trị p nguyên tố nào thỏa điều kiện trên.

b) Xét (x; y) = (1; 1), (2; 3) là nghiệm của phương trình.

Xét với $\begin{cases} x \ge 2 \\ y \ge 4 \end{cases}$

$\begin{cases} 3^x \equiv \pm 1 \pmod 4 \\ 2^y \equiv 0 \pmod 4 \\ 3^x \equiv 0 \pmod 3 \\ 2^y \equiv \pm 1 \pmod 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 2k \\ y = 2i+1 \\ i,\ k \in N^* \end{cases}$

$\Rightarrow 3^{2k}-1 = 2^y \Leftrightarrow \left(3^k-1\right)\left(3^k+1\right) = 2^y$

Đặt: m + n = y, với n > m thỏa:

$3^k - 1 = 2^m$; $3^k + 1 = 2^n \Rightarrow 2.3^k = 2^m + 2^n \Rightarrow 3^k = 2^{m-1} + 2^{n-1} = 2^{m-1}(1 + 2^{n-m})$

VT có ước nguyên tố là 3 nhưng không có ước nguyên tố là 2.

Vậy VT = VP khi và chỉ khi m = 1.

Với m = 1 thì

$$\begin{cases} 3^k = 2^{n-1}+1 \\ 3^{2k} = 2^y + 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3^{2k} = \left(1+2^{n-1}\right)^2 \\ 3^{2k} = 2^{n+1}+1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \left(2^{n-1}+1\right)^2 = 2^{n+1}+1 \Rightarrow \frac{\left(2^{n-1}+1\right)^2}{4} = 2^{n-1}+1-\frac{3}{4}$$

$$\Rightarrow \left(2^{n-1}+1\right)^2 - 4\left(2^{n-1}+1\right)+3=0$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2^{n-1}+1=1 \\ 2^{n-1}+1=3 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2^{n-1}=0 \\ 2^{n-1}=2 \end{array}\right. \Leftrightarrow n=2$$

$\Rightarrow y = m + n = 1 + 2 = 3.$

Mà y lẻ nên tồn tại giá trị x; y nguyên dương thỏa mãn phương trình với $\begin{cases} x \ge 2 \\ y \ge 4 \end{cases}$

Vậy tập nghiệm của phương trình là (x; y) = (1; 1), (2; 3).

Câu 3:

a) Ta có:

$$a^4+b^4 \ge \frac{\left(a^2+b^2\right)^2}{2} \ge \left(a^2+b^2\right).\frac{(a+b)^2}{4} = a^2+b^2$$

Đẳng thức xảy ra khi: a = b = 1.

b) Sử dụng bất đẳng thức: Cauchy Schwarz.

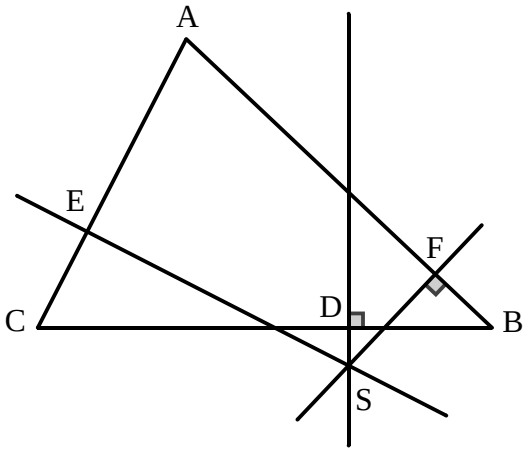
$$\frac{x}{\sqrt{1+x^2}}+\frac{y}{\sqrt{1+y^2}}+\frac{z}{\sqrt{1+z^2}} = \frac{x}{\sqrt{(x+y)(x+z)}}+\frac{y}{\sqrt{(x+y)(y+z)}}+\frac{z}{\sqrt{(z+y)(+z)}}$$

$$\le \frac{1}{2}\left(\frac{x}{x+y}+\frac{y}{x+y}+\frac{y}{y+z}+\frac{z}{y+z}+\frac{x}{x+z}+\frac{z}{x+z}\right) = \frac{1}{2}(1+1+1) = \frac{3}{2}$$

Đẳng thức xảy ra khi: $x = y = z = \frac{1}{\sqrt{3}}$

Câu 4:

1)



Gọi giao điểm của đường vuông góc với AC tại E và đường vuông góc với BC tại D là S.

Ta có hệ thức:

$DB^2 - DC^2 + EC^2 - EA^2 + FA^2 - FB^2 = 0$

$\Leftrightarrow BS^2 - SD^2 - CD^2 + CE^2 - EA^2 + FA^2 - FB^2 = 0$

$\Leftrightarrow BS^2 - CS^2 + CE^2 - EA^2 + FA^2 - FB^2 = 0$

$\Leftrightarrow BS^2 - ES^2 - EA^2 + FA^2 - FB^2 = 0$

$\Leftrightarrow BS^2 - AS^2 + FA^2 - FB^2 = 0$

$\Leftrightarrow BS^2 - FS^2 - FB^2 = 0$

$\Leftrightarrow BS^2 = FS^2 + FB^2$

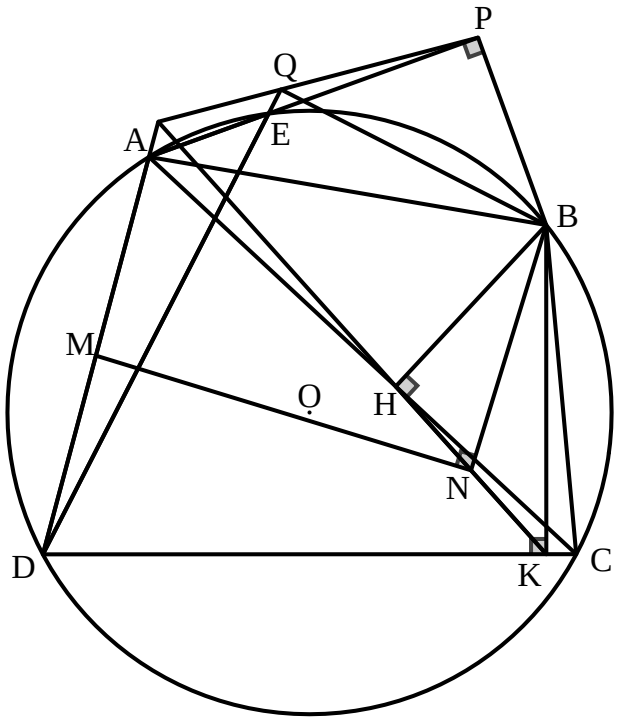
Từ S kẻ SF' $\perp$ AB tại F'.

$\Rightarrow SF'^2 + F'B^2 = SB^2$

$\Rightarrow F \equiv F'$

Vậy nếu thỏa hệ thức thì 3 đường thẳng đồng quy.

2)



a) Gọi I là giao điểm của HK và PQ.

Ta thấy và dễ dàng chứng minh rằng các tứ giác ABCD; AHBP; BQEP; BKCH VÀ BQDK nội tiếp

$$\begin{cases} \widehat{HCB} = \widehat{BEP} \\ \widehat{BHC} = \widehat{BPE} = 90^0 \end{cases} \Rightarrow \Delta HBC \backsim \Delta PBE \Rightarrow \widehat{HBC} = \widehat{PBE}$$

Do $\widehat{HBC} = \widehat{DKI}$ và $\widehat{PBE} = \widehat{PQE} = \widehat{DQI}$

$\Rightarrow \widehat{DKI} = \widehat{DQI}$

$\Rightarrow$ DKQI là tứ giác nội tiếp.

Chứng minh tương tự, suy ra: Tứ giác AIHP nội tiếp.

Từ 2 điều trên suy ra:

$$\begin{cases} \widehat{DIQ} = \widehat{DQK} = \widehat{DBK} & \text{DKQI nội tiếp} \\ \widehat{BID} = 90^0 & \text{IDKB nội tiếp} \\ \widehat{AIP} = \widehat{AHP} = \widehat{ABP} & \text{AIHP nội tiếp} \end{cases}$$

Suy ra: AIBP nội tiếp.

$\Rightarrow \widehat{BIA} = 90^0$

$\widehat{DIA} = \widehat{BIA} + \widehat{BID} = 90^0 + 90^0 = 180^0$

$\Rightarrow$ D, I, A thẳng hàng.

Vậy ta có điều phải chứng minh.

b) Dễ dàng chứng minh rằng: $\Delta BKH \backsim \Delta BDA$

Mà N là trung điểm HK và M là trung điểm DA

$\Rightarrow \Delta BNK \backsim \Delta BMD \Rightarrow \widehat{BNK} = \widehat{BMI}$

$\Rightarrow$ INBM nội tiếp.

$\Rightarrow \widehat{MNB} = \widehat{MIB} = 90^0 \Rightarrow NM \perp NB$

Câu 5:

Gọi các đỉnh ấy là a_1; a_2; a_3; ..., a_{50} (các đỉnh được đánh thứ tự theo chiều kim đồng hồ).

Xét các nhóm (a_1; a_2; a_3), (a_2; a_3; a_4), ..., (a_{48}; a_{49}; a_{50}), (a_{49}; a_{50}; a_1), (a_{50}; a_1; a_2).

Có tất cả 50 nhóm như vậy (mỗi đỉnh được lặp lại 3 lần).

Tổng cần tìm chính là tổng của các tích của các số ghi trên mỗi đỉnh ở từng nhóm.

Do 3 đỉnh liên tiếp không cùng ghi một số nên trong mỗi nhóm có thể xảy ra 2 trường hợp: Hoặc có 2 đỉnh ghi số 1, 1 đỉnh ghi số 2 (1), hoặc có 2 đỉnh ghi số 2, 1 đỉnh ghi số 1 (2).

Gọi số nhóm rơi vào trường hợp (1) là c, số nhóm rơi vào trường hợp (2) là d.

Số đỉnh ghi số 1 (bị lặp lại 3 lần là): 2c + d = 20.3 = 60.

Số đỉnh ghi số 2 (bị lặp lại 3 lần là): 2d + c = 30.3 = 90.

Từ đây suy ra được: c = 10 và d = 40.

Mỗi nhóm rơi vào trường hợp (1) có tích các đỉnh là 2, mỗi nhóm rơi vào trường hợp (2) có tích các đỉnh là 4.

Do đó tổng cần tìm là: 2c + 4d = 10.2 + 40.4 = 180.

----- HẾT -----

SỞ GD - ĐT TP HỒ CHÍ MINH **KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT**
TRƯỜNG THPT CHUYÊN LÊ HỒNG PHONG **NĂM HỌC: 2014 - 2105**

Môn thi: TOÁN CHUYÊN
Ngày thi 22/6/2014
Thời gian làm bài: 150 phút, không kể thời gian phát đề.

Câu 1: (2 điểm)

a) Giải phương trình: $x\sqrt{2x-3}=3x-4$

b) Cho 3 số thực x, y, z thỏa mãn điều kiện: x + y + z = 0 và xyz = 0. Tính giá trị của biểu thức:

$$P=\frac{x^2}{y^2+z^2-x^2}+\frac{y^2}{z^2+x^2-y^2}+\frac{z^2}{x^2+y^2-z^2}$$

Câu 2: (1,5 điểm)

Cho hệ phương trình: $\begin{cases} x+y+\dfrac{1}{y}=\dfrac{9}{x} \\ x+y-\dfrac{4}{x}=\dfrac{4y}{x^2} \end{cases}$

Câu 3: (1,5 điểm)

Cho tam giác đều ABC và M là một điểm bất kỳ trên cạnh BC. Gọi D, E lần lượt là hình chiếu vuông góc của M trên AB và AC. Xác định vị trí của M để tam giác MDE có chu vi nhỏ nhất.

Câu 4: (2 điểm)

a) Cho x, y là hai số thức khác 0. Chứng minh rằng: $\frac{x^2}{y^2}+\frac{y^2}{x^2}\ge\frac{x}{y}+\frac{y}{x}$

b) Cho a, b, là hai số dương. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $P=\frac{a^2+3ab+b^2}{\sqrt{ab}(a+b)}$

Câu 5: (2 điểm)

Từ một điểm M nằm ngoài đường tròn (O), kẻ các tiếp tuyến MA, MB với (O) (A, B là các tiếp điểm). Gọi H là giao điểm của AB với OM, I là trung điểm của MH. Đường thẳng AI cắt (O) tại điểm K (K khác A).

a) Chứng minh HK vuông góc với AI.

b) Tính số đo $\widehat{MKB}$.

Câu 6: (1 điểm)

Tìm cặp số nguyên (x, y) thỏa mãn phương trình:

$$2015\left(x^2+y^2\right)-2014(2xy+1)=25$$

---------- Hết ----------

Ghi chú: ***Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.***

Họ và tên thí sinh: ..... Số báo danh: .....

ĐÁP ÁN

Câu 1:

1) Điều kiện: $x \ge \frac{3}{2}$.

$x\sqrt{2x-3} = 3x-4$

$\Leftrightarrow x^2(2x-3) = (3x-4)^2$

$\Leftrightarrow 2x^3 - 3x^2 = 9x^2 - 24x + 16$

$\Leftrightarrow 2x^3 - 12x^2 + 24x - 16 = 0$

$\Leftrightarrow x^3 - 6x^2 + 12x - 8 = 0$

$\Leftrightarrow (x-2)^3 = 0$

$\Leftrightarrow x = 2$ (thỏa mãn điều kiện)

Vậy S = {2}.

2) Ta có: $x + y + z = 0 \Leftrightarrow y + z = -x \Leftrightarrow (y+z)^2 = x^2 \Leftrightarrow y^2 + z^2 - x^2 = -2yz$

Tương tự: $x^2 + z^2 - y^2 = -2xz$; $x^2 + y^2 - z^2 - 2xy$.

$$P = \frac{x^2}{y^2+z^2-x^2} + \frac{y^2}{z^2+x^2-y^2} + \frac{z^2}{x^2+y^2-z^2} = \frac{x^2}{-2yz} + \frac{y^2}{-2zx} + \frac{z^2}{-2xy} = \frac{x^3+y^3+z^3}{-2xyz}$$

Mà $x^3 + y^3 + z^3 = (x+y)^3 - 3x^2y - 3xy^2 + z^3 = (-z)^3 - 3xy(x+y) + z^3 = 3xyz$

Do đó: $P = \frac{3xyz}{-2xyz} = -\frac{3}{2}$

Câu 2: $\begin{cases} x + y + \frac{1}{y} = \frac{9}{x} & (1) \\ x + y - \frac{4}{x} = \frac{4y}{x^2} & (2) \end{cases}$

Lấy (1) trừ (2) , ta được: $\frac{1}{y} + \frac{4}{x} = \frac{9}{x} - \frac{4y}{x^2} \Leftrightarrow \frac{4y}{x^2} - \frac{5}{x} + \frac{1}{y} = 0 \Leftrightarrow x^2 - 5xy + 4y^2 = 0$

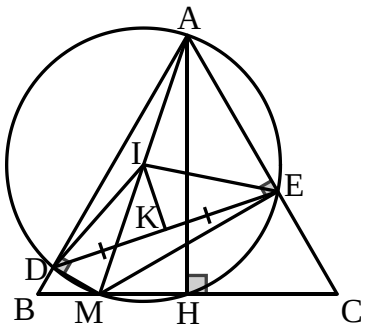
Giải ra, ta được: $x_1 = y$; $x_2 = 4y$.

Với x = y, thế vào (1), ta được: $2x - \frac{8}{x} = 0 \Leftrightarrow x^2 = 4 \Leftrightarrow x = y = \pm 2$

Với x = 4y, thế vào (1), ta được: $5y - \frac{5}{4y} = 0 \Leftrightarrow x^2 = \frac{1}{4} \Leftrightarrow x = \pm\frac{1}{2} \Rightarrow y = \pm 2$.

Vậy $S = \left\{(2;2), (-2;-2), \left(2;\frac{1}{2}\right), \left(-2;-\frac{1}{2}\right)\right\}$.

Câu 3:



Ta có: $C_{MDE} = MD + ME + DE = (BM + CM).\sin 60^0 + DE = BC.\sin 60^0 + DE$

Mà $BC.\sin 60^0$ không đổi.
Do đó chu vi ΔMDE nhỏ nhất $\Leftrightarrow$ DE nhỏ nhất.

Tứ giác ADME nội tiếp đường tròn đường kính AM $\left(\widehat{D}=\widehat{E}=90^0\right)$

Nên ΔADE cũng nội tiếp đường tròn đường kính AM, tâm I là trung điểm AM.
Gọi K là trung điểm DE.

Suy ra: IK $\perp$ DE và $\widehat{EIK}=\widehat{A}\left(=\frac{1}{2}\widehat{DIE}\right)$

Mà $\sin\widehat{KIE}=\frac{KE}{IE}=\frac{1}{2}\frac{DE}{R_{(I)}}=\frac{DE}{2R_{(I)}}=\frac{DE}{AM}$.

Suy ra: $DE = AM.\sin\widehat{BAC} = AM.\sin 60^0$.
Vì $\sin 60^0$ không đổi nên DE nhỏ nhất $\Leftrightarrow$ AM nhỏ nhất $\Leftrightarrow$ M $\equiv$ H (H là chân đường vuông góc hạ từ A xuống BC, mà ΔABC đều nên H là trung điểm của BC).
Vậy khi M là trung điểm BC thì chu vi ΔMDE nhỏ nhất.

Câu 4:

a) $\frac{x^2}{y^2}+\frac{y^2}{x^2}\ge\frac{y}{x}+\frac{x}{y},\ (x\ne 0, y\ne 0)$

$\Leftrightarrow \frac{x^2}{y^2}+\frac{y^2}{x^2}-\frac{y}{x}-\frac{x}{y}\ge 0 \Leftrightarrow \frac{x^4+y^4-x^3y-xy^3}{x^2y^2}\ge 0$

$\Leftrightarrow \frac{(x-y)(x^3-y^3)}{x^2y^2}\ge 0 \Leftrightarrow \frac{(x-y)^2(x^2+xy+y^2)}{x^2y^2}\ge 0$

$\Leftrightarrow \frac{(x-y)^2\left[\left(x+\frac{1}{2}y\right)^2+\frac{3}{4}y^2\right]}{x^2y^2}\ge 0$ luôn đúng với $\forall x\ne 0, y\ne 0$.

b)

$$P=\frac{a^2+3ab+b^2}{\sqrt{ab}(a+b)}=\frac{(a+b)^2+ab}{\sqrt{ab}(a+b)}=\frac{\frac{1}{4}(a+b)^2+ab+\frac{3}{4}(a+b)^2}{\sqrt{ab}(a+b)}$$

$$=\frac{\frac{1}{4}(a+b)^2+ab}{\sqrt{ab}(a+b)}+\frac{\frac{3}{4}(a+b)^2}{\sqrt{ab}}\ge\frac{2\sqrt{\frac{1}{4}(a+b)^2.ab}}{\sqrt{ab}(a+b)}+\frac{\frac{3}{4}.2\sqrt{ab}}{\sqrt{ab}}=1+\frac{3}{2}=\frac{5}{2}$$

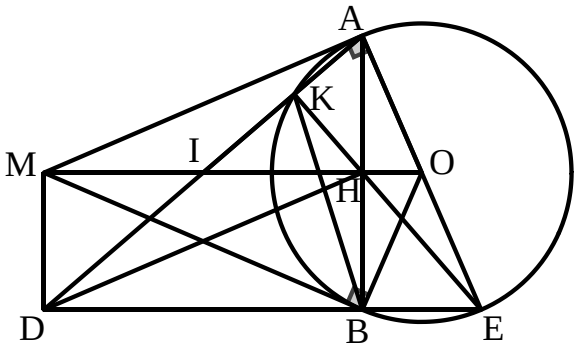
Dấu "=" xảy ra khi $\begin{cases}\frac{1}{4}(a+b)^2=ab\\ a=b\end{cases}\Leftrightarrow a=b$

Vậy $\text{Min}\,P=\frac{5}{2}\Leftrightarrow a=b$.

Câu 5:

a) Kẻ đường kính AE của (O), EH cắt (O) tại K', AK' cắt EB tại D.
Dễ thấy H là trực tâm ΔAED nên DH $\perp$ AO.
$\Rightarrow$ DH // AM (1)
Ta có: $\widehat{BDH}=\widehat{EAH}=\widehat{HMB}$ nên tứ giác HMDB nội tiếp.
Suy ra: $\widehat{HMD}=180^0-\widehat{HBD}=90^0$
$\Rightarrow HM\perp MD\Rightarrow DM//AH$ (2)

Từ (1), (2), suy ra: Tứ giác AHMD là hình bình hành.
$\Rightarrow$ AD đi qua trung điểm I của HM.
$\Rightarrow$ K' là giao điểm của AI với (O)
$\Rightarrow$ K' $\equiv$ K.
$\Rightarrow$ HK $\perp$ AI.



b) Ta có: $\widehat{IAM} = \widehat{ABK}$ (cùng chắn cung AK)
$\widehat{AMI} = \widehat{OBA}$ (OAMB nội tiếp)
Nên $\widehat{IAM} + \widehat{AMI} = \widehat{ABK} + \widehat{OBA} \Leftrightarrow \widehat{AIH} = \widehat{OBK}$.
Mặt khác:
$\widehat{AIH} + \widehat{KHI} = 90^0$
$\widehat{OBK} + \widehat{KBM} = 90^0$
Nên $\widehat{KHI} = \widehat{KBM}$
$\Rightarrow$ Tứ giác HKMB nội tiếp.
$\Rightarrow$ $\widehat{BKM} = \widehat{BHM} = 90^0$.

Câu 6:

$$2015\left(x^2 + y^2\right) - 2014\left(2xy + 1\right) = 25$$

$$\Leftrightarrow 2014\left(x - 2\right)^2 + x^2 + y^2 = 2039$$

Đặt: t = |x - y|, t $\in$ N, do x, y nguyên.
Xét các trường hợp:
- Trường hợp 1: t = 0 $\Leftrightarrow$ x = y $\Rightarrow$ Phương trình vô nghiệm.
- Trường hợp 2: t = 1 hay x = y + 1. Khi đó phương trình trở thành:
$(y + 1)^2 + y^2 = 25 \Leftrightarrow y^2 + y - 12 = 0 \Leftrightarrow$ y = 3 hay y = - 4.
Với y = 3 $\Rightarrow$ x = 4.
Với y = - 4 $\Rightarrow$ x = - 3.
Với x - y = - 1 hay x = y - 1. Khi đó phương trình trở thành:
$(y - 1)^2 + y^2 = 25 \Leftrightarrow y^2 - y - 12 = 0 \Leftrightarrow$ y = -3 hay y = 4.
Với y = - 3 $\Rightarrow$ x = - 4.
Với y = 4 $\Rightarrow$ x = 3.
Trường hợp 3: t $\geq$ 2. Khi đó vế trái lớn hơn vế phải. Nên phương trình vô nghiệm.
Vậy các cặp số thỏa mãn là (4; 3), (-3; - 4), (-4; -3); (3; 4).

------- HẾT -------

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
THÀNH PHỐ HỒ CHÍ MINH

KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT
NĂM HỌC: 2014 - 2105

Môn thi: TOÁN
Ngày thi 22/6/2014
Thời gian làm bài: 120 phút, không kể thời gian phát đề.
(Các trường có thi đề này: THPT Nguyễn Thượng Hiền, THPT Gia Định, THPT Mạc Đỉnh Chi, THPT Nguyên Hữu Cầu, THPT Nguyên Hữu Huân, THPT Củ Chi, THPT Trung Phú, THPT Chuyên Trần Đại Nghĩa)

Câu 1: (2 điểm) Giải các phương trình sau:

a) $x^2 - 7x + 12 = 0$

b) $x^2 - \left(\sqrt{2}+1\right)x + \sqrt{2} = 0$

c) $x^4 - 9x^2 + 20 = 0$

d) $\begin{cases} 3x - 2y = 4 \\ 4x - 3y = 5 \end{cases}$

Câu 2: (1,5 điểm)

a) Vẽ đồ thị (P) của hàm số $y = x^2$ và đường thẳng (D): $y = 2x + 3$ trên cùng một hệ trục tọa độ.

b) Tìm tọa độ các giao điểm của (P) và (D) ở câu trên bằng phép tính.

Câu 3: (1,5 điểm) Thu gọn các biểu thức sau:

$$A = \frac{5+\sqrt{5}}{\sqrt{5}+2} + \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}-1} - \frac{3\sqrt{5}}{3+\sqrt{5}}$$

$$B = \left(\frac{x}{x+3\sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{x}+3}\right) : \left(1 - \frac{2}{\sqrt{x}} + \frac{6}{x+3\sqrt{x}}\right), \left(x > 0\right)$$

Câu 4: (1,5 điểm)

Cho phương trình: $x^2 - mx - 1 = 0$ (1) (x là ẩn số)

a) Chứng minh phương trình (1) luôn có 2 nghiệm trái dấu.

b) Gọi x_1, x_2 là các nghiệm của phương trình (1).

Tính giá trị của biểu thức: $P = \frac{x_1^2 + x_1 - 1}{x_1} - \frac{x_2^2 + x_2 - 1}{x_2}$

Câu 5: (3,5 điểm)

Cho ΔABC có ba góc nhọn, nội tiếp đường tròn O (AB < AC). Các đường cao AD và CF của ΔABC cắt nhai tại H.

a) Chứng minh tứ giác BFHD nội tiếp. Suy ra: $\widehat{AHC} = 180^0 - \widehat{ABC}$.

b) Gọi M là điểm bất kỳ trên cung nhỏ BC của đường tròn (O) (M khác B và C) và N là điểm đối xứng của M qua AC. Chứng minh tứ giác AHCN nội tiếp.

c) Gọi I là giao điểm của AM và HC; J là giao điểm của AC và HN. Chứng minh: $\widehat{AJI} = \widehat{ANC}$.

d) Chứng minh rằng: OA ⊥ IJ.

---------- Hết ----------

Ghi chú: ***Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.***

Họ và tên thí sinh: ..... Số báo danh: .....

ĐÁP ÁN

Câu 1:

a) $x^2 - 7x + 12 = 0$. Giải ra ta được: x = 3; x = 4.

b) $x^2 - \left(\sqrt{2}+1\right)x + \sqrt{2} = 0$.

Nhận thấy: a + b + c = 0 nên phương trình có 2 nghiệm là x = 1; x $x = \sqrt{2}$.

c) $x^4 - 9x^2 + 20 = 0$.

Đặt: $t = x^2 \geq 0$.

Phương trình trở thành: $t^2 - 9t + 20 = 0$.

Giải ra ta được: t = 4(nhận) và t = 5 (nhận)

Với $t = 4 \Rightarrow x = \pm 2$.

Với $t = 5 \Rightarrow x = \pm\sqrt{5}$.

d) $\begin{cases} 3x - 2y = 4 \\ 4x - 3y = 5 \end{cases}$

Giải hệ phương trình này, ta được: $\begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}$

Câu 2:

a) Bảng giá trị:

x	- 2	- 1	0	1	2
$y = x^2$	4	1	0	1	4

x	-1	0
y = 2x + 3	1	3

Đồ thị (P) và (D):

b) Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (D):

$x^2 = 2x + 3$

$\Leftrightarrow x^2 - 2x - 3 = 0$

$\Leftrightarrow$ x = - 1 hoặc x = 3.

Với $x = -1 \Rightarrow y = 1$

Với $x = 3 \Rightarrow y = 9$.

Tọa độ giao điểm của (P) và (D) là: (-1; 1), (3; 9).

Câu 3:

$$A = \frac{5+\sqrt{5}}{\sqrt{5}+2} + \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}-1} - \frac{3\sqrt{5}}{3+\sqrt{5}} = \frac{\left(5+\sqrt{5}\right)\left(\sqrt{5}-2\right)}{1} + \frac{\sqrt{5}\left(\sqrt{5}+1\right)}{4} - \frac{3\sqrt{5}\left(3-\sqrt{5}\right)}{4}$$

$$A = 3\sqrt{5} - 5 + \frac{5+\sqrt{5}-9\sqrt{5}+15}{4} = 3\sqrt{5} - 5 + 5 - 2\sqrt{5} = \sqrt{5}$$

$$B = \left(\frac{x}{x+3\sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{x}+3}\right) : \left(1 - \frac{2}{\sqrt{x}} + \frac{6}{x+3\sqrt{x}}\right) = \left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3} + \frac{1}{\sqrt{x}+3}\right) : \left(\frac{x+3\sqrt{x}-2\left(\sqrt{x}+3\right)+6}{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}+3\right)}\right)$$

$$B = \left(\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+3}\right) : \left(\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+3}\right) = 1$$

Câu 4:

a) $x^2 - mx - 1 = 0$

Tính: $\Delta = m^2 + 4 > 0$

Vfa $P = x_1.x_2 = \frac{c}{a} = -1 < 0$

Vậy phương trình luôn có hai nghiệm trái dấu.

b)

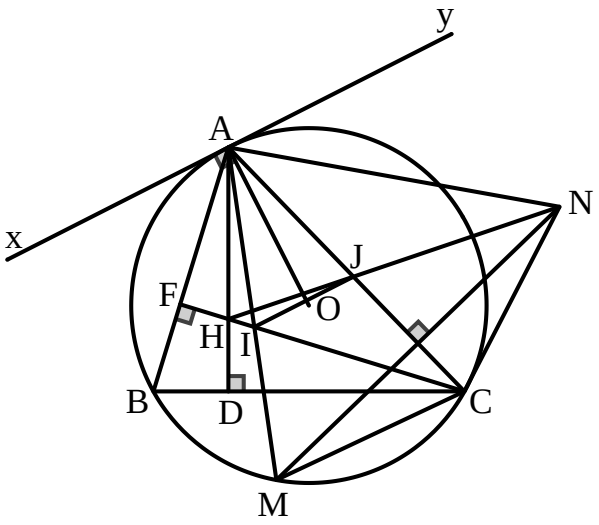
Theo Vi-et, ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = m \\ x_1 x_2 = -1 \end{cases}$

$$P = \frac{x_1^2 + x_1 - 1}{x_1} - \frac{x_2^2 + x_2 - 1}{x_2}$$

$$= \frac{x_1^2 + x_1 + x_1 x_2}{x_1} - \frac{x_2^2 + x_2 + x_1 x_2}{x_2}$$

$$= x_1 + 1 + x_2 - x_2 - 1 - x_1 = 0$$

Câu 5:



a) Ta có: $\widehat{BFC} = \widehat{BDA} = 90^0$ (AD, CF là các đường cao)

$\Rightarrow \widehat{BFC} + \widehat{BDA} = 180^0$

$\Rightarrow$ Tứ giác BFHD nội tiếp.

$\Rightarrow \widehat{ABC} + \widehat{DHF} = 180^0$

$\Rightarrow \widehat{ABC} + \widehat{AHC} = 180^0$

$\Rightarrow \widehat{AHC} = 180^0 - \widehat{ABC}$

b) Ta có: $\widehat{AMC} = \widehat{ABC}$ (cùng chắn cung AC)

$\widehat{AMC} = \widehat{ANC}$ (tính chất đối xứng)

$\Rightarrow \widehat{ANC} = \widehat{ABC}$

Mà $\widehat{AHC} + \widehat{ABC} = 180^0 \Rightarrow \widehat{AHC} + \widehat{ANC} = 180^0$

$\Rightarrow$ AHCN nội tiếp.

c) Ta có: $\widehat{MAC} = \widehat{NAC}$ (tính chất đối xứng)

$\widehat{NAC} = \widehat{NHC}$ (cùng chắn cung NC)

$\Rightarrow \widehat{MAC} = \widehat{NHC}$ hay $\widehat{IAJ} = \widehat{IHJ}$

$\Rightarrow$ AHIJ nội tiếp (2 đỉnh kề cùng nhìn một cạnh dưới một góc bằng nhau)

$\Rightarrow \widehat{AJI} = 180^0 - \widehat{AHC} = \widehat{ANC}$.

d) Vẽ tiếp tuyến xy của (O) tại A $\Rightarrow$ OA $\perp$ xy

$\widehat{AJI} = \widehat{ANC} = \widehat{AMC} = \widehat{yAC} \Rightarrow$ IJ // xy $\Rightarrow$ OA $\perp$ IJ.

------- HẾT -------

SỞ GD - ĐT AN GIANG **KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10**
TRƯỜNG THPT CHUYÊN THOẠI NGỌC HẦU **NĂM HỌC: 2014 - 2015**

MÔN THI: TOÁN
Thời gian làm bài: 150 phút
(Không kể thời gian phát đề)
Ngày thi: 11/7/2014
(Đây cũng là đề thi của trường THPT Chuyên Thủ Khoa Nghĩa - An Giang)

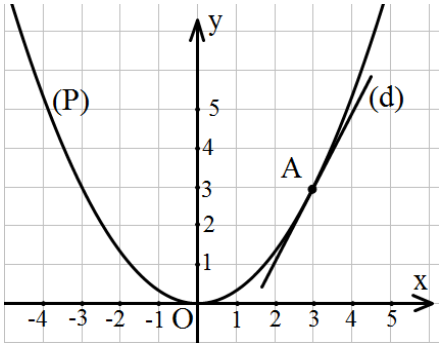
Câu 1: (1,0 điểm)

Chứng minh rằng: $\sqrt{\sqrt{5}-\sqrt{8-\sqrt{81-8\sqrt{5}}}}=\sqrt{2}$

Câu 2: (1,0 điểm)

Giải hệ phương trình:

$$\begin{cases}\sqrt{2x^2}+2y=4\\ 2\sqrt{x^2}-\sqrt{2}y=\sqrt{2}\end{cases}$$



Câu 3: (1,5 điểm)

Trên hệ trục tọa độ Oxy cho đường thẳng (d) tiếp xúc với Parabol (P) tại điểm A như hình vẽ bên.
a) Hãy ghi tọa độ điểm A và xác định hệ số a của (P): $y = ax^2$.
b) Xác định hàm số $y = ax + b$ có đồ thì là đường thẳng (d).

Câu 4: (1,0 điểm)

Chứng minh rằng phương trình bậc hai: $ax^2 + bx + c = 0$, $(a \neq 0)$ luôn có nghiệm với a, b, c là các số thực thỏa mãn $a + 2b + 4c = 0$.

Câu 5: (2,0 điểm)

Cho $P(x)=\left(x^2+5x-2\right)+\left(\frac{1}{x^2}+\frac{5}{x}-2\right)$

a) Giải phương trình P(x) = 0.
b) Với x > 0, hãy tìm giá trị nhỏ nhất của P(x).

Câu 6: (3,5 điểm)

Cho đường tròn (O; R) tâm O bán kính R. Trên đường tròn lấy liên tiếp ba điểm A, B, C sao cho $\overset{\frown}{AOB}=90^0$; $\overset{\frown}{BOC}=30^0$. Từ A kẻ AH vuông góc với BC (H ∈ BC); AH cắt đường tròn tại điểm D; AC và OH cắt nhau tại điểm I.

a) Chứng minh rằng OH là đường trung trực của đoạn AC.
b) Chứng minh BD // AC.
c) Tính diện tích tứ giác OAHC theo R.

---------- Hết ----------

Ghi chú: ***Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.***

Họ và tên thí sinh: ..... Số báo danh: .....

ĐÁP ÁN

Câu 1: Ta có: $\sqrt{\sqrt{5}-\sqrt{8-\left(4\sqrt{5}-1\right)}}=\sqrt{\sqrt{5}-\sqrt{9-4\sqrt{5}}}=\sqrt{\sqrt{5}-\left(\sqrt{5}-2\right)}=\sqrt{2}$

Câu 2:

Giải hệ phương trình:

$$\begin{cases}\sqrt{2x^2}+2y=4\\ 2\sqrt{x^2}-\sqrt{2}y=\sqrt{2}\end{cases}$$

Ta có:

$$\begin{cases}\sqrt{2x^2}+2y=4\\ 2\sqrt{x^2}-\sqrt{2}y=\sqrt{2}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\sqrt{2x^2}+2y=4\\ 2\sqrt{2x^2}-2y=2\end{cases}$$

Đặt:

$u=\sqrt{2x^2}$, $v=2y$

Khi đó ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases}u+v=4\\ 2u-v=2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}u=2\\ v=2\end{cases}$$

* $u=2\Rightarrow\sqrt{2x^2}=2\Leftrightarrow x^2=2\Leftrightarrow x=\pm\sqrt{2}$

* $v=2\Rightarrow 2y=2\Leftrightarrow y=1$

Vậy hệ phương trình có hai nghiệm (x; y) là

$$(x;\ y)=\left(\sqrt{2};1\right),\left(-\sqrt{2};1\right)$$

Câu 3:

a) Ta có: A(3; 3).

Vì A(3; 3) $\in$ (P) $y = ax^2$ nên thay tọa độ của A vào biểu thức của (P), ta được: $a=\frac{1}{3}$.

Vậy (P): $y=\frac{1}{3}x^2$.

b) Vì A(3; 3) $\in$ (d) $y = ax + b$ nên thay tọa độ của A vào biểu thức của (d) ta được:

$$3=3.a+b\Rightarrow b=3-3a.$$

Ta có: (d) $y = ax + 3 – 3a$.

Vì (d) tiếp xúc với (P) như hình vẽ nên ta có:

$$\frac{1}{3}x^2=ax+3-3a\Leftrightarrow x^2-3ax-9+9a=0\qquad(1)$$

Ta có: $\Delta = 9(a^2 – 4a + 4)$.

Phương trình (1) có nghiệm kép khi $\Delta = 0 \Leftrightarrow a^2 – 4a + 4 = 0 \Leftrightarrow a = 2 \Rightarrow b = -3$.

Vậy (d) $y=2x-3$.

Câu 4:

Ta có: $a + 2b + 4c = 0 \Rightarrow a = -(2b + 4c)$.

Để phương trình $ax^2 + bx + c = 0$ có nghiệm thì

$\Delta = b^2 – 4ac \geq 0 \Leftrightarrow b^2 + 4c(2b + 4c) \geq 0 \Leftrightarrow b^2 + 8bc + 16c^2 \geq 0 \Leftrightarrow (b + 4c)^2 \geq 0$ đúng với mọi a, b, c.

Vậy ta có điều phải chứng minh.

Câu 5:

a)

$$P(x)=0\Leftrightarrow\left(x^2+5x-2\right)+\left(\frac{1}{x^2}+\frac{5}{x}-2\right)=0$$

$\Leftrightarrow x^2+2+\frac{1}{x^2}+5\left(x+\frac{1}{x}\right)-6=0$

$\Leftrightarrow \left(x+\frac{1}{x}\right)^2+5\left(x+\frac{1}{x}\right)-6=0$

Đặt: $t=x+\frac{1}{x}$, ta có phương trình: $t^2+5t-6=0$ $t=1; t=-6$.

Với t = 1 $\Leftrightarrow x+\frac{1}{x}=1\Leftrightarrow x^2-x+1=0$ phương trình này vô nghiệm.

Với t = - 6 $\Leftrightarrow x+\frac{1}{x}=-6\Leftrightarrow x^2+6x+1=0\Leftrightarrow x=-3+2\sqrt{2}; x=-3-2\sqrt{2}$.

Vậy phương trình đã cho có hai nghiệm $x=-3+2\sqrt{2}; x=-3-2\sqrt{2}$

b) Với x > 0, hãy tìm giá trị nhỏ nhất của P(x). Ta có: $P(x)=\left(x^2+5x-2\right)+\left(\frac{1}{x^2}+\frac{5}{x}-2\right)$

$P(x)=\left(x^2+5x-2\right)+\left(\frac{1}{x^2}+\frac{5}{x}-2\right)$

$\Leftrightarrow P(x)=\left(x+\frac{1}{x}\right)^2+5\left(x+\frac{1}{x}\right)-6$

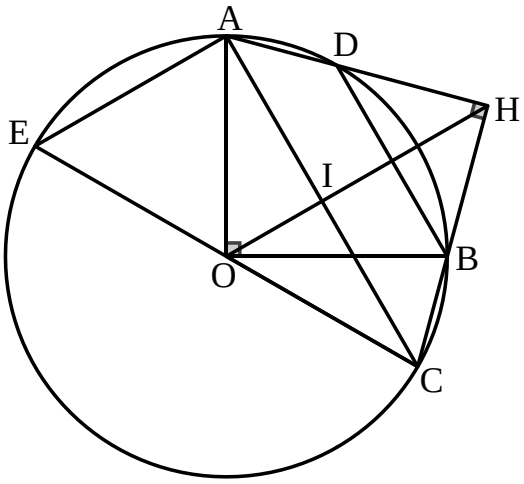
Đặt $t=x+\frac{1}{x}$, khi đó, $P(x)=t^2+5t-6.$

Vì x > 0 nên $t=x+\frac{1}{x}>0\Rightarrow\left(\sqrt{x}-\frac{1}{\sqrt{x}}\right)^2+2\geq 2\Rightarrow t^2\geq 4,5t\geq 10.$

Suy ra: $P(x)=t^2+5t-6\geq 4+10-6=8\Leftrightarrow P(x)\geq 8.$

Vậy giá trị nhỏ nhất của P là 8 đạt được khi t = 2 hay x = 1.

Câu 6:



a) Kéo dài CO cắt đường tròn tại E. Khi đó: $\overset{\frown}{EAC}=90^0$.

Mà $\overset{\frown}{BOC}=30^0\Rightarrow\overset{\frown}{AOE}=60^0\Rightarrow\overset{\frown}{OEA}=\overset{\frown}{OAE}=60^0\Rightarrow\overset{\frown}{OAC}=\overset{\frown}{OCA}=30^0.$

Do ΔCOB cân tại O nên $\overset{\frown}{OCB}=\overset{\frown}{OBC}=70^0\Rightarrow\overset{\frown}{ACB}=45^0.$

Xét ΔAHC vuông tại H, có $\overset{\frown}{ACH}=45^0\Rightarrow\overset{\frown}{HAC}=45^0$

ΔAHC vuông cân tại H $\Rightarrow$ HA = HC (1)

Và OA = OC (bán kính) (2)

Từ (1) và (2), suy ra: OH là đường trung trực của AC.

b) Ta có: $\widehat{HAC} = 45^0$.

Mà $\widehat{HAC} = \frac{1}{2}\text{sđ}\widehat{DC} \Rightarrow \text{sđ}\widehat{DC} = 90^0 \Rightarrow \widehat{DOC} = 90^0 \Rightarrow \widehat{DOB} = \widehat{DOC} - \widehat{BOC} = 60^0$

$\Rightarrow \widehat{ODB} = \widehat{OBD} = 60^0 \Rightarrow \widehat{DBH} = 180^0 - \widehat{OBC} - \widehat{ODB} = 45^0 \Rightarrow \widehat{BDH} = 45^0$

$\Rightarrow \Delta BHD$ vuông cân tại H $\Rightarrow$ HB = HD (1)

Ta có: OB = OD (bán kính) (2)

Từ (1) và (2), suy ra: OH là đường trung trực của BD $\Rightarrow$ OH $\perp$ BD và OH $\perp$ AC.

Vậy AC // BD.

c) Diện tích của tứ giác OAHC:

$S_{OAHC} = S_{\Delta OAC} + S_{\Delta HAC}$

Ta có:

$\cos 30^0 = \frac{AC}{2AO} \Rightarrow AC = 2AO.\cos 30^0 = R\sqrt{3}$

$\sin 30^0 = \frac{OI}{AO} \Rightarrow OI = AO.\sin 30^0 = \frac{R}{2}$

$S_{\Delta OAC} = \frac{1}{2}OI.AC = \frac{1}{2}.\frac{R}{2}.R\sqrt{3} = \frac{R^2\sqrt{3}}{4}$

Ta có: $AI = HI = \frac{1}{2}AC = R\frac{\sqrt{3}}{2}$

$S_{\Delta HAC} = \frac{1}{2}HI.AC = \frac{1}{2}.\frac{R\sqrt{3}}{2}.R\sqrt{3} = \frac{3}{4}R^2$

Vậy $S_{OAHC} = S_{\Delta OAC} + S_{\Delta HAC} = \frac{\sqrt{3}}{4}R^2 + \frac{3}{4}R^2 = \frac{3+\sqrt{3}}{4}R^2$ (đơn vị diện tích)

----- HẾT -----

SỞ GD -ĐT HẢI PHÒNG
TRƯỜNG THPT CHUYÊN TRẦN PHÚ

ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10
NĂM HỌC: 2014 - 2015

MÔN THI: TOÁN
Thời gian làm bài: 150 phút
Không kể thời gian phát đề

Câu 1:

a) Cho $A=\dfrac{x+1}{\sqrt{x}}-\left(\dfrac{x\sqrt{x}-1}{x-\sqrt{x}}-\dfrac{x\sqrt{x}+_1}{x+\sqrt{x}}\right)$. Tìm x sao cho $A=\dfrac{1}{2}$.

b) Tìm số nguyên dương m để phương trình $(m+1)x^2 - 5mx + 4m = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $x_1+x_2+\dfrac{1}{2}x_1x_2$ là số nguyên.

Câu 2:

a) Giải phương trình: $\sqrt{10-x}+\sqrt{3+x}+2\sqrt{30+7x-x^2}=17$

b) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x-\dfrac{1}{x}=y-\dfrac{1}{y} \\ y=\sqrt{3x-2} \end{cases}$

Câu 3:

Cho ΔABC vuông tại A. (O) là nửa đường tròn đường kính AB ((O) nằm trong mặt phẳng bờ AB chứa C). Một đường thẳng đi qua C cắt nửa đường tròn (O) tại D, E (D nằm giữa C và E) sao cho $\widehat{EAC}<90^0$. Qua D dựng đường thẳng vuông góc với CE, cắt AC tại F. Hạ CK ⊥ EF (K ∈ EF); EH⊥AC (K ∈ AC). Đường tròn ngoại tiếp tam giác EDK cắt AD tại I (I ≠ D). AC, KI cắt nhau tại M.

a) Chứng minh bốn điểm A, E, K, M cùng thuộc một đường tròn.

b) Chứng minh rằng: $CA^2 = CF.CH$.

c) Chứng minh rằng đường tròn ngoại tiếp tam giác EDM tiếp xúc với AC.

Câu 4:

Cho ba số thực x, y, z thỏa mãn $x^2 + y^2 + z^2 = 1$.

Chứng minh: $\sqrt{x^2+y^2z^2}+\sqrt{y^2+z^2x^2}+\sqrt{z^2+x^2y^2}\ge xy+yz+zx+1$.

Đẳng thức xảy ra khi nào?

Câu 5:

a) Cho hai số tự nhiên a, b thỏa mãn $13(a^2 + b^2) + 204ab \vdots 15^2$. Chứng minh rằng: $ab \vdots 15^2$.

b) Giả sử $A=\{a_1;a_2;...;a_{30}\}$ $(a_1<a_2<...<a_{30})$ là một tập con của tập {1; 2; 3; ...; 2014} thỏa mãn tính chất: Với a, b, ∈ A tùy ý (a, b có thể bằng nhau), nếu a + b ≤ 2014 thì a + b cũng là một phần tử của A. Tìm giá trị nhỏ nhất của $\dfrac{a_1+a_2+...+a_{30}}{30}$.

---------- Hết ----------

Ghi chú: ***Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.***

Họ và tên thí sinh: ..... Số báo danh: .....

ĐÁP ÁN

Câu 1:

a) Điều kiện: $x > 0, x \neq \pm 1$.

$$A = \frac{x+1}{\sqrt{x}} - \left(\frac{x\sqrt{x}-1}{x-\sqrt{x}} - \frac{x\sqrt{x}+1}{x+\sqrt{x}} \right)$$

$$A = \frac{x+1}{\sqrt{x}} - \left(\frac{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(x+\sqrt{x}+1\right)}{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}-1\right)} - \frac{\left(\sqrt{x}+1\right)\left(x-\sqrt{x}+1\right)}{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}+1\right)} \right)$$

$$A = \frac{x+1}{\sqrt{x}} - \left(\frac{x+\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}} - \frac{x-\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}} \right)$$

$$A = \frac{x+1}{\sqrt{x}} - 2$$

Để $A = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{x+1}{\sqrt{x}} - 2 = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{x+1}{\sqrt{x}} = \frac{5}{2} \Leftrightarrow 2x - 5\sqrt{x} + 2 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \frac{1}{2} \\ x = 2 \end{array} \right.$

b) Tìm số nguyên dương m để phương trình $(m + 1)x^2 - 5mx + 4m = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 + x_2 + \frac{1}{2}x_1x_2$ là số nguyên.

Phương trình: $(m + 1)x^2 - 5mx + 4m = 0$ (1)

Với x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình. Theo định lý Vi-et, ta có:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{5m}{m+1} \\ x_1x_2 = \frac{4m}{m+1} \end{cases}$$

Điều kiện: $\begin{cases} m+1 \neq 0 \\ \Delta \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq -1 \\ 9m^2 - 16m \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq -1 \\ m \leq 0 \cup m \geq \frac{16}{9} \end{cases}$

Ta đặt: $B = x_1 + x_2 + \frac{1}{2}x_1x_2 = \frac{5m}{m+1} + \frac{1}{2}\left(\frac{4m}{m+1}\right) = \frac{5m}{m+1} + \frac{2m}{m+1} = \frac{7m}{m+1} = 7 - \frac{7}{m+1}$

Để B thỏa mãn là số nguyên khi (m + 1) là ước của 7.

Ta có:

- $m + 1 = 7 \Leftrightarrow m = 6$ (thỏa mãn)
- $m + 1 = -7 \Leftrightarrow m = -8$ (thỏa mãn
- $m + 1 = 1 \Leftrightarrow m = 0$ (thỏa mãn)
- $m + 1 = -1 \Leftrightarrow m = -2$ (thỏa mãn)

Vậy giá trị m cần tìm là m = {-8; -2; 0; 6}.

Câu 2:

a) Giải phương trình: $\sqrt{10-x} + \sqrt{3+x} + 2\sqrt{30+7x-x^2} = 17$

Điều kiện: $-3 \leq x \leq 10$.

Đặt: $t = \sqrt{10-x} + \sqrt{3+x} \geq 0 \Rightarrow 2\sqrt{30+7x-x^2} = t^2 - 30$

Phương trình được viết lại là: $t^2 + t - 30 = 0 \Leftrightarrow t = 5$ ($t = -6$ loại)

Với $t=5 \Leftrightarrow \sqrt{10-x}+\sqrt{3+x}=5 \Leftrightarrow \sqrt{30+7x-x^2}=6 \Leftrightarrow x^2-7x+6=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=6 \end{array}\right.$

b) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x-\dfrac{1}{x}=y-\dfrac{1}{y} \\ y=\sqrt{3x-2} \end{cases}$

Điều kiện: $\begin{cases} x \geq \dfrac{2}{3} \\ y>0 \end{cases}$

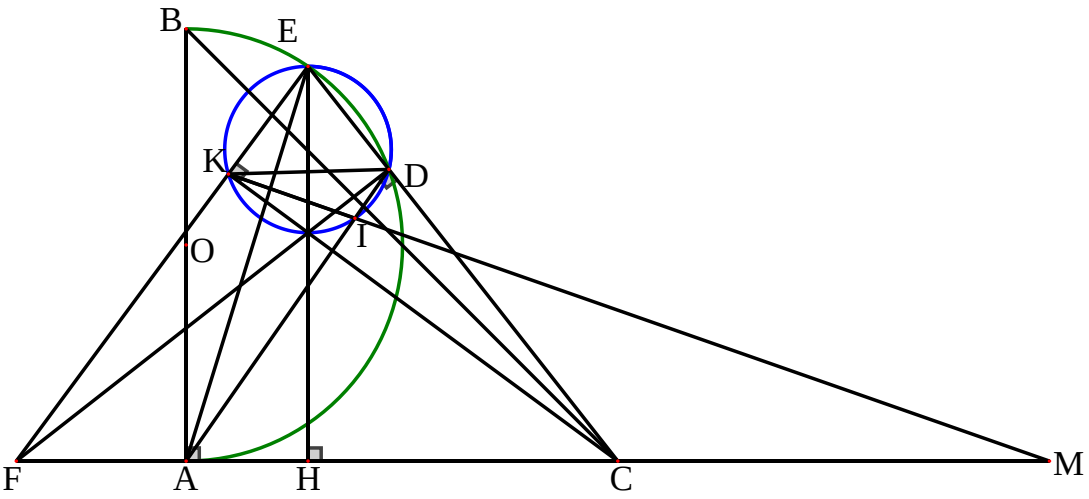
Ta có: $\begin{cases} x-\dfrac{1}{x}=y-\dfrac{1}{y} \quad (1) \\ y=\sqrt{3x-2} \quad (2) \end{cases}$

Từ (1), ta có: $x-\dfrac{1}{x}=y-\dfrac{1}{y} \Leftrightarrow (x-y)+\left(\dfrac{x-y}{xy}\right)=0 \Leftrightarrow (x-y)\left(1+\dfrac{1}{xy}\right)=0 \Leftrightarrow x-y=0 \Leftrightarrow x=y$

Thế vào (2), ta được: $\sqrt{3x-2}=x \Leftrightarrow x^2-3x+2=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1;\ y=1 \\ x=2;\ y=2 \end{array}\right.$

Vậy hệ phương trình đã cho có hai nghiệm (x; y) = (1; 1), (2; 2).

Câu 3:



a)

Vì tứ giác EKID nội tiếp nên ta có: $\overset{\frown}{EKM}=\overset{\frown}{EKI}=\overset{\frown}{ADC}$ (1)

Mà $\overset{\frown}{EAM}=\dfrac{1}{2}\overset{\frown}{EA}$ và $\overset{\frown}{ADC}=\dfrac{1}{2}\left(\overset{\frown}{AD}+\overset{\frown}{DE}\right)=\overset{\frown}{EA}$

$\Rightarrow \overset{\frown}{EAM}=\overset{\frown}{ADC}$ (1)

Từ (1) và (2), suy ra: $\overset{\frown}{EAM}=\overset{\frown}{EKM}$.

Hai góc này cùng nhìn cạnh EM với một góc bằng nhau.

$\Rightarrow$ Tứ giác AKEM nội tiếp. Vậy bốn điểm A, K, E, M cùng thuộc một đường tròn.

b) Chứng minh rằng: $CA^2 = CF.CH$.

c) Chứng minh rằng đường tròn ngoại tiếp tam giác EDM tiếp xúc với AC.

Câu 4:

Áp dụng bất đẳng thức Mincowski, ta được:

$$\sum\sqrt{x^2+y^2z^2}\ge\sqrt{\left(\sum x\right)^2+\left(\sum yz\right)^2}$$

Ta lại có:

$$\left(\sum x\right)^2=\sum x^2+2\sum xy=1+2\sum xy\Rightarrow\sqrt{\left(\sum x\right)^2+\left(\sum xy\right)^2}=\sqrt{\left(\sum xy\right)^2+2\sum xy+1}=\sum xy+1$$

Câu 5:

----- HẾT -----

SỞ GD -ĐT TP ĐÀ NẴNG
TRƯỜNG THPT CHUYÊN LÊ QUÝ ĐÔN

ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10
NĂM HỌC: 2014 - 2015

MÔN THI: TOÁN

Thời gian làm bài: 150 phút (Không kể thời gian phát đề)

Câu 1: (2 điểm)

a) Cho biểu thức: $P = 3\sqrt{2n} - 5\sqrt{8n} + 7\sqrt{18n} + 28$, với n là số tự nhiên. Tìm tất cả các số tự nhiên n sao cho n < 100 và P là số nguyên.

b) Cho các số x, y, z đều khác 0 thỏa điều kiện x + y + z = 0. Chứng minh rằng:

$$\sqrt{\frac{1}{x^2}+\frac{1}{y^2}+\frac{1}{z^2}} = \left|\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}\right|$$

Giải phương trình: $\frac{1}{x^2} + \frac{1}{(x+1)^2} = 3$

Câu 2: (2 điểm)

a) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} 2x^2y - xy = xy^2 - 2x + y \\ (x^2 + 2y^2)\left(1 + \frac{1}{xy}\right)^2 = 3 \end{cases}$

b) Giải phương trình: $5x^2 - (3x+1)\sqrt{2x^2+3} - \frac{1}{2}x + 3 = 0$

Câu 3: (2,5 điểm)

a) Gọi x_1, x_2 là các nghiệm của phương trình: $x^2 + 2013x + 2 = 0$, x_3, x_4 là các nghiệm của phương trình: $x^2 + 2014x + 2 = 0$. Tính giá trị biểu thức:

$$Q = (x_1 + x_3)(x_2 - x_3)(x_1 + x_4)(x_2 - x_4)$$

b) Trên mặt phẳng Oxy, cho parabol (P) có phương trình $y = x^2$ và đường thẳng (D_{ab}) có phương trình $y = ax + b$ với a, b là tham số. Với mỗi giá trị b > 0, có thể có bao nhiêu giá trị của a để (D_{ab}) và (P) cắt nhau tại hai điểm A, B sao cho AB = 2.

Câu 4: (2,5 điểm)

Cho tứ giác ABCD nội tiếp đường tròn (O), AB và CD không song song với nhau. I là giao điểm của AC và BD. Gọi H, K lần lượt là tâm đường tròn ngoại tiếp ΔIAB và ΔICD.

a) Chứng minh rằng: OHIK là hình bình hành.

b) Giả sử M là một điểm tùy ý chạy trên (O). Gọi E, F là hình chiếu của M trên AB, BD. Xác định vị trí điểm M trên (O) để EF lớn nhất.

Câu 5: (1 điểm)

Với 13 số nguyên dương bất kỳ khác nhau, mỗi số nguyên dương đó có 3 chữ số, lấy 2 số bất kỳ trong 13 số đó viết liền kề nhau (số này viết trước hoặc sau số kia) ta được 1 số có 6 chữ số (ví dụ: Với hai số $\overline{abc}, \overline{def}$ ta có thể viết thành $\overline{abcdef}$ hoặc $\overline{defabc}$). Hỏi có ít nhất bao nhiêu số được viết liền kề nahu chia hết cho 11?

---------- Hết ----------

Ghi chú: ***Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.***

Họ và tên thí sinh: ..... Số báo danh: .....

ĐÁP ÁN

Câu 1:
Câu 2:
Câu 3:
Câu 4:
Câu 5:

SỞ GD -ĐT TP CẦN THƠ
TRƯỜNG THPT CHUYÊN LÝ TỰ TRỌNG

KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10
NĂM HỌC: 2014 - 2015

MÔN THI: TOÁN (chung)
Thời gian làm bài: 120 phút (Không kể thời gian phát đề)

Câu 1: (1,5 điểm) Cho biểu thức: $P=\left(\frac{2\sqrt{a}}{\sqrt{a}+3}+\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}-3}-\frac{3a+3}{a-9}\right):\left(\frac{2\sqrt{a}-2}{\sqrt{a}-3}-1\right)$ (a là tham số)

a) Tìm điều kiện của a để P có nghĩa. Rút gọn biểu thức P.
b) Tính giá trị của P khi a = 4.

Câu 2: (3 điểm)
1. Giải các phương trình sau:
a) $\frac{1}{2(x-1)}+\frac{3}{x^2-1}=\frac{1}{4}$
b) $(x^2-x-3)^2-2(x^2-x-3)-3=0$
2. Giải hệ phương trình sau: $\begin{cases} x(x+1)+y(x+1)=8 \\ x+xy+y=5 \end{cases}$

Câu 3: (1,5 điểm) Tìm giá trị của tham số m để phương trình: $x^2 - 2(m + 1)x + m^2 + 3 = 0$ có hai nghiệm phân biệt trong đó có một nghiệm bằng 2.

Câu 4: (1 điểm) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho hai đường thẳng
(d): $y = (a^2 - 3a)x + 2a - 1$ và (d'): $y = -2x + 1$.
Xác định a biết rằng (d) song song với (d').

Câu 5: (2 điểm) Cho tam giác ABC có ba góc đều nhọn và AC > AB. Đường tròn (O) đường kính BC cắt AB, AC lần lượt tại E và D. Gọi H là giao điểm của CE và BD.
a) Chứng minh tứ giác AEHD nội tiếp trong một đường tròn và AD.AC = AE.AB.
b) Gọi K là giao điểm của AH và BC. Chứng minh: $\widehat{BHK} = \widehat{AED}$.
c) Dựng các tiếp tuyến AI, AJ với đường tròn (O) (I, J là các tiếp điểm). Chứng minh KA là tia phân giác của $\widehat{IKJ}$.

---------- Hết ----------
Ghi chú: ***Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.***
Họ và tên thí sinh: ..... Số báo danh: .....

ĐÁP ÁN

Câu 1:

a) Điều kiện: $a \ge 0$, $a \ne 9$.

$$P = \left(\frac{-3\left(1+\sqrt{a}\right)}{a-9} \right)\left(\frac{\sqrt{a}-3}{\sqrt{a}+1} \right) = \frac{-3}{\sqrt{a}+3}$$

b) Với a = 4 thì $P = \frac{-3}{\sqrt{4}+3} = -\frac{3}{5}$

Câu 2:

a) S = {5; -3} b) S = {-1; -2; 2; 3}

c) $\begin{cases} x\left(x+1\right)+y\left(y+1\right)=8 \\ x+xy+y=5 \end{cases}$

Đặt: $\begin{cases} u = x+y \\ v = xy \end{cases}$.

Khi đó hệ phương trình trở thành: $\begin{cases} u^2+u-2v=8 \\ u+v=5 \end{cases}$

Giải hệ trên, ta được: $\left[\begin{array}{l} (u;v)=(3;2) \\ (u;v)=(-6;11) \end{array} \right.$

Xét (u; v) = (3; 2) $\Leftrightarrow$ (x; y) = (1; 2), (2; 1)

Xét (u; v) = (-6; 11) $\Rightarrow$ Vô nghiệm.

Câu 3:

Phương trình có hai nghiệm phân biệt khi: $\Delta' = (m + 1)^2 - (m^2 + 3) = 2m - 2 > 0 \Leftrightarrow m > 1$.

và có một nghiệm bằng 2 $\Leftrightarrow m^2-4m+3=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=1 \\ m=3 \end{array} \right.$

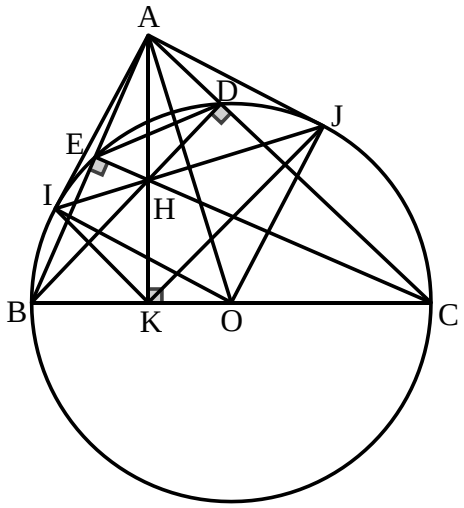
Vậy m = 3 thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 4:

Để (d) // (d') thì $\begin{cases} a^2-3a=-2 \\ 2a-1\ne 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=1;a=2 \\ a\ne 1 \end{cases} \Leftrightarrow a=2$

Vậy a = 2.

Câu 5:



a) $\widehat{AEH} = \widehat{ADH} = 90^0 \Rightarrow \widehat{AEH} + \widehat{ADH} = 180^0$

Vậy tứ giác AEHD nội tiếp.

Ta có: $\Delta AEC \backsim \Delta ADB \Rightarrow AE.AB = AD.AC$.

b) Ta có tứ giác AEHD nội tiếp $\Rightarrow \widehat{AED} = \widehat{AHD}$ và $\widehat{AHD} = \widehat{BHK} \Rightarrow \widehat{BHK} = \widehat{AED}$.

c) H là trực tâm của $\Delta ABC \Rightarrow AH \perp BC$.

Do đó: $\widehat{AIO} = \widehat{AKO} = \widehat{AJO} = 90^0$

Suy ra: 5 điểm A, I, K, O, J cùng thuộc đường tròn đường kính AO.

và đường tròn đó có: $AI = AJ \Rightarrow \widehat{AI} = \widehat{AJ} \Rightarrow \widehat{AKI} = \widehat{AKJ}$

------- HẾT ----

SỞ GD -ĐT YÊN BÁI **KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10**
TRƯỜNG THPT CHUYÊN NGUYỄN TẤT THÀNH **NĂM HỌC: 2014 - 2015**

MÔN THI: TOÁN

Câu 1: (1,5 điểm)

Cho biểu thức: $A = \dfrac{x^2 - 3x - (x-1)\sqrt{x^2-4} + 2}{x^2 + 3x - (x+1)\sqrt{x^2-4} + 2}\sqrt{\dfrac{x+2}{x-2}}$, với x > 2.

Tìm x để $A < -\dfrac{1}{2}$.

Câu 2: (3 điểm)

1) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x^2 + y^2 + x + y = 18 \\ x(x+1)y(y+1) = 81 \end{cases}$

2) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy cho:
Parabol (P): $y = -x^2$ và đường thẳng (d): $y = -5(m+5)x + m + 2$ với m là tham số.
a) Tìm m để đường thẳng (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt A và B.
b) Tìm các giá trị của m để A, B nằm khác phía với nhau so với trục tung.

Câu 3: (3,5 điểm)

Cho tam giác đều ABC nội tiếp đường tròn (O). Một đường thẳng (d) thay đổi luôn đi qua A, cắt 2 tiếp tuyến tại B và C của (O) tương ứng tại M và N. Giả sử (d) cắt (O) tại E (E khác A); MC cắt BN tại F.

a) Chứng minh: ΔACN ∽ ΔMBA.

b) Chứng minh rằng 4 điểm C, N, E, F cùng thuộc đường tròn.

c) Tìm vị trí điểm M' thuộc miền tròn tam giác ABC để tổng T = AM'.BC + BM'.AC + CM'.AB đạt giá trị nhỏ nhất. Hãy tính giá trị của tổng T theo AB.

d) Cho bán kính đường tròn (O) bằng 5cm. Gọi K là trung điểm của BC. Cho ΔABC quay quanh trục AK ta thu được hình nón. Tính thể tích hình nón.

Câu 4: (1 điểm)

Giải phương trình nghiệm nguyên: xy - 3x = 27 - 4y.

Câu 5: (1 điểm)

Cho x > -1, y > -2, z > -3 và x + y + z = -5. Chứng minh rằng:

$$\frac{1}{x+1} + \frac{4}{y+2} + \frac{9}{z+3} \geq 36$$

Dấu "=" xảy ra khi nào?

---------- Hết ----------

Ghi chú: ***Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.***

Họ và tên thí sinh: ..... Số báo danh: .....

SỞ GD -ĐT THÁI BÌNH **KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10**
TRƯỜNG THPT CHUYÊN THÁI BÌNH **NĂM HỌC: 2014 - 2015**

MÔN THI: TOÁN

Bài 1: (2,0 điểm)

Cho biểu thức: $A=\left(\dfrac{2}{\sqrt{x}-2}+\dfrac{3}{2\sqrt{x}+1}-\dfrac{5\sqrt{x}-7}{2x-3\sqrt{x}-2}\right):\dfrac{2\sqrt{x}+3}{5x-10\sqrt{x}}, \left(x>0; x\neq 4\right)$

1) Rút gọn biểu thức A.

2) Tìm x sao cho A nhận giá trị là một số nguyên.

Bài 2: (2, 5 điểm)

Cho parabol (P): $y = x^2$ và đường thẳng (d): $y = 2(m + 3)x – 2m + 2$ (m là tham số, $m \in R$).

1) Với m = - 5. Tìm tọa độ giao điểm của parabol (P) và đường thẳng (d).

2) Chứng minh rằng: Với mọi m parabol (P) và đường thẳng (d) cắt nhau tại hai điểm phân biệt. Tìm m sao cho hai giao điểm đó có hoành độ dương.

3) Tìm điểm cố định mà đường thẳng (d) luôn đi qua với mọi m.

Bài 3: (1,5 điểm)

Giải hệ phương trình: $\begin{cases}2x^2+3xy-2y^2-5\left(2x-y\right)=0\\x^2-2xy-3y^2+15=0\end{cases}$

Bài 4: (3,5 điểm)

Cho tam giác nhọn ABC nội tiếp đường tròn (O; R). Tiếp tuyến tại B và C của đường tròn (O; R) cắt nhau tại T, đường thẳng AT cắt đường tròn tại điểm thứ hai là D khác A.

1) Chứng minh rằng: $\Delta ABT \backsim \Delta BDT$.

2) Chứng minh rằng: AB.CD = BD.AC

3) Chứng minh rằng hai đường phân giác $\widehat{BAC}$, $\widehat{BDC}$ và đường thẳng BC đồng quy tai một điểm.

4) Gọi M là trung điểm của BC. Chứng minh rằng: $\widehat{BAD}=\widehat{MAC}$.

Bài 5: (0,5 điểm)

Cho các số dương x, y, z thay đổi thỏa mãn: $x(x + 1) + y(y + 1) + z(z + 1) \leq 18$.

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $B=\dfrac{1}{x+y+1}+\dfrac{1}{y+z+1}+\dfrac{1}{z+x+1}$

---------- Hết ----------

Ghi chú: ***Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.***

Họ và tên thí sinh: ..... Số báo danh: .....

ĐÁP ÁN

Câu 1:

1)

$$A=\left(\frac{2}{\sqrt{x}-2}+\frac{3}{2\sqrt{x}+1}-\frac{5\sqrt{x}-7}{2x-3\sqrt{x}-2}\right):\frac{2\sqrt{x}+3}{5x-10\sqrt{x}}$$

$$=\frac{2\left(2\sqrt{x}+1\right)+3\left(\sqrt{x}-2\right)-\left(5\sqrt{x}-7\right)}{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(2\sqrt{x}+1\right)}:\frac{2\sqrt{x}+3}{5\sqrt{x}\left(\sqrt{x}-2\right)}$$

$$=\frac{2\sqrt{x}+3}{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(2\sqrt{x}+1\right)}.\frac{5\sqrt{x}\left(\sqrt{x}-2\right)}{2\sqrt{x}+3}=\frac{5\sqrt{x}}{2\sqrt{x}+1}$$

Vậy $A=\frac{5\sqrt{x}}{2\sqrt{x}+1}$

2) Ta có: $A=\frac{5\sqrt{x}}{2\sqrt{x}+1}=\frac{5}{2}-\frac{5}{2\left(2\sqrt{x}+1\right)}<\frac{5}{2}, \forall x>0, x\neq 4.$

Suy ra: $0<A<\frac{5}{2}$

Kết hợp với A nhận giá trị là một số nguyên nên A = {1; 2}.

Với A = 1 $\Leftrightarrow 5\sqrt{x}=2\sqrt{x}+1\Leftrightarrow\sqrt{x}=\frac{1}{3}\Leftrightarrow x=\frac{1}{9}$ (thỏa mãn)

Với A = 2 $\Leftrightarrow 5\sqrt{x}=4\sqrt{x}+2\Leftrightarrow\sqrt{x}=2\Leftrightarrow x=4$ (không thỏa mãn điều kiện)

Vậy với $x=\frac{1}{9}$ thì A nhận giá trị là một số nguyên.

Câu 2:

1) Với m= - 5, (d): y = - 4x + 12.

Phương trình hoành độ giao điểm của (d) và (P) là:

x^2 = - 4x + 12

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-6\Rightarrow y=36\\x=2\Rightarrow y=4\end{array}\right.$$

Vậy với m = - 5 thì (d) cắt (P) tại hai điểm có tọa độ là (- 6; 36), (2; 4).

2) Hoành độ giao điểm của (d) và (P) là nghiệm của phương trình:

$x^2 = 2(m + 3)x - 2m + 2 \Leftrightarrow x^2 - 2(m + 3)x + 2m - 2 = 0$ (1)

$\Delta' = (m + 2)^2 + 7 > 0$, với mọi m.

Vậy (1) có hai nghiệm ohaan biệt với mọi m.

Suy ra: (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt.

Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình (1).

Áp dụng định lý Vi-et, ta có:

$$\begin{cases}x_1+x_2=2\left(m+3\right)\\x_1x_2=2m-2\end{cases}$$

Hai giao điểm đó có hoành độ dương $\Leftrightarrow$ x_1, x_2 dương

$$\Leftrightarrow\begin{cases}x_1+x_2>0\\x_1x_2>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}2\left(m+3\right)>0\\2m-2>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m>-3\\m>1\end{cases}\Leftrightarrow m>1$$

Vậy với m > 1 thì hai (P) và (d) tại hai điểm phân biệt với hoành độ dương.

3) Gọi điểm $M(x_0; y_0)$ là cố định mà đường thẳng (d) đi qua với mọi m.

Khi đó, ta có:

$y_0 = 2(m + 3)x_0 - 2m + 2, \forall m.$

$\Leftrightarrow m(2x_0 - 2) + 6x_0 - y_0 + 2 = 0.$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x_0 - 2 = 0 \\ 6x_0 - y_0 + 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 1 \\ y_0 = 8 \end{cases}$$

Vậy $\forall m$ thì đường thẳng (d) luôn đi qua M(1; 8).

Câu 3:

$$\begin{cases} 2x^2 + 3xy - 2y^2 - 5(2x - y) = 0 \\ x^2 - 2xy - 3y^2 + 15 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (2x - y)(x + 2y - 5) = 0 \\ x^2 - 2xy - 3y^2 + 15 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} 2x - y = 0 \\ x + 2y - 5 = 0 \end{array}\right. \\ x^2 - 2xy - 3y^2 + 15 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} \begin{cases} 2x - y = 0 \\ x^2 - 2xy - 3y^2 + 15 = 0 \end{cases} & (I) \\ \begin{cases} x + 2y - 5 = 0 \\ x^2 - 2xy - 3y^2 + 15 = 0 \end{cases} & (II) \end{array}\right.$$

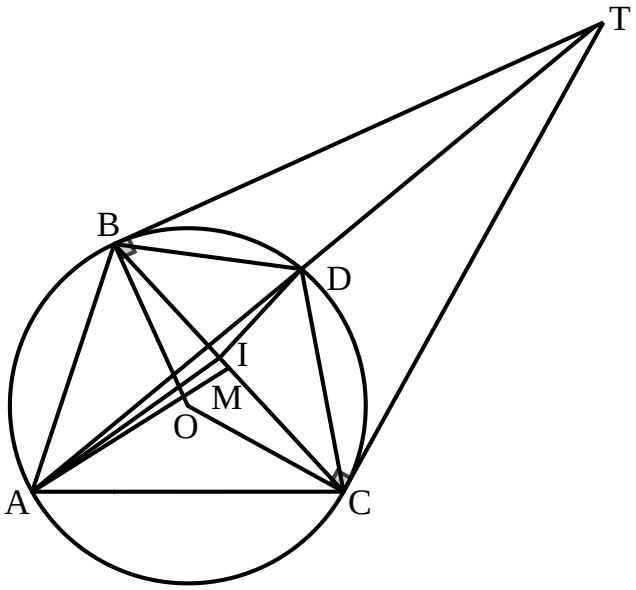
Giải (I) $\Leftrightarrow \begin{cases} y = 2x \\ x^2 - 2x.2x - 3(2x)^2 + 15 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 2x \\ x^2 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases} \\ \begin{cases} x = -1 \\ y = -2 \end{cases} \end{array}\right.$

Giải (II) $\Leftrightarrow \begin{cases} x = -2y + 5 \\ (-2y + 5)^2 - 2(-2y + 5).y - 3y^2 + 15 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2y + 5 \\ y^2 - 6y + 8 = 0 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -2y + 5 \\ (y - 2)(y - 4) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases} \\ \begin{cases} x = -3 \\ y = 4 \end{cases} \end{array}\right.$$

Vậy hệ có ba nghiệm (x; y) là (1; 2), (-1; -2), (-3; 4)

Câu 4:



1) Xét ΔABT và ΔBDT, có:

$\widehat{BTD}$ chung

$\widehat{BAT} = \widehat{TBD}$ (góc nội tiếp và góc tạo bởi tiếp tuyến và dây cùng chắn cung BD)

$\Rightarrow \Delta ABT \backsim \Delta BDT$ (g.g)

2) Ta có $\Delta ABT \backsim \Delta BDT$ (g.g)

$\Rightarrow \dfrac{AB}{BD} = \dfrac{AT}{BT}$ (1)

Ta chứng minh $\Delta ACT \backsim \Delta CDT$ (g.g)

$\Rightarrow \dfrac{AC}{CD} = \dfrac{AT}{CT}$ (2)

Tiếp tuyến tại B và C cắt nhau tại T nên BT = CT (3)

Từ (1), (2), (3), suy ra: $\dfrac{AB}{BD} = \dfrac{AC}{CD} \Rightarrow AB.CD = BD.AC$.

3) Phân giác $\widehat{BAC}$ cắt BC tại I, theo tính chất phân giác trong tam giác, ta có: $\dfrac{IB}{IC} = \dfrac{AB}{AC}$

Từ $AB.CD = BD.AC \Rightarrow \dfrac{AB}{AC} = \dfrac{BD}{CD}$ nên $\dfrac{IB}{IC} = \dfrac{BD}{CD} \Rightarrow$ DI là phân giác của $\widehat{BDC}$.

Do đó hai đường phân giác góc $\widehat{BAC}, \widehat{BDC}$ và đường thẳng BC đồng quy.

4) Lấy M' trên đoạn BC sao cho $\widehat{BAD} = \widehat{CAM'}$.

Do $\widehat{BAD} = \widehat{CAM'}, \widehat{BDA} = \widehat{ACM'}\left(= \dfrac{1}{2}\text{sđ}\widehat{AB}\right)$

$\Rightarrow \Delta ADB \backsim \Delta ACM'$ (g.g)

$\Rightarrow \dfrac{BD}{M'C} = \dfrac{AD}{AC} \Rightarrow BD.AC = M'C.AD$ (4)

Do $\widehat{BAD} = \widehat{CAM'} \Rightarrow \widehat{BAM'} = \widehat{DAC}; \widehat{ABM'} = \widehat{ADC}\left(= \dfrac{1}{2}\text{sđ}\widehat{AC}\right)$

$\Rightarrow \Delta ABM' \backsim \Delta ADC$ (g.g) $\Rightarrow \dfrac{AB}{AD} = \dfrac{BM'}{DC} \Rightarrow AB.DC = AD.BM'$ (5)

Từ (4), (5) $\Rightarrow BM' = CM' \Rightarrow M \equiv M' \Rightarrow \widehat{BAD} = \widehat{MAC}$.

Câu 5:

Ta có: $x(x + 1) + y(y + 1) + z(z + 1) \le 18 \Leftrightarrow x^2 + y^2 + z^2 + (x + y + z) \le 18$

$(x - y)^2 + (y - z)^2 + (z - x)^2 \ge 0 \Rightarrow 3(x^2 + y^2 + z^2) \ge (x + y + z)^2, \forall x, y, z.$

$\Rightarrow 54 \ge (x + y + z)^2 + 3(x + y + z) \Leftrightarrow -9 \le x + y + z \le 6 \Rightarrow 0 < x + y + z \le 6.$

$$\frac{1}{x+y+1}+\frac{x+y+1}{25}\ge\frac{2}{5}$$

$$\frac{1}{y+z+1}+\frac{y+z+1}{25}\ge\frac{2}{5}$$

$$\frac{1}{z+x+1}+\frac{z+x+1}{25}\ge\frac{2}{5}$$

$$\Rightarrow B+\frac{2(x+y+z)+3}{25}\ge\frac{6}{5}\Rightarrow B\ge\frac{27}{25}-\frac{2}{25}(x+y+z)\ge\frac{15}{25}=\frac{3}{5}$$

Dấy "=" xảy ra khi $\begin{cases} x=y=z>0; x+y+z=6 \\ (x+y+1)^2=(y+z+1)^2=(z+x+1)^2=25 \end{cases} \Leftrightarrow x=y=z=2$

Vậy giá trị nhỏ nhất của B là $\frac{3}{5}$ khi x = y = z = 2.

------- HẾT -------

SỞ GD -ĐT NINH BÌNH **KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10**
TRƯỜNG THPT CHUYÊN LƯƠNG VĂN TỤY **NĂM HỌC: 2014 - 2015**

MÔN THI: TOÁN (chung)
Thời gian làm bài: 120 phút (không kể thời gian phát đề)

Câu 1: (3,0 điểm)
1) Rút gọn các biểu thức sau:

$M = \sqrt{45} - \sqrt{245} - \sqrt{80}$

$N = \left(\dfrac{1}{\sqrt{a}+2} + \dfrac{1}{\sqrt{a}-2} \right) : \dfrac{3\sqrt{a}}{a-4}$, với $a > 0$ và $a \neq 4$.

2) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x - 3y = 24 \\ 7x + y = 14 \end{cases}$

3) Giải phương trình: $\dfrac{5x}{x^2 - 4x + 1} - \dfrac{4x}{x^2 + x + 1} = \dfrac{13}{3}$

Câu 2: (1,5 điểm)
Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho Parabol (P): $y = x^2$ và đường thẳng (d): $y = mx + 3$ (m là tham số).

a) Khi m = -2, tìm tọa độ của đường thẳng (d) và parabol (P).

b) Tìm m để đường thẳng (d) và parabol (P) cắt nhau tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1 và x_2 thỏa mãn điều kiện: $x_1^3 + x_2^3 = -10$.

Câu 3: (1,5 điểm) Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:
Một phòng họp có 440 ghế (mỗi ghế một chỗ ngồi) được xếp thành từng dãy, mỗi dãy có số ghế bằng nhau. Trong một buổi họp có 529 người tham dự nên ban tổ chức phải kê thêm 3 dãy ghế và mỗi dãy tăng thêm 1 ghế so với ban đầu thì vừa đủ chỗ ngồi. Tính số dãy ghế có trong phòng họp lúc đầu.

Câu 4: (3,0 điểm)
Cho đường tròn tâm O đường kính AB. Trên tia tiếp tuyến Ax của đường tròn lấy điểm M (M khác A), từ M kẻ tiếp tuyến thứ hai MC với đường tròn (O) tại điểm Q (Q khác B) và cắt CH tại điểm N. Gọi I là giao điểm của MO và AC.

a) Chứng minh: Tứ giác AIMQ là tứ giác nội tiếp.

b) Chứng minh: OM // AC.

c) Chứng minh tỉ số: $\dfrac{CN}{CH}$ không đổi khi M di động trên Ax (M khác A)

Câu 5: (1,0 điểm)
Cho a, b, c là các số thực thỏa mãn điều kiện abc = 1. Chứng minh rằng:

$$\frac{a^3}{(1+b)(1+c)} + \frac{b^3}{(1+c)(1+a)} + \frac{c^3}{(1+a)(1+b)} \geq \frac{3}{4}$$

---------- Hết ----------

Ghi chú: ***Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.***

Họ và tên thí sinh: ..... Số báo danh: .....

SỞ GD -ĐT NINH BÌNH **KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10**
TRƯỜNG THPT CHUYÊN LƯƠNG VĂN TỤY **NĂM HỌC: 2014 - 2015**

MÔN THI: TOÁN (chuyên)
Thời gian làm bài: 150 phút (không kể thời gian phát đề)

Câu 1: (2,0 điểm) Cho biểu thức:

$$A=\left(1-\frac{a-3\sqrt{a}}{a-9}\right):\left(\frac{\sqrt{a}-2}{\sqrt{a}+3}+\frac{\sqrt{a}-3}{2-\sqrt{a}}-\frac{9-a}{a+\sqrt{a}-6}\right), \text{ với } a\geq 0;\ a\neq 4;\ a\neq 9.$$

a) Rút gọn A.
b) Tìm a để A + |A| = 0.

Câu 2: (2,0 điểm)

1) Giải phương trình: $\sqrt{29-x}+\sqrt{x+3}=x^2-26x+177$

2) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x^2-2y^2=xy+x+y \\ x\sqrt{2y}-y\sqrt{x-1}=2x-y+1 \end{cases}$

Câu 3: (2,0 điểm)

1) Cho 2 phương trình: $x^2 + bx + c = 0$ (1) và $x^2 - b^2x + bc = 0$ (2) trong đó x là ẩn b và c là tham số. Biết phương trình (1) có hai nghiệm x_1 và x_2, phương trình (2) có hai nghiệm x_3 và x_4 thỏa mãn điều kiện $x_3 - x_1 = x_4 - x_2 = 1$. Xác định b và c.

2. Chứng minh rằng nếu p là số nguyên tố lớn hơn 3 thì $(p - 1)(p + 1) \vdots 24$.

Câu 4: (3,0 điểm)

Cho hai đường tròn (O; R) và (O'; R') cắt nhau tại hai điểm phân biệt A và B. Từ một điểm C thay đổi trên tia đối tia AB, vẽ các tiếp tuyến CD, CE với (O) (D, E là các tiếp điểm và E nằm trong đường tròn tâm O'). Hai đường thẳng AD và AE cắt (O') lần lượt tại M và N. Đường thẳng DE cắt MN tại I. Chứng minh rằng:

a) Bốn điểm B, D, M, I cùng thuộc một đường tròn.
b) MI.BE = BI.AE.
c) Khi điểm C thay đổi trên tia đối của tia AB thì đường thẳng DE luôn đi qua một điểm cố định.

Câu 5: (1,0 điểm)

Cho a, b, c là các số dương thỏa mãn điều kiện a + b + c = 3. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức:

$$P=\frac{5b^3-a^3}{ab+3b^2}+\frac{5c^3-b^3}{bc+3c^2}+\frac{5a^3-c^3}{ca+3a^2}$$

---------- Hết ----------

Ghi chú: ***Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.***

Họ và tên thí sinh: ..... Số báo danh: .....

SỞ GD -ĐT VĨNH PHÚC
TRƯỜNG THPT CHUYÊN VĨNH PHÚC

KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10
NĂM HỌC: 2014 - 2015

MÔN: TOÁN

Thời gian làm bài: 150 phút (không kể thời gian phát đề)

Câu 1: (2,0 điểm)

Cho biểu thức: $P = \frac{1}{1+\sqrt{x}} + \frac{1}{1-\sqrt{x}} - \frac{2x^2+4}{1-x^3}$

a) Rút gọn P.

b) Tìm giá trị nhỏ nhất của P.

Câu 2: (2,0 điểm)

a) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} 2x + y = 11 \\ 5x - 4y = 8 \end{cases}$

b) Giải phương trình: $(x^2 + x)^2 + 4x^2 + 4x - 12 = 0$

Câu 3: (2,0 điểm)

Cho phương trình: $x^2 - 2(m - 1)x + m^2 - m - 5 = 0$

a) Giải phương trình khi m = 3.

b) Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $\frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1} + \frac{10}{3} = 0$

Câu 4: (3,0 điểm)

Cho tam giác ABC có ba góc đều nhọn nội tiếp đường tròn (O). Hai tiếp tuyến của (O) tại B, C cắt nhau ở P. Gọi M là trung điểm của BC. Gọi D, E theo thứ tự là hình chiếu của P trên các đường thẳng AB, AC. Chứng minh rằng:

a) Các tứ giác PMBD và PMCE nội tiếp.

b) M là trực tâm của ΔADE.

c) $\widehat{PAB} = \widehat{MAC}$

Câu 5: (1,0 điểm)

Cho phương trình: $ax^2 + bx + c = 0$, $(a \neq 0)$ có 2 nghiệm thuộc [0; 2]. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = \frac{8a^2 - 6ab + b^2}{4a^2 - 2ab + ac}$.

---------- Hết ----------

Ghi chú: ***Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.***

Họ và tên thí sinh: ..... Số báo danh: .....

SỞ GD -ĐT BẮC GIANG
TRƯỜNG THPT CHUYÊN BẮC GIANG

KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10
NĂM HỌC: 2014 - 2015

MÔN: TOÁN

Thời gian làm bài: 150 phút (không kể thời gian phát đề)

Câu 1:

Cho biểu thức: $P=\left(\dfrac{a+3\sqrt{a}+2}{\left(\sqrt{a}+2\right)\left(\sqrt{a}-1\right)}-\dfrac{a+\sqrt{a}}{a-1}\right):\left(\dfrac{1}{\sqrt{a}+1}+\dfrac{1}{\sqrt{a}-1}\right)$

a) Rút gọn P.

b) Tìm a nguyên để $P+\dfrac{1}{4}$ là số nguyên.

Câu 2:

a) Giải phương trình: $2\sqrt{x-1}+3\sqrt{x-2}=\sqrt{x^2-3x+2}+6$

b) Giải hệ phương trình: $\begin{cases}\dfrac{3x}{y}-2=\sqrt{3x-2y}+6y\\ 2\sqrt{3x+\sqrt{3x-2y}}=6\left(x+y\right)-4\end{cases}$

Câu 3:

Cho a, b, c nguyên dương và thỏa mãn: $a^4 \vdots b, b^4 \vdots a$. Chứng minh rằng: $\left(a+b+c\right)^{21} \vdots abc$.

Câu 4:

Cho ΔABC vuông tại A (AB < AC). (O_1) có đường kính AB, (O_2) có đường kính AC. Hai đường tròn trên cắt nhau tại D. M là điểm chính giữa cung nhỏ CD của (O_2). AM cắt (O_1) tại N và cắt BC tại E.

a) Chứng minh rằng: ME.BN = MC.AN.

b) Chứng minh tứ giác DMO_2N nội tiếp.

c) Gọi K là trung điểm của MN. Chứng minh rằng: $\widehat{O_1KO_2}=90^0$.

Câu 5:

Cho a, b, c là các số dương thỏa mãn a + b + c = 3. Chứng minh rằng: $\dfrac{a^2}{\sqrt{b+3}}+\dfrac{b^2}{\sqrt{c+3}}+\dfrac{c^2}{\sqrt{a+3}}\ge\dfrac{3}{2}$

---------- Hết ----------

Ghi chú: ***Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.***

Họ và tên thí sinh: ..... Số báo danh: .....

ĐÁP ÁN

Câu 1: Điều kiện: $a \ge 0$, $a \ne 1$.

a)

$$P = \left(\frac{\left(\sqrt{a}+1\right)\left(\sqrt{a}+2\right)}{\left(\sqrt{a}+2\right)\left(\sqrt{a}-1\right)} - \frac{\sqrt{a}\left(\sqrt{a}+1\right)}{\left(\sqrt{a}-1\right)\left(\sqrt{a}+1\right)} \right) : \left(\frac{2}{\left(\sqrt{a}-1\right)\left(\sqrt{a}+1\right)} \right)$$

$$P = \left(\frac{1}{\sqrt{a}-1} \right) : \left(\frac{2}{\left(\sqrt{a}-1\right)\left(\sqrt{a}+1\right)} \right)$$

$$P = \frac{\sqrt{a}+1}{2}$$

b)

$$P + \frac{1}{4} = \frac{\sqrt{a}+1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{2\sqrt{a}+3}{4}$$

Để $P + \frac{1}{4}$ là một số nguyên thì $2\sqrt{a}+3$ là số nguyên phải là ước của 4.

Ta có: $\left[\begin{array}{l} 2\sqrt{a}+3 = 4 \\ 2\sqrt{a}+3 = -4 \end{array} \right. \Leftrightarrow a = \frac{1}{4}$.

Câu 2:

Điều kiện: $x \ge 2$.

Ta có:

$$2\sqrt{x-1} + 3\sqrt{x-2} = \sqrt{x^2-3x+2} + 6 \Leftrightarrow \left(\sqrt{x-1}-3\right)\left(2-\sqrt{x-2}\right) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 6 \\ x = 10 \end{array} \right.$$ (thỏa mãn điều kiện)

b) Từ phương trình:

$$\frac{3x}{y} - 2 = \sqrt{3x-2y} + 6y \Leftrightarrow 3x - 2y = y\sqrt{3x-2y} + 6y^2 \Leftrightarrow \left(2y+\sqrt{3x-2y}\right)\left(3y-\sqrt{3x-2y}\right) = 0$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2y+\sqrt{3x-2y} = 0 \\ 3y-\sqrt{3x-2y} = 0 \end{array} \right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \sqrt{3x-2y} = -2y \\ \sqrt{3x-2y} = 3y \end{array} \right.$$

Xét: $\sqrt{3x-2y} = -2y$, ($y < 0$). (1)

Thay vào hệ phương trình đã cho, ta được:

$$-4y = 6\left(x+y\right) - 4 \Leftrightarrow -4y = 6x + 6y - 4 \Leftrightarrow 3x + 5y - 4 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{4-5y}{3}$$

Thay vào (1), ta được:

$$\sqrt{3x-2y} = -2y \Leftrightarrow \sqrt{4-7y} = -2y \Leftrightarrow 4y^2 + 7y - 4 = 0.$$

Giải phương trình này, ta có được nghiệm của bài toán ($y < 0$).

Xét $\sqrt{3x-2y} = 3y$ thay vào hệ phương trình, ta có:

$$2\sqrt{3x+3y} = 6\left(x+y\right) - 4 \Leftrightarrow 2\sqrt{3\left(x+y\right)} = 6\left(x+y\right) - 4$$

Đặt: $t = \sqrt{3\left(x+y\right)} \ge 0$. Khi đó phương trình trở thành: $2t = 2t^2 - 4 \Leftrightarrow t^2 - t - 2 = 0$.

Giải ra ta được: $t = 2 \Rightarrow \sqrt{3\left(x+y\right)} = 2 \Leftrightarrow x + y = \frac{4}{3}$.

Lập hệ phương trình: $\begin{cases} x+y=\dfrac{4}{3} \\ \sqrt{3x-2y}=3y \end{cases}$

Giải hệ này, ta có được nghiệm của bài toán.

Câu 3: Đặt (a, b, c) = k. Suy ra: a = kx, b = ky, c = kz.

(Với x, y, z đôi một nguyên tố cùng nhau). Vì $a^4 \vdots b$ nên $k^4x^4 \vdots ky$

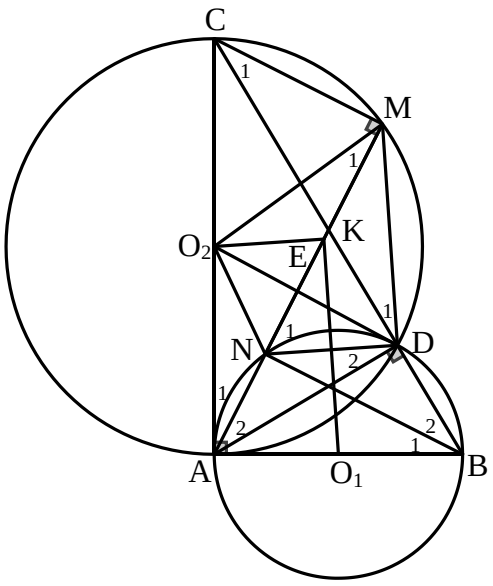
Hay $k^3x^4 \vdots y$ mà (x, y) = 1 nên $k^3 \vdots y$

Chứng minh tương tự: $k^3 \vdots x$ và $k^3 \vdots z$.

Suy ra: $k^9 \vdots xyz$

Ta có: $(a+b+c)^{21} = k^{21}(x+y+z)^{21} \vdots k^{21} \vdots k^9.k^3 \vdots xyz.k^3 = abc$

Câu 4:



a) $\Delta CME \backsim \Delta BNA$.

b) $\widehat{C_1} = \widehat{D_1} = \widehat{M_1} = \widehat{A_1} = \widehat{A_2} = \widehat{D_2} = \widehat{B_1} = \widehat{B_2} \Rightarrow$ Suy ra: $\widehat{MO_2D} = \widehat{A_2} = \widehat{N_1}$

Suy ra: Tứ giác DMO_2N nội tiếp.

c) O_1, N, O_2 nằm trên đường trung trực của AD nên chúng thẳng hàng.

Ta chứng minh được: $\widehat{MDN} = 90^0$ nên tứ giác DMO_2N nội tiếp đường tròn tâm K.

Suy ra: $\widehat{O_2KA} = 2\widehat{M_1} = 2\widehat{B_1} = \widehat{O_2O_1A}$

Suy ra tứ giác AO_2KO_1 nội tiếp $\Rightarrow \widehat{O_1KO_2} = 90^0$

Câu 5:

Ta có: $\dfrac{a^2}{\sqrt{b+3}} + \dfrac{b^2}{\sqrt{c+3}} + \dfrac{c^2}{\sqrt{a+3}} = \dfrac{2a^2}{2\sqrt{b+3}} + \dfrac{2b^2}{2\sqrt{c+3}} + \dfrac{2c^2}{2\sqrt{a+3}}$

Sử dụng BĐT Cauchy và Schwarz:

$2\sqrt{a+3} \le a+3+4 = a+7;\ 2\sqrt{b+3} \le b+3+4 = b+7;\ 2\sqrt{c+3} \le c+3+4 = c+7$

Suy ra: $VT \ge \dfrac{4a^2}{b+7} + \dfrac{4b^2}{c+7} + \dfrac{4c^2}{a+7} \ge \dfrac{(2a+2b+2c)^2}{a+b+c+21} = \dfrac{3}{2}$

------- HẾT -------

SỞ GD -ĐT BẮC NINH **KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT CHUYÊN**
TRƯỜNG THPT CHUYÊN BẮC NINH **NĂM HỌC: 2014 - 2015**

MÔN THI: TOÁN (dành cho tất cả thí sinh)
Thời gian làm bài: 120 phút (không kể thời gian phát đề)
Ngày thi: 20/6/2014

Câu I: (1, 5 điểm)
Cho phương trình: $x^2 + 2mx - 2m - 6 = 0$ (1) (với ẩn x, tham số m)
1) Giải phương trình (1) khi m = 1.
2) Xác định giá trị của m để phương trình (1) có hai nghiệm x_1, x_2 sao cho $x_1^2 + x_2^2$ nhỏ nhất.

Câu II: (1,5 điểm)
Trong cùng một hệ toạ độ, gọi (P) là đồ thị của hàm số $y = x^2$ và (d) là đồ thị của hàm số y = -x + 2
1) Vẽ các đồ thị (P) và (d). Từ đó xác định toạ độ giao điểm của (P) và (d) bằng đồ thị.
2) Tìm a và b để đồ thị Δ của hàm số y = ax + b song song với (d) và cắt (P) tại điểm có hoành độ bằng -1.

Câu III: (2,0 điểm)
1) Một người đi xe đạp từ địa điểm A đến địa điểm B, quãng đường AB dài 24 km. Khi đi từ B trở về A người đó tăng vận tốc thêm 4km so với lúc đi, vì vậy thời gian về ít hơn thời gian đi 30 phút. Tính vận tốc của xe đạp khi đi từ A đến B.
2) Giải phương trình: $\sqrt{x} + \sqrt{1-x} + \sqrt{x(1-x)} = 1$

Câu IV: (3,0 điểm)

Cho tam giác ABC có ba góc nhọn và ba đường cao AA', BB', CC' cắt nhau tại H. Vẽ hình bình hành BHCD. Đường thẳng qua D và song song với BC cắt đường thẳng AH tại M.
1) Chứng minh rằng năm điểm A, B, C, D, M cùng thuộc một đường tròn.
2) Gọi O là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC. Chứng minh rằng: BM = CD và $\widehat{BAM} = \widehat{OAC}$.
3) Gọi K là trung điểm của BC, đường thẳng AK cắt OH tại G. Chứng minh rằng G là trọng tâm của tam giác ABC.

Câu V: (2,0 điểm)
1) Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = a^2 + ab + b^2 - 3a - 3b + 2014$.
2) Có 6 thành phố trong đó cứ 3 thành phố bất kỳ thì có ít nhất 2 thành phố liên lạc được với nhau. Chứng minh rằng trong 6 thành phố nói trên tồn tại 3 thành phố liên lạc được với nhau.

---------- Hết ----------
Ghi chú: ***Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.***
Họ và tên thí sinh: ..... Số báo danh: .....

ĐÁP ÁN

Câu I:

1) Giải phương trình khi m = 1.

Thay m = 1 vào (1) ta được: $x^2 + 2x - 8 = 0 \Leftrightarrow (x + 4)(x - 2) = 0 \Leftrightarrow x = \{-4; 2\}$

Xét phương trình (1): $x^2 + 2mx - 2m - 6 = 0$ (1)

$$\Delta'_{(1)} = m^2 + 2m + 6 = (m+1)^2 + 5 > 0$$

$\Rightarrow$ Phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt x_1; x_2 với mọi m.

Áp dụng hệ thức viét vào phương trình (1) ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = -2m \\ x_1 x_2 = -(2m+6) \end{cases}$ (I)

Ta có:

$A = x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 = (-2m)^2 + 2(2m+6) = 4m^2 + 4m + 12 = (2m+1)^2 + 11 \geq 11$

Giá trị nhỏ nhất của A là 11 khi m = $\frac{-1}{2}$.

Câu II:

1) Vẽ chính xác và xác định được giao điểm của (P) và (d) là M(1 ; 1) và N (-2; 4)

2) Tìm được a = -1 và b = 0 $\Rightarrow$ Phương trình của Δ là y = - x.

Câu III:

1) Gọi x (km/h) là vận tốc người đi xe đạp từ A đến B, (x > 0)

Ta có phương trình:

$$\frac{24}{x} - \frac{24}{x+4} = \frac{1}{2}$$

Giải ra ta được: x = 12.

2) Điều kiện: $0 \leq x \leq 1$.

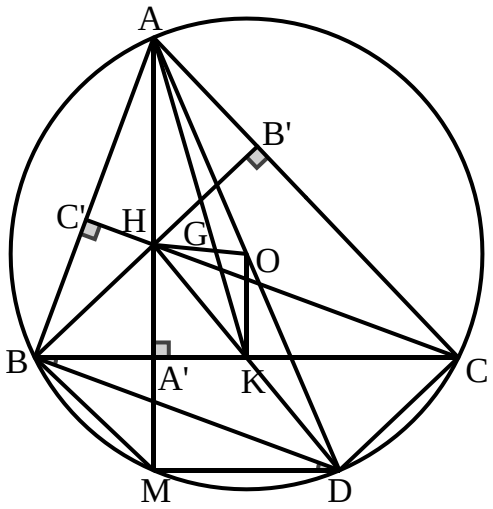
Đặt: $0 < a = \sqrt{x} + \sqrt{1-x} \Rightarrow \frac{a^2 - 1}{2} = \sqrt{x(1-x)}$

Ta có phương trình tương đương:

$a + \frac{a^2 - 1}{2} = 1 \Leftrightarrow a^2 + 2a - 3 = 0 \Leftrightarrow (a-1)(a+3) = 0 \Leftrightarrow a = \{-3; 1\} \Rightarrow a = 1 > 0$

Nếu $a = 1 \Rightarrow \sqrt{x} + \sqrt{1-x} = 1 \Rightarrow$ x = {0; 1} (thỏa mãn)

Câu IV:



1) Chứng minh các tứ giác ABMD, AMDC nội tiếp.

Suy ra: A, B, C, D, M cùng nằm trên một đường tròn.

2) Xét (O) có dây MD//BC.

Suy ra: sđ $\overset{\frown}{MB}$ = sđ $\overset{\frown}{CD}$ $\Rightarrow$ BM = CD.

Theo phần 1) và BC//MD $\Rightarrow$ $\widehat{BAM} = \widehat{OAC}$.

3) Chứng minh OK là đường trung bình của ΔAHD

$\Rightarrow$ OK // AH và OK = $\frac{1}{2}$AH hay $\frac{OK}{AH} = \frac{1}{2}$ (*)

Chứng minh: $\Delta OGK \backsim \Delta HGA \Rightarrow \frac{OK}{AH} = \frac{1}{2} = \frac{GK}{AG} \Rightarrow AG = 2GK$.

Từ đó suy ra G là trọng tâm của ΔABC.

Câu V:

1) Ta có:

$$2P = (a+b-2)^2 + (a-1)^2 + (b-1)^2 + 4022 \geq 4022$$

$\Rightarrow P \geq 2011$

Vậy giá trị nhỏ nhất của P là 2011 đạt được khi a = b = 1.

2) Gọi 6 thành phố đã cho là A, B, C, D, E, F.

- Xét thành phố A: Theo nguyên lí Dirichlet, trong 5 thành phố còn lại thì có ít nhất 3 thành phố liên lạc được với A hoặc có ít nhất 3 thành phố không liên lạc được với A (vì nếu số thành phố liên lạc được với A cũng không vượt quá 2 và số thành phố không liên lạc được với A cũng không vượt quá 2 thì ngoài A, số thành phố còn lại cũng không vượt quá 4). Do đó chỉ xảy ra các khả năng sau:

Khả năng 1:

Số thành phố liên lạc được với A không ít hơn 3, giả sử B, C, D liên lạc được với A.

Theo đề bài trong 3 thành phố B, C, D có 2 thành phố liên lạc được với nhau.

Khi đó 2 thành phố này cùng với A tạo thành 3 thành phố đôi một liên lạc được với nhau.

Khả năng 2:

Số thành phố không liên lạc được với A, không ít hơn, giả sử 3 thành phố không liên lạc được với A là D, E, F. Khi đó trong bộ 3 thành phố (A, D, E) thì D và E liên lạc được với nhau (vì D, E không liên lạc được với A)

Tương tự trong bộ 3 (A, E, F) và (A, F, D) thì E, F liên lạc được với nhau, F và D liên lạc được với nhau và như vậy D, E, F là 3 thành phố đôi một liên lạc được với nhau.

------- HẾT-------

SỞ GD - ĐT CAO BẰNG
TRƯỜNG THPT CHUYÊN CAO BẰNG

KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10
NĂM HỌC: 2014 - 2015

MÔN THI: TOÁN (chuyên)
Thời gian làm bài: 120 phút (không kể thời gian phát đề)

Câu 1:

Cho biểu thức: $P = \dfrac{x^2 - x}{x + \sqrt{x} + 1} - \dfrac{4x + 3\sqrt{x}}{\sqrt{x}} + \dfrac{4(x-1)}{\sqrt{x} - 1}$

a) Rút gọn P.

b) Cho $Q = \dfrac{2\sqrt{x}}{P}$. Chứng minh rằng: $0 < Q < 2$.

Câu 2:

a) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x^2 + y^2 = 5 \\ 3(x + y) + 4xy + 5 = 0 \end{cases}$

b) Giải phương trình: $(x^2 + 3x + 2)(x^2 + 7x + 12) = 24$

Câu 3:

Trong mặt phẳng Oxy cho parabol (P): $y = -x^2$ và đường thẳng (d) đi qua I(0; -1) và có hệ số góc k.

a) Chứng minh rằng với mọi k thì đường thẳng (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt A và B.

b) Chứng minh rằng tam giác OAB vuông.

Câu 4:

Cho nửa đường tròn đường kính AB = 2R. Gọi O là trung điểm AB. Tiếp tuyến với đường tròn tại một điểm P thuộc nửa đường tròn (P khác A, B) cắt hai tiếp tuyến Ax, By của nửa đường tròn theo thứ tự tại M, N. Gọi K là giao điểm OM với AP, H là giao điểm của ON với PB.

a) Chứng minh rằng: AMPO nội tiếp và OHPK là hình chữ nhật.

b) Chứng minh rằng: $AN.BN = R^2$. Xác định vị trí của P để AM + BN đạt giá trị nhỏ nhất.

c) Xác định vị trí của điểm M trên Ax và điểm N trên By để chu vi hình thang AMNB bằng 7R.

Câu 5:

Cho x, y và x + y = 1. Chứng minh rằng: $\dfrac{1}{x^2 + y^2} + \dfrac{2}{xy} + 4xy \geq 11$

---------- Hết ----------

Ghi chú: ***Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.***

Họ và tên thí sinh: ..... Số báo danh: .....

SỞ GD - ĐT HẢI DƯƠNG
TRƯỜNG THPT CHUYÊN NGUYỄN TRÃI

KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10
NĂM HỌC: 2014 - 2015

MÔN THI: TOÁN (Chuyên)
Thời gian làm bài: 150 phút (không kể thời gian phát đề)

Câu I: (2,0 điểm)

1) Cho số thực x thỏa mãn: $\sqrt{x^2-6x+36}+\sqrt{x^2-6x+64}=18$

Tính giá trị của biểu thức: $A=\sqrt{4x^2-24x+256}-2\sqrt{x^2-6x+36}$

2) Tính giá trị biểu thức: $B = 6x^3 + 3x^2 + 2014$ với $x=\dfrac{1}{\sqrt[3]{3+2\sqrt{2}}+\sqrt[3]{3-2\sqrt{2}}}$

Câu II: (2,0 điểm)

1) Giải phương trình: $x^2-20x+24+8\sqrt{3(x-1)}=0$

2) Giải hệ phương trình: $\begin{cases}\sqrt{x+1}+\sqrt{y}=\dfrac{13}{2}\\ \sqrt{x-2}+\sqrt{y-3}=\dfrac{11}{2}\end{cases}$

Câu III: (2,0 điểm)

1) Tìm số các số nguyên tố n thỏa mãn: $100 \le n \le 502$ và $n = a^3 - b^3$, với a, b là các ố tự nhiên.

2) Tìm tất cả các số hữu tỉ a, b, c thỏa mãn: $a\sqrt[4]{4}+b\sqrt[4]{2}+c=0$.

Câu IV: (3,0 điểm)

Cho đường tròn (O), đường kính AB. Đường thẳng (d) tiếp xác với đường tròn (O) tại A. Gọi M, N là hai điểm thay đổi trên đường thẳng (d) sao cho A nằm giữa M và N; AM.AN không đổi. BM và BN cắt đường tròn (O) lần lượt tại D và E.

1) Chứng minh: Tứ giác DENM là tứ giác nội tiếp.

2) Chứng minh: DE luôn đi qua điểm cố định khi M, N thay đổi.

3) Gọi K là tâm đường tròn ngoại tiếp tứ giác DENM. Chứng minh rằng K luôn thuộc một đường thẳng cố định.

Câu V: (1,0 điểm)

Gọi x, y là các số thực thay đổi, thỏa mãn điều kiện:x > y > 0 và xy = 4. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $P=\dfrac{x^2+y^2}{x-y+1}$.

---------- Hết ----------

Ghi chú: ***Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.***

Họ và tên thí sinh: ..... Số báo danh: .....

SỞ GD - ĐT LÀO CAI
TRƯỜNG THPT CHUYÊN LÀO CAI

KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10
NĂM HỌC: 2014 - 2015

MÔN THI: TOÁN (Chuyên)
Thời gian làm bài: 150 phút (không kể thời gian phát đề)
Ngày thi: 24/06/2014

Câu 1: (2,0 điểm)

1) Rút gọn biểu thức: $P = \dfrac{\sqrt{x+2\sqrt{x-1}}+\sqrt{x-2\sqrt{x-1}}}{\sqrt{x+\sqrt{2x-1}}-\sqrt{x-\sqrt{2x-1}}}$, với $x \geq 2$.

2. Cho $x = \sqrt[3]{1+\sqrt{65}}-\sqrt[3]{\sqrt{65}-1}$. Tính $Q = x^3 + 12x + 2012$.

Câu 2: (2,0 điểm)

Cho phương trình: $x^2 - 2mx + m - 2 = 0$ (1) (x là ẩn số)

1) Chứng minh rằng phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi m.

2) Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình (1). Tìm m để biểu thức:

$$M = \frac{-24}{2mx_1 + x_2^2 - 6x_1x_2 - m + 2}$$

đạt giá trị nhỏ nhất.

Câu 3: (2,0 điểm)

1) Cho hệ phương trình: $\begin{cases} mx - y = 2 \\ x + my = 3 \end{cases}$

Tìm tất cả các giá trị của m sao cho hệ phương trình có đúng 1 nghiệm (x; y) thỏa mãn $x + y < 0$.

2) Tìm tất cả các giá trị x, y nguyên dương thỏa mãn:

$$x^3 + 2x^2y + xy + 2y^2 - 15 = 0$$

Câu 4: (3,0 điểm)

Từ điểm A nằm ngoài đường tròn (O), kẻ hai tiếp tuyến AB và AC tới đường tròn (O) (B; C là tiếp điểm). Đường thẳng qua A cắt đường tròn (O) tại D và E (D nằm giữa A và E, dây DE không đi qua O). Gọi H là trung điểm của DE, AE cắt BC tại K.

1) Chứng minh rằng: Tứ giác ABOC nội tiếp đường tròn.

2) Chứng minh rằng: HA là phân giác của $\widehat{BHC}$.

3) Chứng minh rằng: $\dfrac{2}{AK} = \dfrac{1}{AD} + \dfrac{1}{AE}$

Câu 5: (1,0 điểm)

Cho a, b > 0 thỏa mãn $a + b + c \leq 2014$. Chứng minh rằng: $\dfrac{5a^3 - b^3}{ab + 3a^2} + \dfrac{5b^3 - c^3}{bc + 3b^2} + \dfrac{5c^3 - a^3}{ca + 3c^2} \leq 2014$.

---------- Hết ----------

Ghi chú: ***Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.***

Họ và tên thí sinh: ..... Số báo danh: .....

ĐÁP ÁN

Câu 1:

1) $\dfrac{P}{\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{x+2\sqrt{x-1}}+\sqrt{x-2\sqrt{x-1}}}{\sqrt{2x+2\sqrt{2x-1}}-\sqrt{2x-2\sqrt{2x-1}}}=\dfrac{2\sqrt{x-1}}{\sqrt{2x-1}+1-\sqrt{2x-1}+1}=\dfrac{2\sqrt{x-1}}{2}=\sqrt{x-1}$

2)

$$\begin{cases}a=\sqrt[3]{\sqrt{65}+1}\\ b=\sqrt[3]{\sqrt{65}-1}\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x=a-b\\ (a-b)^3=2-3ab(a-b)=2-3abx\end{cases}$$

$$\Rightarrow x^3=(a-b)^3=2-12x\Rightarrow x^3+12x+2012=2014$$

Câu 2:

1) Δ - $(2m - 1)^2 + 7 > 0$

Vậy phương trình luôn có hai nghiệm với mọi m.

2) Áp dụng định lý Vi-et, ta có:

$$\begin{cases}x_1+x_2=2m\\ x_1x_2=m-2\end{cases}$$

Ta có:

$$2mx_1+x_2^2-6x_1x_2-m+2=(x_1+x_2)x_1+x_2^2-6x_1x_2-x_1x_2=(x_1+x_2)^2-4x_1x_2=(2m-1)^2+7\ge 7$$

$$M=\frac{-24}{2mx_1+x_2^2-6x_1x_2-m+2}\ge\frac{-24}{7}$$

Vậy giá trị nhỏ nhất của $\dfrac{-24}{7}$. Dấu "=" xảy ra khi $m=\dfrac{1}{2}$.

Câu 3:

1) Giải hệ này $\begin{cases}mx-y=2\\ x+my=3\end{cases}$ ta được: $\begin{cases}x=\dfrac{2m+3}{m^2+1}\\ y=\dfrac{3m-2}{m^2+1}\end{cases}$

Ta có: $x + y < 0 \Leftrightarrow \dfrac{2m+3}{m^2+1}+\dfrac{3m-2}{m^2+1}<0\Leftrightarrow\dfrac{5m+1}{m^2+1}<0\Leftrightarrow 5m+1<0\Leftrightarrow m<-\dfrac{1}{5}$

2) $x^3 + 2x^2y + xy + 2y^2 - 15 = 0$

$\Leftrightarrow (x^2 + y)(x + 2y) = 15$

Với $x, y > 0$ thì $x^2 + y$ và $x + 2y$ thuộc Ư(15) = {1; 3; 5; 15}

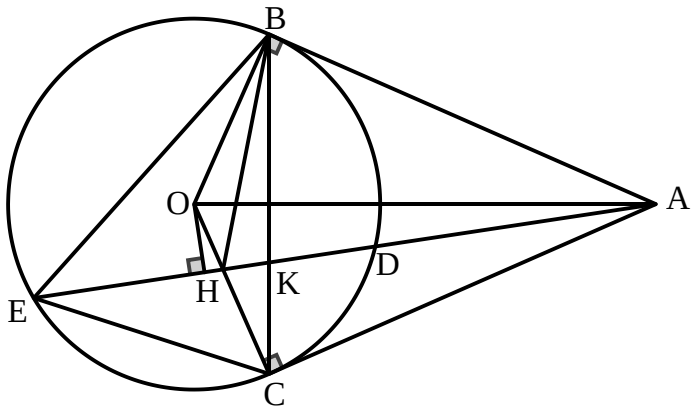
Ta có:

$$\begin{cases}x^2+y=1\\ x+2y=15\end{cases};\begin{cases}x^2+y=15\\ x+2y=1\end{cases}$$

$$\begin{cases}x^2+y=3\\ x+2y=5\end{cases};\begin{cases}x^2+y=5\\ x+2y=3\end{cases}$$

Giải 4 hệ trên, ta được x, y.

Câu 4:



1) Xét tứ giác ABOC có:

$OB \perp AB \Rightarrow \widehat{ABO} = 90^0$ (AB là tiếp tuyến tại B)

$OC \perp AC \Rightarrow \widehat{ACO} = 90^0$ (AC là tiếp tuyến tại C)

$\Rightarrow \widehat{ABO} + \widehat{ACO} = 180^0$

Vậy tứ giác ABOC nội tiếp.

2) Chứng minh rằng: HA là phân giác của $\widehat{BHC}$.

Câu 5:

Ta chứng minh:

$\frac{5a^3 - b^3}{ab + 3a^2} \le 2a - b \Rightarrow 5a^3 - b^3 \le (2a - b)(ab + 3a^2) = 6a^3 - 3a^2b + 2a^2b - b^2a \Rightarrow 0 \le a^3 + b^3$ luôn đúng.

$-a^2b - b^2a = a^2(a - b) + b^2(b - a) = (a - b)^2(a + b)$

Vậy $\frac{5a^3 - b^3}{ab + 3a^2} + \frac{5b^3 - c^3}{bc + 3b^2} + \frac{5c^3 - a^3}{ca + 3c^2} \le 2a - b + 2b - c + 2c - a = a + b + c \le 2014$

------- HẾT -------

SỞ GD - ĐT HÒA BÌNH **KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10**
TRƯỜNG THPT CHUYÊN HOÀNG VĂN THỤ **NĂM HỌC: 2014 - 2015**

MÔN THI: TOÁN
(Dành cho học sinh thi chuyên Nga - Pháp - Trung)
Thời gian làm bài: 150 phút (không kể thời gian phát đề)
Ngày thi: 24/06/2014

Câu I: (3,0 điểm)
1) Phân tích thành nhân tử: $A = x^2 - 2y - xy + 2x$
2) Tính:
a) $B = \sqrt{20}.\sqrt{45}$ b) $C = \frac{1}{\sqrt{5}-1} - \frac{1}{\sqrt{5}+1}$
3) Giải phương trình: $|4x + 7| = 11$

Câu II: ***(3,0 điểm)***
1) Cho đường thẳng (d): $y = mx + 3$. Tìm m để đường thẳng (d) đi qua điểm M(-1; 4).
2) Cho phương trình: $x^2 - 7x + 4m - 5 = 0$. Tìm m để phương trình có hai nghiệm trái dấu.
3) Cho tam giác ABC vuông tại A có cạnh BC = 12cm và $\widehat{ABC} = 60^0$. Tính độ dài các cạnh AB và AC.

Câu III: (1,0 điểm)
Tìm một số có hai chữ số biết rằng chữ số hàng đơn vị lớn hơn chữ số hàng chục là 6 và nếu đem số đó chia cho tổng các chữ số của nó thì được thương là 2 và dư là 8.

Câu IV: (2,0 điểm)
Cho tam giác ABC nhọn nội tiếp đường tròn (O), hai đường cao BD và CE. Đường thẳng BD cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai là P, đường thẳng CE cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai là Q. Chứng minh rằng:
1) Tứ giác BEDC là tứ giác nội tiếp.
2) Đường thẳng DE song song với đường thẳng PQ.

Câu V: (1,0 điểm)
Tìm x, y, z biết: $x^2 + y^2 + z^2 - yz - 4x - 3y + 7 = 0$

---------- Hết ----------
Ghi chú: ***Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.***
Họ và tên thí sinh: ..... Số báo danh: .....

ĐÁP ÁN

Câu I:

1) $A = x^2 - 2y - xy + 2x = (x - y)(x + 2)$

2)

a) $B = \sqrt{20}.\sqrt{45} = 30$

b) $C = \dfrac{1}{\sqrt{5}-1} - \dfrac{1}{\sqrt{5}+1} = \dfrac{\left(\sqrt{5}+1\right)-\left(\sqrt{5}-1\right)}{5-1} = \dfrac{2}{4} = \dfrac{1}{2}$

c) $|4x + 7| = 11 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 4x + 7 = 11 \\ 4x + 7 = -11 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = \dfrac{-9}{2} \end{array}\right.$

Câu II:

1) (d) đi qua M(-1; 4) $\Leftrightarrow 4 = - m + 3 \Leftrightarrow m = - 1.$

2) Phương trình có hai nghiệm trái dấu $\Leftrightarrow 4m - 5 < 0 \Leftrightarrow m < \dfrac{5}{4}$

3) Ta có $\sin\widehat{ABC} = \dfrac{AC}{BC} \Rightarrow AC = BC.\sin 60^0 = 12\dfrac{\sqrt{3}}{2} = 6\sqrt{3}(cm)$

Câu III:

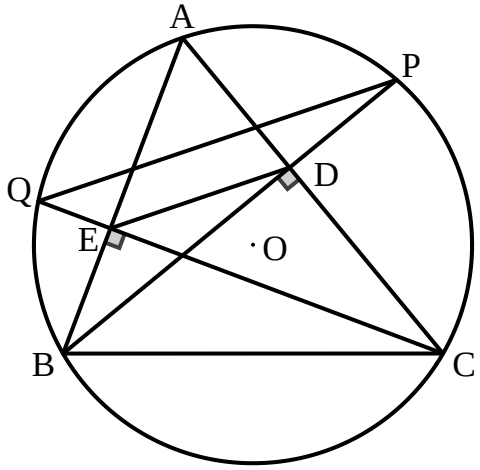
Gọi số cần tìm là $\overline{ab}$ $(a, b \in N, 0 < a \le 9, 0 \le b \le 9)$

Ta có $\overline{ab} = 10a + b$

Theo bài ra ta có hệ PT: $\begin{cases} b = a + 6 \\ 10a + b = 2(a + b) + 8 \end{cases}$

Giải ra được $\begin{cases} a = 2 \\ b = 8 \end{cases}$

Câu IV:



1) Vì BD và CE là các đường cao nên $\widehat{BEC} = \widehat{BDC} = 90^0$
$\Rightarrow$ tứ giác BEDC nội tiếp.

2) Trong đường tròn (O) có $\widehat{QPB} = \widehat{QCB}$ (cùng chắn cung BQ)

Vì tứ giác BEDC nội tiếp nên $\widehat{EDB} = \widehat{ECB}$

$\Rightarrow \widehat{EDB} = \widehat{QPB} \Rightarrow PQ // ED$ (đpcm)

Câu V:

Ta có: $x^2 + y^2 + z^2 - yz - 4x - 3y + 7 = 0$

$\Leftrightarrow (x-2)^2 + \left(z - \frac{y}{2}\right)^2 + 3\left(\frac{y}{2} - 1\right)^2 = 0$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 2 \\ z = 1 \end{cases}$

------ HẾT -------

SỞ GD - ĐT TUYÊN QUANG **KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10**
TRƯỜNG THPT CHUYÊN TUYÊN QUANG **NĂM HỌC: 2014 - 2015**

MÔN THI: TOÁN

(Đề thi dành cho học sinh thi vào lớp 10 và chuyên Tuyên Quang)
Thời gian làm bài: 120 phút
(không kể thời gian phát đề)

Câu 1: (2,0 điểm)

a) Rút gọn biểu thức: $A = \frac{1}{x+\sqrt{x}} + \frac{2\sqrt{x}}{x-1} - \frac{1}{x=\sqrt{x}}$ với $x > 1,\ x \neq 1$

b) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} 2x + y = -4 \\ x - 3y = 5 \end{cases}$

Câu 2: (1,0 điểm)

Vẽ trên cùng một hệ trục tọa độ đồ thị của các hàm số (P) $y = x^2$ và (D) $y = 3x - 2$. Tìm tọa độ các giao điểm của 2 đồ thị trên.

Câu 3: (2,0 điểm)

Cho phương trình: $-3x^2 + 2x + m = 0$, với m là tham số.

a) Giải phương trình khi m = 1.

b) Tìm điều kiện của m để phương trình có hai nghiệm phân biệt.

Câu 4: (1,5 điểm)

Hai ô tô đi từ A đến B dài 200km. Biết vận tốc xe thứ nhất nhanh hơn vận tốc xe thức hai là 10km/h nên xe thứ nhất đến B sơm hơn xe thứ hai là 1 giờ. Tính vận tốc của mỗi xe?

Câu 5: (3,0 điểm)

Cho tam giác ABC có ba góc nhọn nội tiếp đường tròn tâm O, (AB < AC). Hai tiếp tuyến tại B và C cắt nhau tại M. AM cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai D. E là trung điểm của đoạn AD. EC cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai F. Chứng minh rằng:

a) Tứ giác OEBM nội tiếp.

b) Tam giác MBD và tam giác MAB đồng dạng.

c) $\overset{\frown}{BFC} = \overset{\frown}{MOC}$ và BF // AM.

Câu 6: (0,5 điểm)

Tìm giá trị lớn nhất, giá tị nhỏ nhất của biểu thức $A = 2x + \sqrt{5 - x^2}$

---------- Hết ----------

Ghi chú: ***Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.***

Họ và tên thí sinh: ..... Số báo danh: .....

SỞ GD - ĐT YÊN BÁI **KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10**
TRƯỜNG THPT CHUYÊN NGUYỄN TẤT THÀNH **NĂM HỌC: 2014 - 2015**

MÔN THI: TOÁN

(Đề thi dành cho học sinh thi vào lớp 10 và chuyên Nguyễn Tất Thành)
Thời gian làm bài: 120 phút
(không kể thời gian phát đề)
Ngày thi: 28/06/2014

Câu 1: (1,5 điểm)

1) Không được dùng máy tính, hãy so sánh $3\sqrt{5}$ và $5\sqrt{3}$

2) Rút gọn biểu thức: $P = \dfrac{x\sqrt{x} - 3\sqrt{x} + 3x - 9}{x - 9} - \dfrac{x + 3\sqrt{x}}{\sqrt{x}}$

Câu 2: (1 điểm)

Cho hàm số y = 3x – 2 có đồ thị là đường thẳng (d)
1) Tính giá trị của y khi x = 1.
2) Xác định tọa độ giao điểm của (d) với parabol (P) $y = x^2$.

Câu 3: (3 điểm)

1) Giải phương trình, hệ phương trình sau:
a) x – 2 = 0
b) $\begin{cases} 2x + y = 3 \\ x - 3y = 5 \end{cases}$

2) Cho phương trình: $x^2 – (m + 2)x – 8 = 0$ (1)
a) Giải phương trình (1) với m = 0.
b) Tìm m để phương trình (1) có 2 nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1(1 – x_2) + x_2(1 – x_1) = 8$

Câu 4: (3,5 điểm)

Cho tam giác ABC có 3 góc nhọn, trong đó $\widehat{BAC} = 60^0$. Đường tròn tâm I đường kính BC cắt AB và AC lần lượt tại D, E. BE cắt CD tại H. Chứng minh rằng:
1) AH vuông góc với BC và tứ giác ADHE nội tiếp đường tròn.
2) BE.AH = BC.AE.
3) Tam giác DEI là tam giác đều.

Câu 5: (1 điểm)

Cho 3 số x, y, z > 0. Chứng minh rằng:

$$\frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{y}} + \frac{1}{\sqrt{z}} \geq 3\left(\frac{1}{\sqrt{x} + 2\sqrt{y}} + \frac{1}{\sqrt{y} + 2\sqrt{z}} + \frac{1}{\sqrt{y} + 2\sqrt{z}} \right)$$

---------- Hết ----------

Ghi chú: ***Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.***

Họ và tên thí sinh: ..... Số báo danh: .....

SỞ GD - ĐT ĐIỆN BIÊN **KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10**
TRƯỜNG THPT CHUYÊN LÊ QUÝ ĐÔN **NĂM HỌC: 2014 - 2015**

MÔN THI: TOÁN

Thời gian làm bài: 150 phút (không kể thời gian phát đề)

Câu 1: (2,0 điểm)

Cho biểu thức: $P=\left(\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{xy}+1}+\frac{\sqrt{xy}+\sqrt{x}}{\sqrt{xy}-1}-1\right):\left(\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{xy}+1}-\frac{\sqrt{xy}+\sqrt{x}}{\sqrt{xy}-1}+1\right)$

1) Tìm điều kiện xác định và rút gọn P.

2) Tính giá trị của P nếu $x=2-\sqrt{3}$ và $y=\frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}-1}$.

Câu 2: (1,5 điểm)

Cho phương trình: $x^2 - 2(m + 1)x + m^2 + 4 = 0$, (m là tham số)

1) Giải phương trình với m = 2.

2) Tìm m để phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn: $x_1^2+2(m+1)x_2\le 2m^2+8m+2014$.

Câu 3: (2,0 điểm)

1) Giải phương trình: $\sqrt{5x-1}-\sqrt{3x-2}=\sqrt{x-1}$.

2) Giải hệ phương trình: $\begin{cases}(x-1)(xy-x^2)=3\\ x^2-2x+y=4\end{cases}$

Câu 4: (2,0 điểm) Trên hai cạnh Ox, Oy của góc vuông xOy lần lượt lấy hai điểm A và B sao cho OA = OB. Một đường thẳng đi qua A cắt OB tại M (M nằm trong đoạn OB). Từ B kẻ đường thẳng vuông góc với AM cắt AM tại H, cắt AO kéo dài tại I.

1) Chứng minh rằng: OI = OM và tứ giác OMHI nội tiếp được trong một đường tròn.

2) Từ O kẻ đường thẳng vuông góc với BI tại K. Chứng minh rằng: OK = KH. Điểm K di động trên đường cố định nào khi M di động trên OB?

Câu 5: (1,0 điểm) Cho tam giác ABC nội tiếp đường tròn (O). Trên cạnh BC lấy điểm D, trên cạnh CA lấy điểm E, trên cạnh AB lấy điểm F sao cho tứ giác AFDE là tứ giác nội tiếp. Kéo dài AD cắt đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC tại giao điểm thứ hai (M ≠ A).

Chứng minh rằng: $S_{\Delta DEF}=\frac{EF^2}{BC^2}.\frac{MD}{AD}$. Từ đó suy ra: $S_{\Delta DEF}\le\frac{EF^2}{4AD^2}$

Câu 6: (1,5 điểm)

1) Cho các số x, y dương thỏa mãn $x^2 + y^2 = 8$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$P=\frac{1}{\sqrt{1+x^3}}+\frac{1}{\sqrt{1+y^3}}$$

2) Tìm tất cả các số nguyên tố p sao cho hai số $4p^2 + 1$ và $6p^2 + 1$ là hai số nguyên tố.

---------- Hết ----------

Ghi chú: ***Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.***

Họ và tên thí sinh: ..... Số báo danh: .....

SỞ GD - ĐT THÁI NGUYÊN **KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10**
TRƯỜNG THPT CHUYÊN THÁI NGUYÊN **NĂM HỌC: 2014 - 2015**

MÔN THI: TOÁN

Thời gian làm bài: 150 phút (không kể thời gian phát đề)
Ngày thi: 30/06/2014

Câu 1: (1 điểm)
Không dùng máy tính, rút gọn biểu thức sau:

$$A=\frac{\sqrt{5-\sqrt{3}}-\sqrt{5+\sqrt{3}}}{\sqrt{5-\sqrt{22}}}+\sqrt{27+10\sqrt{2}}$$

Câu 2: (1,5 điểm)
Giải hệ phương trình:

$$\begin{cases}\dfrac{1}{3x+y}+\dfrac{1}{2x-y}=4\\ 3x-4y=8(3x+y)(2x-y)\end{cases}$$

Câu 3: (1,5 điểm)
Cho phương trình: $x^2-4x+2m-3\ (1)$ (m là tham số)

Tìm m để phương trình (1) có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn: $\sqrt{3}\left(\sqrt{x_1}+\sqrt{x_2}\right)=\sqrt{x_1x_2+17}$

Câu 4: (1 điểm)
Tìm tất cả các cặp hai số nguyên dương (x; y) thỏa mãn: $(x+y)^3=(x-y-6)^2$

Câu 5: (1 điểm)
Với a, b là các số nguyên. Chứng minh a^5b-ab^5 chia hết cho 30.

Câu 6: (1 điểm)
Cho tam giác ABC có $\widehat{BAC}=120^0$, AB = 4cm, AC = 6cm. Tính độ dài đường trung tuyến AM của tam giác.

Câu 7: (3 điểm)
Cho tam giác ABC nhọn (AB < AC), đường cao AH. Gọi D, E là chân các đường vuông góc hạ từ H xuống AB, AC. Đường thẳng DE cắt tia CB tại S.

a) Chứng minh rằng các tứ giác ADHE, BCED nội tiếp được trong một đường tròn.

b) Đường thẳng SA cắt đường tròn đường kính AH tại M, các đường thẳng BM và AC cắt nhau tại F. Chứng minh rằng: $FA.FC+SB.SC=SF^2$

---------- Hết ----------

Ghi chú: ***Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.***

Họ và tên thí sinh: ..... Số báo danh: .....

SỞ GD - ĐT PHÚ THỌ
TRƯỜNG THPT CHUYÊN HÙNG VƯƠNG

KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10
NĂM HỌC: 2014 - 2015

MÔN THI: TOÁN

Thời gian làm bài: 150 phút (không kể thời gian phát đề)
Ngày thi: 30/06/2014

Câu 1: Rút gọn biểu thức:

$$A = \frac{x+\sqrt{x}-6}{x-9} + \frac{x-7\sqrt{x}+19}{x+\sqrt{x}-12} - \frac{x-5\sqrt{x}}{x+4\sqrt{x}},\ \forall x > 0;\ x \neq 9$$

Câu 2:

Trong mặt phẳng cho hệ trục tọa độ Oxy và điểm A(1; 3). Cho parabol (P): $y = x^2$ và đường thẳng (d): $y = ax + 3 - a$.

a) Chứng minh đường thẳng (d) luôn cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt.

b) Giả sử B và C là hai giao điểm của (d) và (P). Tìm a, biết rằng: AB = 2AC.

Câu 3:

Cho hệ phương trình:

$$\begin{cases} x^3y^2 - 2x^2y - x^2y^2 + 2xy + 3x - 3 = 0 \\ y^2 + x^{2014} = y + 3m \end{cases}$$

a) Giải hệ phương trình m = 1.

b) Tìm tất cả các giá trị của m để hệ phương trình có hai nghiệm phân biệt $(x_1; y_1)$ và $(x_2; y_2)$ thỏa mãn $(x_1 + y_1)(x_2 + y_1) + 3 = 0$.

Câu 4:

Cho đường tròn (O) đường kính AB = 2R. Tiếp tuyến tại A của đường tròn (O) lấy điểm M khác A. Từ M kẻ tiếp tuyến thứ hai MC tới (O). Kẻ CH vuông góc với AB (H thuộc AB), MB cắt (O) tại điểm thứ hai là E và cắt CH tại N. Gọi D là điểm đối xứng của C qua O. Đường thẳng MD cắt AC tại I.

a) Chứng minh: $\widehat{CAE} = \widehat{OMB}$

b) Chứng minh N là trung điểm CH.

c) Giả sử OM = 2R. Gọi R_1 và R_2 lần lượt là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác MCI và ADI. Chứng minh $R_1 = R_1 = \sqrt{3}R_2$.

Câu 5:

Cho a, b, c là các số dương thỏa mãn 6a + 3b + 2c = abc. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức:

$$B = \frac{1}{\sqrt{a^2+1}} + \frac{2}{\sqrt{b^2+4}} + \frac{3}{\sqrt{c^2+9}}$$

---------- Hết ----------

Ghi chú: ***Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.***

Họ và tên thí sinh: ..... Số báo danh: .....

SỞ GD - ĐT NAM ĐỊNH **KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10**
TRƯỜNG THPT CHUYÊN LÊ HỒNG PHONG **NĂM HỌC: 2014 - 2015**

MÔN THI: TOÁN (chung)
Thời gian làm bài: 150 phút (không kể thời gian phát đề)

Câu 1: (1,5 điểm)

1) Tìm điều kiện xác định của biểu thức: $\sqrt{x-2}$

2) Tìm bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác vuông có độ dài cạnh huyền là 10cm.

3) Cho biểu thức: $P = x^2 + |x-4| + \sqrt{2}$. Tính giá trị của P khi $x = \sqrt{2}$.

4) Tìm tọa độ của điểm thuộc parabol $y = 2x^2$. Biết điểm đó có hoành độ x = 1.

Câu 2: (1,5 điểm)

Cho biểu thức: $Q = \dfrac{a+2\sqrt{a}+1}{a-1}.\left(\dfrac{1}{\sqrt{a}-1} - \dfrac{2\sqrt{a}}{a\sqrt{a}-a+\sqrt{a}-1}\right)$, với $a \geq 0; a \neq 1$.

a) Rút gọn biểu thức Q.

b) Chứng minh rằng khi a > 1 thì giá trị biểu thức Q nhỏ hơn 1.

Câu 3: (2,5 điểm)

1) Cho phương trình: $x^2 - 2x + 2 - m = 0$ (*) (m là tham số)

a) Tìm m để phương trình (*) có nghiệm.

b) Giả sử x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình (*). Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$A = x_1^2x_2^2 + 3\left(x_1^2 + x_2^2\right) - 4$$

2) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} 2x^3 - 1 = 5y - 5x \\ x^3 + y^3 = 1 \end{cases}$

Câu 4: (3,0 điểm)

Cho hai đường tròn $(O_1; R_1)$ và $(O_2; R_2)$ với $R_1 > R_2$ tiếp xúc trong với nhau tại A. Đường thẳng O_1O_1 cắt O_1O_2 cắt $(O_1; R_1)$ và $(O_2; R_2)$ lần lượt tại B và C khác A. Đường thẳng đi qua trung điểm D của BC vuông góc với BC cắt $(O_1; R_1)$ tại P và Q.

1) Chứng minh C là trực tâm của tam giác APQ.

2) Chứng minh: $DP^2 = R_1^2 - R_2^2$.

3) Giả sử D_1; D_2; D_3; D_4 lần lượt là hình chiếu vuông góc của D xuống các đường thẳng BP; PA; AQ; QB. Chứng minh: $DD_1 + DD_2 + DD_3 + DD_4 \leq \dfrac{1}{2}\left(BP + PA + AQ + QB\right)$.

Câu 5: (1,5 điểm)

1) Giải phương trình: $\left(\sqrt{x+2} - \sqrt{x-1}\right)\left(\sqrt{x-2} + 1\right) = 1$

2) Xét các số thực x, y, z thỏa mãn $2(y^2 + yz + z^2) + 3x^2 = 36$. Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức: A = x + y + z.

---------- Hết ----------

Ghi chú: ***Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.***

Họ và tên thí sinh: ..... Số báo danh: .....

ĐÁP ÁN

Câu 1:

1) Điều kiện: $\sqrt{x-2}$ xác định khi $x - 2 \ge 0 \Leftrightarrow x \ge 2$.

2) Bán kính đường tròn ngoại tiếp là R = 5cm.

3) Xét $x < 4$. Thay $x = \sqrt{2}$, ta được:

$$P = x^2 + 4 - x + \sqrt{2} = \left(\sqrt{2}\right)^2 + 4 - \sqrt{2} + \sqrt{2} = 8$$

Câu 2:

1) $$Q = \frac{a + 2\sqrt{a} + 1}{a - 1} \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{a} - 1} - \frac{2\sqrt{a}}{a\sqrt{a} - a + \sqrt{a} - 1} \right) = \frac{\left(\sqrt{a} + 1\right)}{\left(\sqrt{a} + 1\right)\left(\sqrt{a} - 1\right)} \cdot \left(\frac{a - 2\sqrt{a} + 1}{(a+1)\left(\sqrt{a} - 1\right)} \right)$$

$$= \frac{1}{\left(\sqrt{a} - 1\right)} \cdot \frac{\left(\sqrt{a} - 1\right)^2}{(a+1)\left(\sqrt{a} - 1\right)} = \frac{1}{a+1}.$$

2) Khi $a > 1$ thì $a + 1 > 2$ và $Q = \frac{1}{a+1} < \frac{1}{2} < 1$.

Câu 3:

1)

a) Phương trình (*) có nghiệm khi $\Delta = 4 - 4(2 - m) = 4 + 4m \ge 0 \Leftrightarrow m \ge -1$.

b) Áp dụng định lý Vi-et, ta có:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 2 \\ x_1 x_2 = 2 - m \end{cases}$$

Khi đó:

$$A = x_1^2 x_2^2 + 3\left(x_1^2 + x_2^2\right) - 4 = (2 - m)^2 + 3\left[2^2 - 2(2 - m)\right] - 4$$

$$= \left(m^2 + 2m + 1\right) - 1 = (m + 1)^2 - 1 \ge -1$$

Vậy A đạt giá trị nhỏ nhất là -1 khi m = -1.

2)

$$\begin{cases} 2x^3 - 1 = 5y - 5x \quad (1) \\ x^3 + y^3 = 1 \qquad (2) \end{cases}$$

Trừ từng vế tương ứng của (1) và (2), ta được:

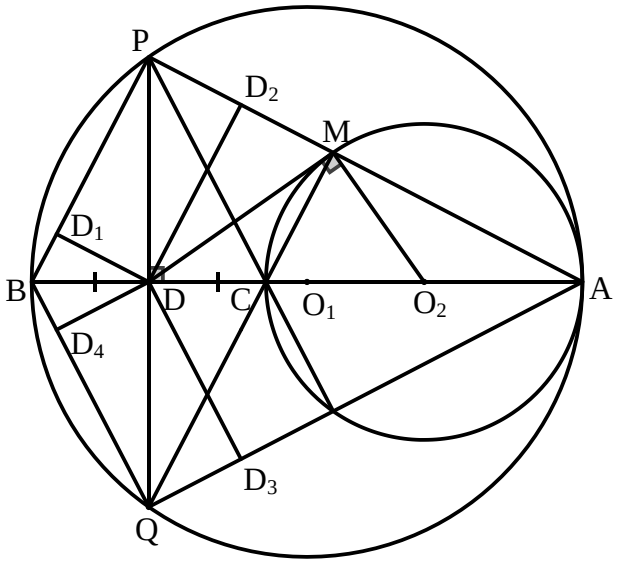
$$x^3 - y^3 + 5(x - y) = 0 \Leftrightarrow (x - y)\left(x^2 + xy + y^2 + 5\right) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = y \\ x^2 + xy + y^2 + 5 = 0 \quad (3) \end{array} \right.$$

Phương trình (3) $\Leftrightarrow \left(x + \frac{1}{2}y \right)^2 + \frac{3}{4}y^2 + 5 = 0$ vô nghiệm

Với $x = y \Rightarrow 2x^3 = 2y^3 = 1 \Rightarrow x = y = \sqrt[3]{\frac{1}{2}} = \frac{\sqrt[3]{4}}{2}$.

Vậy hpt có nghiệm duy nhất $(x; y) = \left(\frac{\sqrt[3]{4}}{2}; \frac{\sqrt[3]{4}}{2} \right)$

Bài 4:



1) Tứ giác PBQC là hình thoi $\Rightarrow$ QC // BP.
CM // BP (cùng vuông góc với PA)
$\Rightarrow$ Q, C, M thẳng hàng.
ΔAPQ có 2 đường cao AD và QM cắt nhau tại C
$\Rightarrow$ C là trực tâm ΔAPQ.
2) Ta chứng minh: DM là tiếp tuyến tại M của (O_2)
Chứng minh được: $PD^2 = DB.DA = DC.DA = DM^2 = O_2D^2 - O_2M^2 = O_2D^2 - R_2^2$
Ta chứng minh: $O_2D = R_1$.
Ta có: $O_2D = O_2A + CD = \frac{AC}{2} + \frac{BC}{2} = \frac{AB}{2} = \frac{2R_1}{2} = R_1$ (đpcm)

c) $DD_1 + DD_2 + DD_3 + DD_4 \le \frac{1}{2}\left(BP + PA + AQ + QB\right)$

Dễ dàng cminh được: $DD_1 = DD_4$; $DD_2 + DD_3$; $BP = QB$; $PA + AQ$

Nên $DD_1 + DD_2 + DD_3 + DD_4 \le \frac{1}{2}\left(BP + PA + AQ + QB\right) \Leftrightarrow 2\left(DD_1 + DD\right)_2 \le PB + PA$

Áp dụng BĐT Côsi, ta có:
$DB^2 + DP^2 \ge 2DB.DP \Leftrightarrow BP^2 \ge 2DB.DP$ (Pitago $DB^2 + DP^2 = BP^2$)
$\Rightarrow BP \ge \frac{2DB.DP}{BP} = 2DD_1$ (dấu "=" xảy ra khi DP = DB) (1)
Chứng minh tương tự ta có:
$AP \ge \frac{2DA.DP}{AP} = 2DD_2$ (dấu "=" xảy ra khi DP = DA) (2)
Từ (1) và (2), suy ra:
$2\left(DD_1 + DD\right)_2 \le PB + PA$ (dấu "=" xảy ra khi DP = DA =DB)

Câu 5:
1) Điều kiện: $1 \le x \le 2$

$$\left(\sqrt{x+2} - \sqrt{x-1}\right)\left(\sqrt{2-x} + 1\right) = 1$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{x+2} - \sqrt{x-1} = \frac{1}{\sqrt{2-x}+1}$$

$$\Leftrightarrow \frac{3}{\sqrt{x+2} + \sqrt{x-1}} = \frac{1}{\sqrt{2-x}+1}$$

$\Leftrightarrow \sqrt{x+2}+\sqrt{x-1}=3\sqrt{2-x}+3$

$\Leftrightarrow \left(\sqrt{x+2}-2\right)+\left(\sqrt{x-1}-1\right)=3\sqrt{2-x}$

$\Leftrightarrow \dfrac{x-2}{\sqrt{x+2}+2}+\dfrac{x-2}{\sqrt{x-1}+1}=3\sqrt{2-x}$

$\Leftrightarrow (x-2)\left(\dfrac{1}{\sqrt{x+2}+2}+\dfrac{1}{\sqrt{x-1}+1}\right)=3\sqrt{2-x} \qquad (*)$

Xét phương trình (*) ta có:

Với x = 2 (thỏa mãn)

Với $1 \le x < 2 \Rightarrow$ Vế trái âm vế phải dương $\Rightarrow$ Vô lí !

Với x > 2 không thuộc ĐKXĐ

Vậy x = 2 là nghiệm của phương trình đã cho.

2) Ta có:

$(x+y+z)^2 = x^2+y^2+z^2+2xy+2yz+2xz$

$= 2(y^2+z^2+yz)+3x^2-(x^2-2xy+y^2)-(x^2-2xz+z^2)$

$(x+y+z)^2 = 36-(x-y)^2-(x-z)^2 \le 36$

Nên $-6 \le x+y+z \le 6$

$\Rightarrow$ Max(x + y + z) = 6 khi x = y = z = 2

Min(x + y + z) = – 6 khi x = y = z = – 2

------- HẾT -------

SỞ GD - ĐT NAM ĐỊNH **KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10**
TRƯỜNG THPT CHUYÊN LÊ HỒNG PHONG **NĂM HỌC: 2014 - 2015**

MÔN THI: TOÁN (chuyên)
Thời gian làm bài: 150 phút (không kể thời gian phát đề)

Câu 1: (2,0 điểm)

1) Cho a, b, c là các số thực thỏa mãn: $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}=1$ và a + b + c = 1.

Chứng minh rằng: $(a-1)(b-1)(c-1)=0$.

2) Với mỗi số nguyên dương n. Chứng minh rằng $\left(3+\sqrt{5}\right)^n+\left(3-\sqrt{5}\right)^n$ là số nguyên dương.

Câu 2: (2,5 điểm)

1) Giải phương trình: $\left(\sqrt{x+6}-\sqrt{x-2}\right)\left(1+\sqrt{x^2+4x-12}\right)=8$.

2) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x^3+xy^2=y^6+y^4 \\ 2\sqrt{y^4+1}+\frac{1}{x^2+1}=3-4x^3 \end{cases}$

Câu 3: (3,0 điểm)

Cho tam giác ABC nhọn nội tiếp đường tròn (O). Các đường cao AA_1; BB_1; CC_1 của tam giác ABC cắt nhau tại H. Đường thẳng AA_1 cắt đường tròn (O) tại K khác A.

1) Chứng minh A_1 là trung điểm của HK.

2) Hãy tính $\frac{HA}{AA_1}+\frac{HB}{BB_1}+\frac{HC}{CC_1}$.

3) Gọi M là hình chiếu vuông góc của O trên BC. Đường thẳng BB_1 cắt (O) tại giao điểm thứ hai là E, kéo dài MB_1 cắt AE tại N. Chứng minh rằng: $\frac{AN}{NE}=\left(\frac{AB_1}{EB_1}\right)^2$

Câu 4: (1,0 điểm)

Tìm các số nguyên x; y thỏa mãn $x^3+y^3-3xy=1$

Câu 5: (1,5 điểm)

1) Trên bảng ghi một số nguyên dương có hai chữ số trở lên. Người ta thiết lập số mới bằng cách xóa đi chữ số hàng đơn vị của số đã cho, sau đó cộng vào số còn lại 7 lần số vừa bị xóa. Ban đầu trên bảng ghi số 6^{100}. Hỏi sau một số bước thực hiện như trên ta có thể thu được 100^6 hay không? Tại sao?

2) Cho các số thực dương x, y, z thỏa mãn $x^2+y^2+z^2=3xyz$. Chứng minh rằng:

$$\frac{x^2}{x^4+yz}+\frac{y^2}{y^4+xz}+\frac{z^2}{z^4+xy}\le\frac{3}{2}.$$

---------- Hết ----------

Ghi chú: ***Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.***

Họ và tên thí sinh: ..... Số báo danh: .....

ĐÁP ÁN

Câu 1:

Ta có: $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}=\frac{1}{a+b+c}\Rightarrow\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right)+\left(\frac{1}{c}-\frac{1}{a+b+c}\right)=0\Rightarrow\frac{a+b}{ab}+\frac{a+b}{c(a+b+c)}=0$

$\Rightarrow\frac{a+b}{ab}+\frac{a+b}{c(a+b+c)}=0\Rightarrow(a+b)\left[c(a+b+c)+ab\right]=0\Rightarrow(a+b)\left[ca+cb+c^2+ab\right]=0$

$\Rightarrow(a+b)(c+b)(a+c)=0\Rightarrow\left[\begin{array}{l}a+b=0\\c+b=0\\c+a=0\end{array}\right.$

Nếu $a+b=0\Rightarrow c=1\Rightarrow c-1=0\Rightarrow(a-1)(b-1)(c-1)=0$

Nếu $c+b=0\Rightarrow a=1\Rightarrow a-1=0\Rightarrow(a-1)(b-1)(c-1)=0$

Nếu $a+c=0\Rightarrow b=1\Rightarrow b-1=0\Rightarrow(a-1)(b-1)(c-1)=0$

Vậy ta có đpcm.

2) Với mỗi số nguyên dương n; chứng minh $\left(3+\sqrt{5}\right)^n+\left(3-\sqrt{5}\right)^n$ là số nguyên dương.

Ta giải theo phương pháp quy nạp.

Câu 2:

Điều kiện: $x\geq 2$.

Đặt $\sqrt{x+6}=a\geq 0;\sqrt{x-2}=b\geq 0\Rightarrow a^2-b^2=8$

Phương trình tương đương:

$(a-b)(1+ab)=a^2-b^2\Leftrightarrow(a-b)(1+ab-a-b)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}a=b\\1+ab-a-b=0\end{array}\right.$

Với a = b, ta có: $\sqrt{x+6}=\sqrt{x-2}$ (vô nghiệm)

Với $1+ab-a-b=0\Leftrightarrow(a-1)(b-1)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}a=1\Leftrightarrow\sqrt{x+6}=1\\b=1\Leftrightarrow\sqrt{x-2}=1\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\sqrt{x+6}=1\ (\text{Vô nghiệm})\\\sqrt{x-2}=1\Leftrightarrow x=3\ (\text{thỏa mãn})\end{array}\right.$

Phương trình đã cho có nghiệm duy nhất là x = 3.

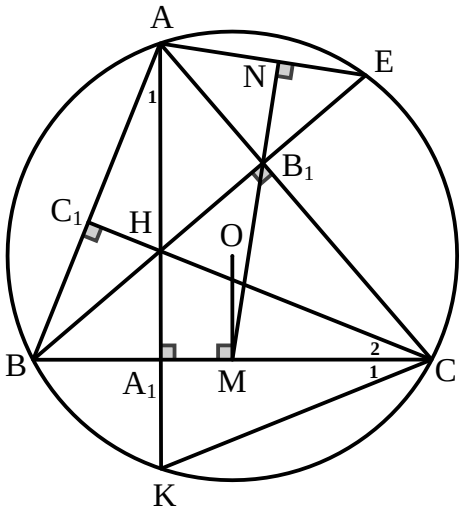
2) Giải hệ phương trình: $\begin{cases}x^3+xy^2=y^6+y^4 & (1)\\2\sqrt{y^4+1}+\frac{1}{x^2+1}=3-4x^3 & (2)\end{cases}$

$(1)\Leftrightarrow\left(x^3-y^6\right)+xy^2-y^4\Leftrightarrow\left(x-y^2\right)\left(x^2+xy^2+y^4+y^2\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x-y^2=0\Leftrightarrow x=y^2\\x^2+xy^2+y^4+y^2=0\ (3)\end{array}\right.$

$(3)\Leftrightarrow\left(x+\frac{1}{2}y^2\right)^2+\frac{3}{4}y^4+y^2=0\Leftrightarrow\begin{cases}x=0\\y=0\end{cases}$ (thỏa mãn (2))

Với $x=y^2$.

Câu 3:



a) $\widehat{A}_1 = \widehat{C}_2 = \widehat{C}_1$.

Suy ra: ΔCHK cân C và CA_1 là đường cao, đường trung trực.

$\Rightarrow$ đpcm.

b) Ta có:

$$\frac{HA}{AA_1}+\frac{HB}{BB_1}+\frac{HC}{CC_1}=\left(1-\frac{HA_1}{AA_1}\right)+\left(1-\frac{HB_1}{BB_1}\right)+\left(1-\frac{HC_1}{CC_1}\right)$$

$$=3-\left(\frac{HA_1}{AA_1}+\frac{HB_1}{BB_1}+\frac{HC_1}{CC_1}\right)=$$

$$=3-\left(\frac{S_{HBC}}{S_{ABC}}+\frac{S_{HAC}}{S_{ABC}}+\frac{S_{HBA}}{S_{ABC}}\right)=3-1=2$$

c) Từ giả thiết, suy ra: M trung điểm BC

Tương tự: ΔB_1MC cân tại M

$\widehat{MB_1C}=\widehat{MCB_1}=\widehat{AB_1N}$

Suy ra: ΔCBB_1 đồng dạng ΔB_1AN (g-g)

$\Rightarrow B_1N \perp AE$

Áp dụng hệ thức lương trong tam giác vuông ta có:

$$\left(\frac{AB_1}{EB_1}\right)^2=\frac{AN.AE}{EN.EA}=\frac{AN}{EN}$$ (đpcm)

Câu 4:

$x^3+y^3-3xy=1\Leftrightarrow (x+y)^3-3xy(x+y)-3xy=1.$

Đặt: x + y = a và xy = b (a, b nguyên), ta có:

$a^3-3ab-3b=1\Leftrightarrow (a+1)(a^2-a+1)-3b(a+1)=2\Leftrightarrow (a+1)(a^2-a+1-3b)=2$

Vì a, b nguyên nên có các trường hợp sau:

$$1)\begin{cases}a+1=1\\a^2-a+1-3b=2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=0\\b=\dfrac{-1}{3}\end{cases}\text{ (loại)}$$

$$2)\begin{cases}a+1=2\\a^2-a+1-3b=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=1\\b=0\end{cases}\text{ (nhận)}\Rightarrow\begin{cases}x+y=1\\xy=0\end{cases}\Rightarrow (x;y)\in\{(0;1),(1;0)\}$$

3) $\begin{cases} a+1=-1 \\ a^2-a+1-3b=-2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-2 \\ b=3 \end{cases}$ (nhận) $\Rightarrow \begin{cases} x+y=-2 \\ xy=3 \end{cases} \Rightarrow (x;y) \in \varnothing$

4) $\begin{cases} a+1=-2 \\ a^2-a+1-3b=-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-3 \\ b=4 \end{cases}$ (nhận) $\Rightarrow \begin{cases} x+y=-3 \\ xy=4 \end{cases} \Rightarrow (x;y) \in \varnothing$

Vậy $(x;y) \in \{(0;1),(1;0)\}$

Câu 5:

Vì x, y, z dương, áp dụng BĐT Cô-si, ta có:

$$2x^2\sqrt{yz} \le x^4+yz \Leftrightarrow \frac{1}{2x^2\sqrt{yz}} \ge \frac{1}{x^4+yz} \Leftrightarrow \frac{x^2}{x^4+yz} \le \frac{1}{2\sqrt{yz}} \quad (1)$$

$$\frac{2}{\sqrt{yz}} \le \frac{1}{y}+\frac{1}{z} \Leftrightarrow \frac{1}{2\sqrt{yz}} \le \frac{1}{4}\left(\frac{1}{y}+\frac{1}{z}\right) \quad (2)$$

Từ (1) và (2), suy ra: $\frac{x^2}{x^4+yz} \le \frac{1}{4}\left(\frac{1}{y}+\frac{1}{z}\right)$.

Tương tự: $\frac{y^2}{y^4+xz} \le \frac{1}{4}\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{z}\right)$; $\frac{z^2}{z^4+xy} \le \frac{1}{4}\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}\right)$

$$\Rightarrow A \le \frac{1}{4}\left(\frac{1}{y}+\frac{1}{z}+\frac{1}{x}+\frac{1}{z}+\frac{1}{x}+\frac{1}{y}\right)=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{y}+\frac{1}{z}+\frac{1}{x}\right)=\frac{1}{2}\cdot\frac{xy+yz+zx}{xyz} \quad (3)$$

Lại có $xy+yz+zx \le x^2+y^2+z^2$ (4)

Từ (3) và (4), suy ra:

$$A \le \frac{1}{2}\cdot\frac{x^2+y^2+z^2}{xyz}=\frac{1}{2}\cdot\frac{3xyz}{xyz}=\frac{3}{2} \text{ (đpcm)}$$

Dấu "=" xảy ra khi x = y = z = 1.

------- HẾT -------

SỞ GD - ĐT HÀ NAM **KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10**
TRƯỜNG THPT CHUYÊN BIÊN HÒA **NĂM HỌC: 2014 - 2015**

MÔN THI: TOÁN (chuyên)
Thời gian làm bài: 150 phút (không kể thời gian phát đề)

Câu 1:

Cho $P=\left(\dfrac{\sqrt{x}-3}{2-\sqrt{x}}+\dfrac{\sqrt{x}+2}{3+\sqrt{x}}-\dfrac{9-x}{x+\sqrt{x}+6}\right):\left(1-\dfrac{3\sqrt{x}-9}{x-9}\right),\left(x>0;x\neq 4;x\neq 9\right)$

a) Rút gọn P.

b) Tính P khi $x=\dfrac{\sqrt{4+2\sqrt{3}}.\left(\sqrt{3}-1\right)}{\sqrt{6+2\sqrt{5}}-\sqrt{5}}$

Câu 2:

a) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} xy+x+y=3 \\ \dfrac{1}{x^2+2x}+\dfrac{1}{y^2+2y}=\dfrac{2}{3} \end{cases}$

b) Tìm m để phương trình: $x^4 - 2(2m + 1)x^2 + 5m - 1 = 0$ có 4 nghiệm phân biệt $x_1 < x_2 < x_3 < x_4$ và $x_4 - x_3 = x_3 - x_2 = x_2 - x_1$.

Câu 3:

Cho hai số hữu tỉ x và y thỏa mãn $x^3 - y^3 = 2xy$. Chứng minh rằng: $\sqrt{1+xy}$ là một số hữu tỉ.

Câu 4:

Cho (O; R) và (O'; R') cắt nhau ở A; B (R < R'). Tiếp tuyến chung CD, (C ∈ (O; R); D ∈ (O'; R') nằm về phía nửa mặt phẳng bờ OO' chứa A. CD cắt AB ở K. Kẻ cát tuyến qua B song song với CD cắt (O) ở E và (O') ở F. DA và CA cắt EF ở M, N. AC cắt FD ở I.

a) Chứng minh: CK = KD.

b) Chứng minh: ADIC nội tiếp.

c) Chứng minh:CD ⊥ BI.

d) Chứng minh: ΔMIN cân.

Câu 5: Cho $\begin{cases} a,b,c>0 \\ a+b+c=12 \end{cases}$. Chứng minh rằng: $\dfrac{ab}{c+12}+\dfrac{bc}{a+12}+\dfrac{ca}{b+12}\leq 3$.

---------- Hết ----------

Ghi chú: ***Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.***

Họ và tên thí sinh: ..... Số báo danh: .....

SỞ GD - ĐT QUẢNG NINH
TRƯỜNG THPT CHUYÊN HẠ LONG

KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10
NĂM HỌC: 2014 - 2015

MÔN THI: TOÁN (chuyên Toán, Tin)
Thời gian làm bài: 150 phút (không kể thời gian phát đề)
Ngày thi: 29/06/2014

Câu 1: (1,5 điểm)

1) Cho biểu thức: $A = \left(\frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-2} + \frac{\sqrt{x}+2}{3-\sqrt{x}} + \frac{\sqrt{x}+2}{x-5\sqrt{x}+6} \right) : \left(1 - \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1} \right), \forall x \geq 0;\ x \neq 4;9$

a) Rút gọn biểu thức A.

b) Tìm giá trị của x để $\frac{1}{A}$ đạt GTNN. Tìm GTNN đó.

Câu 2: (2,5 điểm)

1) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} 2x^2 - y^2 = 1 \\ xy + x^2 = 2 \end{cases}$

2) Giải hệ phương trình: $x^2 + \frac{4x^2}{(x+2)^2} = 5$

Câu 3: (2,0 điểm)

Cho a, b, c là 3 số đôi một khác nhau và c khác 0. Chứng minh rằng phương trình: $x^2 + ax + bc = 0$ và phương trình $x^2 + bx + ac = 0$ có một nghiệm chung thì nghiệm còn lại của 2 phương trình đó là nghiệm của phương trình $x^2 + cx + ab = 0$.

Câu 4: (2,5 điểm)

Cho ΔABC (AC > AB) có đường cao AH và trung tuyến AM chia góc BAC thành 3 góc bằng nhau.

1) Chứng minh ΔABC vuông tại A.

2) Gọi O là giao 2 phân giác trong BI; CJ của góc B; C của tam giác ABC.
Chứng minh: OB.OC = IB.IJ.

3) Cho ΔDEF nội tiếp ΔABC (D, E, F ∈ BC, CA, AB) thỏa mãn DEF vuông tại D có 1 góc nhọn bằng 30^0. Xác định vị trí của D, E, F trên các cạnh tam giác ABC để S_{DEF} đạt GTNN.

Câu 5: (1,0 điểm)

Cho a, b, c > 0 và a + b + c ≤ 1. Chứng minh rằng: $\frac{1}{a^2+2bc} + \frac{1}{b^2+2ca} + \frac{1}{c^2+2ab} \geq 9$

---------- Hết ----------

Ghi chú: ***Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.***

Họ và tên thí sinh: ..... Số báo danh: .....

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
HƯNG YÊN

KỲ THI VÀO LỚP 10 CHUYÊN HƯNG YÊN
NĂM HỌC: 2014 - 2015

MÔN: TOÁN (Chuyên Toán - Tin)
Thời gian làm bài: 150 phút.

Câu 1:

a) Cho $x=\dfrac{\left(\sqrt{5}+2\right)\sqrt{3\sqrt{5}-6}}{\sqrt{4+\sqrt{9-4\sqrt{5}}}}$. Tính giá trị biểu thức: $A=\left(x^4-5x^2+5\right)^{2014}$.

b) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x^2-4xy-2y=-11 \\ y^2+2xy+2x=10 \end{cases}$

Câu 2:

a) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có đỉnh A(2; 3). Phương trình các đường trung tuyến, đường cao xuất phát từ đỉnh C của tam giác ABC lần lượt là:

(d_1): 4x + 3y + 7 = 0 và (d_2): 3x + 4y = 0.

Tìm tọa độ đỉnh B

b) Giải phương trình: $2\left(x+1\right)^2=9x\left(\sqrt{x+2}-1\right)^2$.

Câu 3: Tìm các số nguyên x, y thỏa mãn phương trình: $y^2 = (x + 2)(x + 3)(x + 4)(x + 5)$.

Câu 4:

1) Cho tam giác ABC vuông tại A có AB > AC. Đường tròn tâm O đường kính AB và đường tròn tâm I đường kính AC cắt nhau tại A, H. Đường phân giác của $\widehat{BAH}$ cắt các đường tròn (O), (I) lần lượt tại D, F (D, F khác A) và cắt BC tại E

a) Chứng minh rằng F là trung điểm của AE

b) Tia DH cắt đường tròn (I) tại điểm thứ hai là P. Chứng minh rằng O, I, P thẳng hàng

2) Cho tam giác ABC có trọng tâm G. Đường thẳng d qua G cắt các cạnh AB, AC lần lượt tại P, Q. Chứng minh rằng: $\dfrac{PB}{PA}.\dfrac{QC}{QA}\le\dfrac{1}{4}$

Câu 5: Cho 2014 tập hợp thỏa mãn mỗi tập hợp có đúng 45 phần tử và hai tập hợp bất kì có đúng một phần tử chung. Chứng minh rằng 2014 tập hợp trên có đúng một phần tử chung

---------- Hết ----------

Ghi chú: ***Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.***

Họ và tên thí sinh: ..... Số báo danh: .....

ĐÁP ÁN

Câu 1:

a) Ta có:

$$x=\frac{\left(\sqrt{5}+2\right)\sqrt{3\sqrt{5}-6}}{\sqrt{4+\sqrt{9-4\sqrt{5}}}}=\frac{\sqrt{\sqrt{5}+2}.\sqrt{\sqrt{5}+2}\sqrt{3\left(\sqrt{5}-2\right)}}{\sqrt{4+\sqrt{\left(\sqrt{5}-2\right)^2}}}=\frac{\sqrt{3}.\sqrt{\sqrt{5}+2}\sqrt{\left(\left(\sqrt{5}\right)^2-2^2\right)}}{\sqrt{4+\left(\sqrt{5}-2\right)}}$$

$$x=\frac{\sqrt{3}.\sqrt{\sqrt{5}+2}}{\sqrt{\sqrt{5}+2}}=\sqrt{3}$$

Suy ra: $A=\left(x^4-5x^2+5\right)^{2014}=\left[\left(\sqrt{3}\right)^4-5.\left(\sqrt{3}\right)^2+5\right]^{2014}=\left(9-15+5\right)^{2014}=\left(-1\right)^{2014}=1.$

b) $\begin{cases}x^2-4xy-2y=-11 \quad (1)\\ y^2+2xy+2x=10 \quad (2)\end{cases}$

Cộng hai vế của hệ phương trình trên, ta được:

$(x - y)^2 - 2 (x - y) + 1 = 0 \Leftrightarrow (x - y - 1) = 0 \Leftrightarrow x = y + 1.$

Thế vào phương trình (1), ta được:

$$(y + 1)^2 - 4(y + 1)y - 2y = - 11 \Leftrightarrow 3y^2 + 4y - 12 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}y=\frac{-2+2\sqrt{10}}{3}\\ y=\frac{-2-2\sqrt{10}}{3}\end{array}\right.$$

Thay vào (1), ta được:

$$x^2-4x\left(\frac{-2+2\sqrt{10}}{3}\right)-2.\frac{-2+2\sqrt{10}}{3}=-11$$

$$\Leftrightarrow 3x^2+\left(16-8\sqrt{10}\right)x+37-4\sqrt{10}=0$$

Phương trình này vô nghiệm.

Vậy hệ phương trình vô nghiệm.

Câu 2:

Câu 3:

Câu 4:

Câu 5:

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
HƯNG YÊN

KỲ THI VÀO LỚP 10 CHUYÊN HƯNG YÊN
NĂM HỌC: 2014 - 2015

MÔN: TOÁN
(dành cho tất cả các thí sinh)
Thời gian làm bài: 120 phút.

Câu 1:

1) Rút gọn biểu thức: $P = 2012 - 2\sqrt{2} + \sqrt{12 + 8\sqrt{2}}$.

2) Cho phương trình: $x^2 - 2(m - 1)x - 4(m + 3) = 0$ (m là tham số)

a) Chứng minh rằng phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi m

b) Gọi x_1, x_2 là các nghiệm của phương trình trên. Tìm để: $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = x_1 + x_2$.

Câu 2:

a) Giải phương trình: $2|x - 2| = 3x - 1$.

b) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x - xy + 3y = 3 \\ x^2 + xy + y^2 = 7 \end{cases}$

Câu 3: Tìm số tự nhiên có hai chữ số sao cho tổng các chữ số của nó bằng 9 và nếu đổi vị trí của chữ số hàng chục với chữ số hàng đơn vị ta được số mới lớn hơn số đó 9 đơn vị.

Câu 4: Cho tam giác nhọn ABC nội tiếp đường tròn (O) có AC > AB. Gọi H là chân đường vuông góc hạ từ A xuống BC và K là chân đường vuông góc hạ từ H xuống AC. Gọi M là trung điểm BC và E là giao điểm của HK với đường kính AD của đường tròn (O)

a) Chứng minh rằng A, B, H, E nằm trên một đường tròn.

b) Gọi F là hình chiếu vuông góc của C xuống AD. Chứng minh rằng HF // BD.

c) Chứng minh rằng tam giác MEF cân.

Câu 5: Cho $xy \geq 2$. Tìm GTNN của: $P = \frac{1}{1 + x^2} + \frac{4}{4 + y^2} + xy$.

---------- Hết ----------

Ghi chú: ***Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.***

Họ và tên thí sinh: ..... Số báo danh: .....

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
THANH HÓA

KỲ THI VÀO LỚP 10 CHUYÊN LAM SƠN
NĂM HỌC: 2014 - 2015

MÔN: TOÁN
(dành cho tất cả các thí sinh)
Thời gian làm bài: 150 phút.
Ngày thi: 17/06/2014

Câu 1: (2,0 điểm)

Cho biểu thức: $C = \dfrac{a}{a-16} - \dfrac{2}{\sqrt{a}-4} - \dfrac{2}{\sqrt{a}+4}$

1) Tìm điều kiện của a để biểu thức C có nghĩa và rút gọn C.

2) Tính giá trị của biểu thức C khi a 9 - $4\sqrt{5}$.

Câu 2: (2,0 điểm)

Cho hệ phương trình: $\begin{cases} (m-1)x + y = 2 \\ mx + y = m+1 \end{cases}$ (m là tham số)

1) Giải hệ phương trình khi m = 2.

2) Chứng minh rằng với mọi m, hệ phương trình luôn có nghiệm duy nhất (x; y) thỏa mãn $x + 2y \le 3$.

Câu 3: (2,0 điểm)

1) Trong hệ tọa độ Oxy, tìm m để đường thẳng (d): $y = mx - m + 2$ cắt Parabol (P): $y = 2x^2$ tại hai điểm phân biệt nằm bên phải trục tung.

2) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} \sqrt[3]{x+2y} = 4 - x - y \\ \sqrt[3]{2x+6} + \sqrt{2y} = 2 \end{cases}$

Câu 4: (3,0 điểm)

Cho đường tròn (O), đường kính BC và một điểm A nằm bất kỳ trên đường tròn (A khác B và C). Gọi AH là đường cao của ΔABC, đường tròn tâm I đường kính AH cắt các dây cung AB, AC tương ứng tại D, E.

1) Chứng minh rằng: $\widehat{DHE} = 90^0$ và AB.AD = AC.AE.

2) Các tiếp tuyến của đường tròn (I) tại D và E cắt BC tương ứng tại G và F. Tính số đo $\widehat{GIF}$.

3) Xác định vị trí điểm A trên đường tròn (O) để tứ giác DEFG có diện tích lớn nhất.

Câu 5: (1,0 điểm)

Cho ba số thực x, y, z. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức: $S = \dfrac{xyz\left(x+y+z+\sqrt{x^2+y^2+z^2}\right)}{\left(x^2+y^2+z^2\right)(xy+yz+zx)}$

---------- Hết ----------

Ghi chú: ***Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.***

Họ và tên thí sinh: ..... Số báo danh: .....

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
THANH HÓA

KỲ THI VÀO LỚP 10 CHUYÊN LAM SƠN
NĂM HỌC: 2014 - 2015

MÔN: TOÁN
(Dành cho thí sinh thi vào chuyên Tin học)
Thời gian làm bài: 150 phút.
Ngày thi: 18/06/2014

Câu 1: (2,0 điểm)

Cho biểu thức: $P = \dfrac{3x + \sqrt{16x} - 7}{x + 2\sqrt{x} - 3} - \dfrac{\sqrt{x} - 1}{\sqrt{x} + 3} - \dfrac{\sqrt{x} - 3}{\sqrt{x} - 1}$, với x > 0.

1) Rút gọn biểu thức P.

2) Tính giá trị của biểu thức P khi $x = 2\sqrt{2} + 3$.

Câu 2: (2,0 điểm)

1) Cho phương trình: $2013x^2 - (m - 2014)x - 2015 = 0$, với m là tham số.

Tìm m để phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $\sqrt{x_1^2 + 2014} - x_1 = \sqrt{x_2^2 + 2014} - x_2$

2) Giải phương trình: $\dfrac{1}{(2x+1)^2} + \dfrac{1}{(2x+2)^2} = 3$.

Câu 3: (2,0 điểm)

Tìm nghiệm nguyên của phương trình: $x^3 + y^3 - x^2y - xy^2 = 5$.

Câu 4: (3,0 điểm)

Cho đường tròn (O) đường kính AB. Gọi M là điểm thuộc cung AB (M ≠ A, M ≠ B) và I là điểm thuộc đoạn OA (I ≠ O, I ≠ A). Trên nửa mặt phẳng bờ AB có chứa điểm M, kẻ các tia tiếp tuyến Ax, By với đường tròn (O). Qua M kẻ đường thẳng vuông góc với IM, đường thẳng này cắt Ax, By lần lượt tại C và D. Gọi E là giao điểm của AM với IC, F là giao điểm của BM với ID. Chứng minh rằng:

1) Tứ giác MEIF là tứ giác nội tiếp.
2) EF // AB.
3) OM là tiếp tuyến chung của hai đường tròn ngoại tiếp tam giác CEM và DFM.

Câu 5: (1,0 điểm)

Cho các số thực dương x, y, z thỏa mãn: $\sqrt{x^2 + y^2} + \sqrt{y^2 + z^2} + \sqrt{z^2 + x^2} = 2014$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $T = \dfrac{x^2}{y+z} + \dfrac{y^2}{z+x} + \dfrac{z^2}{x+y}$.

---------- Hết ----------

Ghi chú: ***Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.***

Họ và tên thí sinh: ..... Số báo danh: .....

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
THANH HÓA

KỲ THI VÀO LỚP 10 CHUYÊN LAM SƠN
NĂM HỌC: 2014 - 2015

MÔN: TOÁN
(Dành cho thí sinh thi vào chuyên Toán)
Thời gian làm bài: 150 phút.
Ngày thi: 18/06/2014

Câu 1: (2,0 điểm)
Tính giá trị của biểu thức:

$$S=\sqrt{1+\frac{1}{1^2}+\frac{1}{2^2}}+\sqrt{1+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{3^2}}+...+\sqrt{1+\frac{1}{2013^2}+\frac{1}{2014^2}}$$

Câu 2: (2,0 điểm)
1) Giải phương trình: $(x+1)\sqrt{2x^2-2x}=2x^2-3x-2$
2) Giải hệ phương trình: $\begin{cases}(xy+2y^2)(x+2)=-6\\ x(x+y)=-1\end{cases}$

Câu 3: (2,0 điểm)
1) Chứng minh rằng nếu p là số nguyên tố lớn hơn 3 thì (p + 1)(p - 1) chia hết cho 24.
2) Tìm các nghiệm nguyên của phương trình: $x^3 - y^3 - 3xy - 3 = 0$.

Câu 4: (3,0 điểm)
Cho ΔABC vuông tại A, có AB < AC ngoại tiếp đường tròn (O). Gọi D, E, F lần lượt là tiếp điểm của (O) với các cạnh AB, AC, BC. I là giao điểm của BO với EF, M là điểm di động trên đoạn CE.
1) Tính số đo góc BIF.
2) Gọi N là giao điểm của BM với cung nhỏ EF của (O); P, Q lần lượt là hình chiếu của N trên các đường thẳng DE, DF. Xác định vị trí điểm M để độ dài PQ lớn nhất.

Câu 5: (1,0 điểm)
Trên bảng cho 2014 số tự nhiên từ 1 đến 2014. Thực hiện liên tiếp phép biến đổi sau: Mỗi lần xóa đi hai số bất kỳ a, b có trên bảng rồi viết thêm số $a + b - \frac{1}{2}ab$ vào bảng. Khi trên bảng chỉ còn đúng một số thì dừng lại. Tìm số còn lại đó.

---------- Hết ----------
Ghi chú: ***Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.***
Họ và tên thí sinh: ..... Số báo danh: .....

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
NGHỆ AN

KỲ THI VÀO LỚP 10 CHUYÊN PHAN BỘI CHÂU
NĂM HỌC: 2014 - 2015

MÔN: TOÁN
(Dành cho thí sinh thi vào chuyên Toán)
Thời gian làm bài: 150 phút.
Ngày thi: 18/06/2014

Câu 1: (7,0 điểm)

1) Giải phương trình: $\left(\sqrt{2x+3}+2\right)\left(\sqrt{x+6}-\sqrt{x+1}\right)=5$

2) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x^3y+2y=3 \\ y^3\left(3x-2\right)=1 \end{cases}$

Câu 2: (2,0 điểm)

Cho hai số nguyên x, y. Chứng minh rằng: $(x - y)(x - 2y)(x - 3y)(x - 4y) + y^4 + 2$ không thể là một số chính phương.

Câu 3: (2,0 điểm)

Cho các số thực a, b, c thỏa mãn $a \geq 0$; $b \geq 0$; $c \geq 1$ và $a + b + c = 2$. Tìm giá trị nhỏ nhất của

$$T = (6 - a^2 - b^2 - c^2)(2 - abc)$$

Câu 4: (7 điểm)

Cho đường tròn (O) đường kính BC. Trên tia đối của tia BC lấy điểm A khác B. Kẻ các tiếp tuyến AD, AE của (O) (D, E là các tiếp điểm). Kẻ DH vuông góc với EC tại H. Gọi K là trung điểm của DH, I là giao điểm của AC và DE. CK cắt (O) tại Q khác C, AQ cắt (O) tại M khác Q. Chứng minh rằng:

1) AB.CI = AC.BI
2) QD vuông góc với QI
3) DM song song với OC.

Câu 5: (2,0 điểm)

Trong mặt phẳng cho 7 điểm (không có 3 điểm nào thẳng hàng). Gọi h là độ dài lớn nhất tròn các đoạn thẳng nối 2 trong 7 điểm đã cho. Chứng minh rằng tồn tại ít nhất 1 tam giác có các đỉnh là 3 trong số 7 điểm đã cho thỏa mãn diện tích nhỏ hơn $\dfrac{h^2\left(4\pi-3\sqrt{3}\right)}{24}$.

---------- Hết ----------

Ghi chú: ***Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.***

Họ và tên thí sinh: ..... Số báo danh: .....

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO NGHỆ AN
TRƯỜNG ĐẠI VINH

KỲ THI VÀO LỚP 10 THPT CHUYÊN
NĂM HỌC: 2014 - 2015

MÔN: TOÁN
(Dành cho thí sinh thi vào chuyên Toán)
Thời gian làm bài: 150 phút.

Câu 1: Giải các phương trình sau:

1) $\frac{3}{x^2-2x}+\frac{4}{(x-1)^2}=5$

2) $\sqrt{x}+\sqrt{2x-1}=\sqrt{4x-1}$

Câu 2: Tìm các số nguyên tố p, q thỏa mãn: $p^2 = 8q + 9$.

Câu 3: Giả sử n là một số nguyên dương và $a_1, a_2, ..., a_n$ là các số nguyên lẻ.
Đặt $A_n = a_1^4 + a_2^4 + ... + a_n^4$. Chứng minh rằng A_n chia hết cho 16 khi và chỉ khi n chia hết cho 16.

Câu 4: Giả sử x, y, z là các số thực không âm thỏa mãn x + y + z + xyz = 4. Tìm giá trị lớn nhất của P = xy + yz + zx.

Câu 5: Cho đường tròn (O; R) và AB là một dây cung của đường tròn đó (AB < 2R). M là điểm thuộc cung lớn AB (M khác A và B). Gọi H là hình chiếu vuông góc của M lên AB.

1) Chứng minh rằng $\widehat{AMH} = \widehat{BMO}$.
2) Gọi I là điểm chính giữa cung nhỏ AB, J là giao điểm của MI và AB.
Chứng minh rằng: MA.MB = MI.MJ
3) Gọi K là điểm đối xứng với I qua O. Chứng minh rằng đường thẳng BK đi qua tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác MJB.

---------- Hết ----------

Ghi chú: ***Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.***

Họ và tên thí sinh: ..... Số báo danh: .....

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
HÀ TĨNH

KỲ THI VÀO LỚP 10 THPT CHUYÊN
NĂM HỌC: 2014 - 2015

MÔN: TOÁN (VÒNG I)
(Dành cho thí sinh thi vào chuyên Toán)
Thời gian làm bài: 150 phút.

Câu 1: Cho biểu thức:

$$P=\left(\frac{-x}{\sqrt{x}(x-9)}+\frac{2}{\sqrt{x}-3}-\frac{1}{\sqrt{x}+3}\right):\left(\sqrt{x}+3-\frac{x}{\sqrt{x}-3}\right),\ \forall x>0,\ x\neq 9.$$

a) Rút gọn biểu thức P.

b) Tìm giá trị của x sao cho $P=-\frac{1}{4}$.

Câu 2: Cho phương trình: $x^2 - 2(m - 2)x + m^2 - 2m + 2 = 0$ (m là tham số)

a) Giải phương trình khi m = - 1.

b) Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn:

$$\left|2(x_1+x_2)+x_1x_2\right|=3$$

Câu 3:

a) Giải phương trình: $\sqrt{2x+3}-2\sqrt{x+1}=-1$

b) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} xy^2+2y^2-2=x^2+3x \\ x+y=3\sqrt{y-1} \end{cases}$

Câu 4: Cho tam giác nhọn ABC nội tiếp đường tròn tâm O, có $\widehat{BAC}=45^0$, BC = a. Gọi E, F tương ứng là chân đường vuông góc hạ từ B xuống AC, từ C xuống AB. Gọi I là điểm đối xứng của O qua EF.

a) Chứng minh BFOC, AEIF là các tứ giác nội tiếp đường tròn.

b) Tính EF theo a.

Câu 5: Biết phương trình: $x^4 + ax^3 + bx^2 + ax + 1 = 0$ có nghiệm. Chứng minh: $a^2+b^2\geq\frac{4}{5}$.

---------- Hết ----------

Ghi chú: ***Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.***

Họ và tên thí sinh: ..... Số báo danh: .....

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
HÀ TĨNH

KỲ THI VÀO LỚP 10 THPT CHUYÊN
NĂM HỌC: 2014 - 2015

MÔN: TOÁN (VÒNG II)
(Dành cho thí sinh thi vào chuyên Toán)
Thời gian làm bài: 150 phút.

Câu 1:
Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình $x^2 - x - 1 = 0$. Không giải phương trình, chứng minh rằng: $P(x_1) = P(x_2)$ với $P(x) = 3x - \sqrt{33x + 25}$

Câu 2:
a) Giải phương trình: $\sqrt{3+\sqrt{3+x}} = x$

b) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x + y = \sqrt{xy} + 3 \\ \sqrt{x^2+7} + \sqrt{y^2+7} = 8 \end{cases}$

Câu 3:
a) Tìm các số nguyên x, y, z khác 0 thỏa mãn:

$$\begin{cases} x + y = xy + z \\ x^2 + y^2 = z^2 \end{cases}$$

b) Cho a, b, c không âm và a + b + c = 1. Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$P = \sqrt{a+b} + \sqrt{b+c} + \sqrt{c+a}$$

Câu 4:
Cho tam giác ABC vuông tại A có đường cao AH. Trên cạnh AH, trên cạnh BC lần lượt lấy hai điểm E, F sao cho CE = CA, BF = BA. Gọi I, I_1, I_2 lần lượt là tâm đường tròn nội tiếp các ΔABC, ΔABH, ΔACH và M là giao điểm của BI và AC. Chứng minh rằng:

a) Ba điểm A, I_1, E thẳng hàng và IE = IF.

b) Đường thẳng FM là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp ΔII_1I_2.

Câu 5:
Trên bảng có ghi hai số 1 và 5. Ta ghi các số tiếp theo bằng quy tắc sau. Nếu có hai số x, y phân biệt thì ghi thêm số z = x + y + xy. Hỏi bằng quy tắc đo có thể ghi được các số 2015 và 2015^{2014} hay không?

---------- Hết ----------

Ghi chú: ***Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.***

Họ và tên thí sinh: ..... Số báo danh: .....

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
QUẢNG BÌNH

KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT CHUYÊN
NĂM HỌC: 2014 - 2015
Khóa ngày: 26/06/2014

MÔN: TOÁN (CHUYÊN)
(Dành cho thí sinh thi vào chuyên Toán)
Thời gian làm bài: 150 phút (không kể thời gian phát đề)

Câu 1: (2,0 điểm)

a) Chứng minh: $A=\sqrt{3+\sqrt{5+2\sqrt{3}}}+\sqrt{3-\sqrt{5+2\sqrt{3}}}-\sqrt{3}$ là số nguyên.

b) Cho ba số dương a, b, c thỏa mãn:

$$ab + bc + ca = 25 \text{ và } a^2 + b^2 + c^2 = (a - b)^2 + (b - c)^2 + (c - a)^2$$

Tính: a + b + c.

Câu 2: (2,0 điểm)

a) Giải phương trình: $\sqrt{x^2-7x+10}+6042=3\sqrt{x-2}+2014\sqrt{x-5}$

b) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x^3-y^3=7 \\ xy(x-y)=2 \end{cases}$

Câu 3: Cho x, y > 0 thỏa mãn: $x^3 + y^3 = x - y$. Chứng minh rằng:

$$x^2 + y^2 < 1$$

Câu 4: (3,5 điểm)

Cho đường tròn (O; R) cố định, đường thẳng d cố định không đi qua O cắt đường tròn (O) tại hai điểm D và E. Trên tia đối của tia DE lấy điểm A. Các tiếp tuyến kẻ từ A tiếp xúc với đường tròn (O) tại B và C. Đường thẳng qua E, song song với BC, cắt đường tròn (O) tại N (N ≠ E). ND cắt BC tại I.

a) Chứng minh: $\frac{BI}{ID}=\frac{EC}{CD}$.

b) Chứng minh rằng điểm I là trung điểm BC.

c) Chứng minh đường thẳng BC luôn đi qua một điểm cố định khi điểm A di động trên tia đối của tia DE.

Câu 5: (1,5 điểm)

Tìm tất cả các chữ số x, y sao cho số A chia hết 37 với $A=\overline{1\underbrace{00000...0}_{\text{2015 chữ số 0}}1\underbrace{00000...0}_{\text{2014 chữ số 0}}xy}$.

---------- Hết ----------

Ghi chú: ***Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.***

Họ và tên thí sinh: ..... Số báo danh: .....

ĐÁP ÁN

Câu 5:

Ta có: (10, 37) = 1 và 37 là số nguyên tố.

Theo định lý Fermat nhỏ: $10^{36} \equiv 1 (\text{mod } 37)$ (1)

Theo bài toán, ta có: $A = 10^{4032} + 10^{2016} + \overline{xy}$

Mặt khác: $10^{4032} \equiv 10^{36.112} \equiv 1 (\text{mod } 37)$ và $10^{2016} \equiv 10^{36.56} \equiv 1 (\text{mod } 37)$

Ta suy ra: $\overline{xy} \equiv -2 (\text{mod } 37) \Rightarrow \overline{xy} = 35$ hay $\overline{xy} = 72$.

Vậy x = 3, y = 5 hay x = 7, y = 2.

SỞ GD - ĐT QUẢNG TRỊ
TRƯỜNG THPT CHUYÊN LÊ QUÝ ĐÔN

KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 CHUYÊN
NĂM HỌC: 2014 - 2015

MÔN: TOÁN (CHUYÊN)
(Dành cho thí sinh thi vào chuyên Toán)
Thời gian làm bài: 150 phút (không kể thời gian phát đề)

Câu 1: (4,0 điều)
Cho biểu thức:

$$P(x)=\frac{1}{x^2+\sqrt{x}}:\frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}(x+1)-x}$$

1) Rút gọn P(x).
2) Tìm x để P(x) nhận giá trị nguyên.

Câu 2: (3,0 điểm)
1) Cho số tự nhiên có dạng $\overline{8946bbcc09}$. Tìm số đó, biết $\overline{bbcc}$ là số chính phương.
2) Giải hệ phương trình $\begin{cases} x^2+y^2+3xy=0 \\ x^3-y^2=y^3-x^2 \end{cases}$

Câu 3: (4,0 điểm)
1) Giải phương trình: $9x^2 + 12x - 2 = \sqrt{3x+8}$
2) Cho các số thực a, b, c > 0. Chứng minh rằng:

$$\frac{a}{\sqrt{b^2+c^2}}+\frac{b}{\sqrt{c^2+a^2}}+\frac{c}{\sqrt{a^2+b^2}}>2$$

Câu 4: (3,0 điểm)
Cho phương trình $x^2 + ax + b = 0$ có nghiệm nguyên và a + b + 1 = 2014. Tìm a, b biết chúng là các số nguyên.

Câu 5: (6,0 điểm)
Cho tam giác ABC nội tiếp đường tròn (O). Một đường tròn (O') tiếp xúc với (O) tại D tiếp xúc với AB tại E (D, A nằm về hai phía đối với BC). Từ C kẻ tiếp tuyến CF với (O') (F (là tiếp điểm), D nằm về hai phía với BC). DE cắt (O) tại điểm thức 2 là N.
a) Chứng minh CN là tia phân giác của góc ACB.
b) I là giao điểm Cn và EF. Chứng minh CDFI nội tiếp.
c) Chứng minh I là tâm đường tròn nội tiếp tam giác ABC.

---------- Hết ----------
Ghi chú: ***Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.***
Họ và tên thí sinh: ..... Số báo danh: .....

SỞ GD - ĐT THỪA THIÊN HUẾ **KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT CHUYÊN**
TRƯỜNG THPT CHUYÊN QUỐC HỌC **NĂM HỌC: 2014 - 2015**

MÔN: TOÁN (CHUYÊN)
(Dành cho thí sinh thi vào chuyên Toán)
Khóa ngày 18/6/2014
Thời gian làm bài: 150 phút (không kể thời gian phát đề)

Câu 1: (1,5 điểm)

Giải hệ phương trình: $\begin{cases} \dfrac{1}{x-1}+\dfrac{1}{y-2}+\dfrac{1}{z-3}=1 \\ \dfrac{1}{(x-1)^2}-\dfrac{1}{(y-2)(y-3)}=-1 \end{cases}$ (x, y, z là ẩn số)

Câu 2: (2,0 điểm)

1. Cho các số a, b, c $\neq 0$ thỏa mãn:

$$\begin{cases} a^2(b+c)+b^2(c+a)+c^2(a+b)+2abc=0 \\ a^{2013}+b^{2013}+c^{2013}=1 \end{cases}$$

Chứng minh: $\dfrac{2014}{a^{2015}}+\dfrac{2014}{b^{2015}}+\dfrac{2014}{c^{2015}}=2014$.

2. Gọi α là nghiệm của phương trình: $x^2 + x - 1 = 0$.

Tính giá trị của biểu thức: $T=\alpha+\sqrt{\alpha^2+10\alpha+13}$.

Câu 3: (3,0 điểm)

Cho đường tròn (O) tâm O, dây cung AB cố định (AB không phải là đường kính của đường tròn). P là một điểm trên dây cung AB, P khác A và B. Đường tròn (C) tâm C đi qua P tiếp xúc với (O) tại A, đường tròn (D) tâm D đi qua P tiếp xúc với (O) tại B, các đường tròn (C) và (D) cắt nhau tại điểm thứ hai M.

1. Chứng minh các điểm O, D, C, M cùng thuộc một đường tròn.
2. Chứng minh điểm M thuộc đường tròn ngoại tiếp tam giác AOB và khi điểm P di động trên dây cung AB thì đường thẳng MP đi qua một điểm cố định N.
3. Cho AB = a. Tìm vị trí của P trên dây cung AB để tích PM.PN lớn nhất, tính theo a giá trị lớn nhất đó.

Câu 4: (1,5 điểm)

1. Chứng minh rằng tồn tại 2014 số nguyên dương $x_1, x_2, ..., x_{2014}$ thỏa mãn:

$$x_1 < x_2 < ... < x_{2014} \text{ và } 1=\frac{1}{x_1}+\frac{2}{x_2}+...+\frac{2014}{x_{2014}}$$

2. Tìm tất cả các số nguyên p sao cho tồn tại 2014 số nguyên dương $x_1, x_2, ..., x_{2014}$ thỏa mãn:

$$x_1 < x_2 < ... < x_{2014} \text{ và } p=\frac{1}{x_1}+\frac{2}{x_2}+...+\frac{2014}{x_{2014}}$$

Câu 5: (2,0 điểm)

1. Cho n là số nguyên dương và n + 1, 2n + 1 đều là số chính phương. Chứng minh n chia hết cho 24.

2. Cho các số a, b, thỏa mãn ab = 1. Tìm a, b sao cho biểu thức: $A=(a^2+b^2+1)(a^4+b^4)+\dfrac{4}{a^2+b^2}$ đạt giá trị nhỏ nhất.

---------- Hết ----------

Ghi chú: ***Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.***

Họ và tên thí sinh: ..... Số báo danh: .....

SỞ GD - ĐT THỪA THIÊN HUẾ **KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT CHUYÊN**
TRƯỜNG THPT CHUYÊN ĐHKH HUẾ **NĂM HỌC: 2014 - 2015**

MÔN: TOÁN

Thời gian làm bài: 150 phút (không kể thời gian phát đề)

Câu 1:

1. Chứng minh rằng: Giá trị của P không phụ thuộc vào x, biết:

$$P = \frac{2x}{x+3\sqrt{x}+2} + \frac{5\sqrt{x}+1}{x+4\sqrt{x}+3} + \frac{\sqrt{x}+10}{x+5\sqrt{x}+6}$$

2. Chọn bốn số nguyên thỏa mãn a + b = c + d và ab + 1 = cd. Chứng minh rằng: c = d.

Câu 2:

1. Giải phương trình: $x^2 + 8\sqrt{x+8} = 5x + 20$.

2. Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x^3 + 2y^2 = 16 \\ y^3 + 2x^2 = 16 \end{cases}$

Câu 3:

Cho phương trình: $x^4 - 2(m^2 + 2)x^2 + 4m^2 + 2m + 2 = 0$ (1) trong đó m là tham số.

1. Chứng minh với mọi m thì phương trình có 4 nghiệm phân biệt a, b, c, d.
2. Tìm m biết: $a^4 + b^4 + c^4 + d^4 = 24$.

Câu 4:

Cho tam giác ABC cân tại A, đường cao AH. Dựng đường tròn (S) tâm A và có bán kính nhỏ hơn AH. Từ B vẽ tiếp tuyến BE với đường tròn (S) (E là tiếp điểm). Đường thẳng HE cắt (S) tại điểm thứ hai là F. Chứng minh:

1. $\Delta AEF \backsim \Delta ABC$.
2. Đường thẳng CF là tiếp tuyến với (S).

Câu 5:

Có 20 đội bóng thi đấu (kết quả chỉ có thắng hoặc thua) theo thể thức vòng tròn. Chứng minh có thể sắp xếp tất cả 20 đội bóng theo một thứ tự sao cho đội đứng trước thắng đội đứng kề sau.

Câu 6:

Chứng minh phương trình: $x^2 - 2y^2 + 8z = 3$ không có nghiệm nguyên.

---------- Hết ----------

Ghi chú: ***Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.***

Họ và tên thí sinh: ..... Số báo danh: .....

SỞ GD - ĐT QUẢNG NAM **KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT CHUYÊN**
TRƯỜNG THPT CHUYÊN BẮC QUẢNG NAM **NĂM HỌC: 2014 - 2015**

MÔN: TOÁN

Thời gian làm bài: 150 phút (không kể thời gian phát đề)

Câu 1: (2,0 điểm)

a. Cho $a = \dfrac{1-\left(\sqrt{6}-\sqrt{2}\right)\sqrt{2+\sqrt{3}}}{\sqrt{6-4\sqrt{2}}+\sqrt{3-2\sqrt{2}}}$. Tính giá trị biểu thức: $M = a^2 + a - 1)^{2014.}$

b. Cho x, y là các số nguyên dương và $x^2 + 2y$ là số chính phương. Chứng minh rằng: $x^2 + y$ bằng tổng 2 số chính phương.

Câu 2: (2,0 điểm)

a. Giải phương trình sau: $\dfrac{2}{\sqrt{x+1}+\sqrt{3-x}} - \sqrt{3+2x-x^2} = 1$

b. Giải hệ phương trình:

$$\begin{cases} y^2 - 2y - 2xy + 4x = 0 \\ x^3 + 3x^2 = y^2 - y + 2 \end{cases}$$

Câu 3: (10, điểm)

Cho các hàm số $y = -\dfrac{3}{2}x + 2m$ và $y = -\dfrac{3}{4}x^2$ lần lượt có các đồ thị (d) và (P). Với giá trị nào của m thì (d) cắt (P) tại 2 điểm phân biệt bên phải trục tung?

Câu 4: (2,0 điểm)

Cho tam giác ABC và điểm G bất kỳ trong tam giác. Qua G vẽ các tia vuông góc với BC, CA, AB lần lượt cắt các cạnh đó tại D, E, F. Trên các tia GD, GE, GF lấy các điểm A', B', C' sao cho $\dfrac{GA'}{BC} = \dfrac{GB'}{CA} = \dfrac{GC'}{AB}$. Gọi H là điểm đối xứng của A' qua G.

a) Chứng minh: HB' // GC'.

b) Chứng minh G là trọng tâm $\Delta A'B'C'$.

Câu 5: (2,0 điểm)

Cho tam giác nhọn ABC. Đường tròn (O) đường kính BC cắt cạnh AB, AC lần lượt tại E, D; BD cắt CE tại H, AH cắt BC tại I. Vẽ các tiếp tuyến AM, AN của đường tròn (O).

a) Chứng minh H là tâm đường tròn nội tiếp DEI.

b) Chứng minh 3 đường thẳng MN, BD, CE đồng quy.

Câu 6: (1,0 điểm)

Trong hệ trục tọa độ Oxy có đường thẳng (d): y = 2014 - x cắt trục Ox tại A, Oy tại B. Một điểm M(x; y) di động trên đoạn AB (không trùng với A, B).

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $P = \dfrac{x}{\sqrt{2014-x}} + \dfrac{y}{\sqrt{2014-y}}$

---------- Hết ----------

Ghi chú: ***Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.***

Họ và tên thí sinh: ..... Số báo danh: .....

SỞ GD - ĐT BÌNH ĐỊNH **KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT CHUYÊN**
TRƯỜNG THPT CHUYÊN LÊ QUÝ ĐÔN **NĂM HỌC: 2014 - 2015**

MÔN: TOÁN
Khóa ngày 13/6/2014
Thời gian làm bài: 120 phút (không kể thời gian phát đề)

Câu 1: (2,0 điểm)

Cho biểu thức $A = \dfrac{a^2 + \sqrt{a}}{a - \sqrt{a} + 1} - \dfrac{2a + \sqrt{a}}{\sqrt{a}} + 1$ với a > 0.

a. Rút gọn A.
b. Tìm các giá trị của A để A = 2.
c. Tìm giá trị nhỏ nhất của A.

Câu 2: (2,0 điểm)

Gọi đồ thị hàm số $y = x^2$ là parabol (P), đồ thị của hàm số y = (m + 4)x - 2m - 5 là đường thẳng (d).
a. Tìm giá trị của m để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt.
b. Khi (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt A và B có hoành độ lần lượt là x_1, x_2. Tìm các giá trị của m sao cho $x_1^3 + x_2^3 = 0$.

Câu 3: (1,5 điểm)

Tìm x, y nguyên sao cho $\sqrt{x} + \sqrt{y} = \sqrt{18}$

Câu 4: (3,5 điểm)

Cho đường tròn (O) và một điểm P ở ngoài đường tròn. Kẻ hai tiếp tuyến PA, PB với đường tròn (O) (A, B là hai tiếp điểm). PO cắt đường tròn tại 2 điểm K và I (K nằm giữa P và O) và cắt AB tại H. Gọi D là điểm đối xứng của B qua O, C là giao điểm của PD và đường tròn (O).
a) Chứng minh tứ giác BHCP nội tiếp.
b) Chứng minh: AC ⊥ CH.
c) Đường tròn ngoại tiếp tam giác ACH cắt IC tại M. Tia AM cắt IB tại Q. Chứng minh M là trung điểm của AQ.

Câu 5: (1,0 điểm)

Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số: $y = \dfrac{2}{1-x} + \dfrac{1}{x}$, với 0 < x < 1.

---------- Hết ----------
Ghi chú: ***Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.***
Họ và tên thí sinh: ..... Số báo danh: .....

ĐÁP ÁN

Câu 1: (2,0 điểm)

a. Ta có: $A=\dfrac{a^2+\sqrt{a}}{a-\sqrt{a}+1}-\dfrac{2a+\sqrt{a}}{\sqrt{a}}+1$

Với $a>0\Rightarrow\sqrt{a}$ có nghĩa khi $a-\sqrt{a}+1=\left(\sqrt{a}-\dfrac{1}{2}\right)^2+\dfrac{3}{4}>0$ với mọi a > 0.

Suy ra: A có nghĩa với mọi a > 0.

$$A=\frac{\sqrt{a}\left[\left(\sqrt{a}\right)^3+1\right]}{a-\sqrt{a}+1}-\frac{\sqrt{a}\left(2\sqrt{a}+1\right)}{\sqrt{a}}+1=a-\sqrt{a}$$

b)

Ta có: $A=a-\sqrt{a}$. Để: $A=2\Rightarrow a-\sqrt{a}=2\Leftrightarrow a-\sqrt{a}-2=0$

Đặt: $\sqrt{a}=t>0$

Ta có phương trình: $t^2 - t - 2 = 0$

$\Leftrightarrow$ t = - 1 (loại) , t = 2 (nhận)

Với t = 2 $\sqrt{a}=2\Leftrightarrow a=4$ (thõa mãn điều kiện)

Vậy a = 4 là giá trị cần tìm.

c)

Ta có: $A=a-\sqrt{a}=a-2\sqrt{a}.\dfrac{1}{2}+\left(\dfrac{1}{2}\right)^2-\left(\dfrac{1}{2}\right)^2=\left(\sqrt{a}-\dfrac{1}{2}\right)^2-\dfrac{1}{4}\ge-\dfrac{1}{4}$ với mọi a >0

Dấu "=" khi $\sqrt{a}-\dfrac{1}{2}=0\Leftrightarrow a=\dfrac{1}{4}$ (thõa mãn điều kiện a > 0)

Vậy $\text{Min}\,A=-\dfrac{1}{4}$ khi $a=\dfrac{1}{4}$

Câu 2:

a) Ta có: (d): y = (m + 4)x - 2m - 5

(P): $y = x^2$

Phương trình hoành độ giao điểm của (d) và (P) là: x

$x^2 =$ (m + 4)x - 2m - 5 $\Leftrightarrow x^2 -$ (m + 4)x + 2m + 5 = 0 (1)

Δ = (m + 2)(m - 2)

Để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt khi Phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt khi $\Delta > 0$

$$\Leftrightarrow\left(m+2\right)\left(m-2\right)>0\Leftrightarrow\left[\begin{cases}m+2>0\\m-2>0\end{cases}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{matrix}m-2>0\\m+2<0\end{matrix}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{matrix}m>2\\m<-2\end{matrix}\right.$$

Vậy: với m > 2 hoặc m < -2 thì (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt.

b)

Với m > 2 hoặc m < -2. Thì phương trình:

$x^2 -$ (m + 4)x + 2m + 5 = 0 (1) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2

Theo định lý Vi - et ta có: $\begin{cases}x_1+x_2=m+4\\x_2x_2=2m+5\end{cases}$

Ta có: $x_1^3+x_2^3=\left(x_1+x_2\right)\left[\left(x_1+x_2\right)^2-3x_1x_2\right]=\left(m+4\right)\left[\left(m+4\right)^2-3\left(2m+5\right)\right]=\left(m+4\right)\left(m+1\right)^2$

Để $x_1^3+x_2^3=0\Leftrightarrow\left(m+4\right)\left(m+1\right)^2=0\Leftrightarrow m=-4$ (thõa mãn điều kiện) hoặc m = -1 (không thõa mãn điều kiện)

Vậy m = -4 là giá trị cần tìm.

Câu 3:

Ta có: $\sqrt{x}+\sqrt{y}=\sqrt{18}$

Điều kiện: $x \geq 0; y \geq 0$

Phương trình được viết lại là:

$\sqrt{x}+\sqrt{y}=3\sqrt{2}$ (1)

Ta có:

$\sqrt{x} \leq 3\sqrt{2}$ và $\sqrt{y} \leq 3\sqrt{2}$

Phương trình được viết lại là:

$\sqrt{x}=3\sqrt{2}-\sqrt{y} \geq 0$

$\Leftrightarrow \left(\sqrt{x}\right)^2=\left(3\sqrt{2}-\sqrt{y}\right)^2 \Leftrightarrow 6\sqrt{2y}=y-x+18 \Leftrightarrow \sqrt{2y}=\dfrac{y-x+18}{6} \in Q$

$\Leftrightarrow \sqrt{2y}=a \in Q \Leftrightarrow 2y=a^2 \in Q \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 \in N \\ a \vdots 2 \end{cases}$

$\Rightarrow a=2m, (m \in N)$

Vậy $2y=(2m)^2 \Leftrightarrow y=2m^2 \Leftrightarrow \sqrt{y}=m\sqrt{2}.$

Tương tự: $\sqrt{x}=n\sqrt{2}$

Phương trình (1), viết lại là:

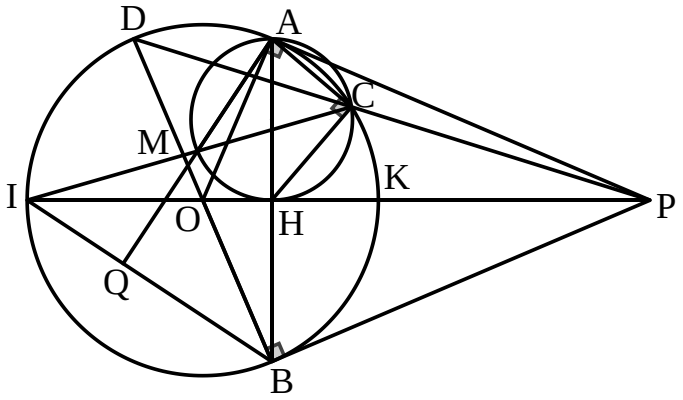
$n\sqrt{2}+m\sqrt{2}=3\sqrt{2} \Leftrightarrow n+m=3$ (với $n \in N$)

$\Leftrightarrow \begin{cases} n=0 \\ m=3 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} n=1 \\ m=2 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} n=2 \\ m=1 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} n=3 \\ m=0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ y=18 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} x=2 \\ y=8 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} x=8 \\ y=2 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} x=18 \\ y=0 \end{cases}$

Vậy phương trình đã cho có 4 nghiệm $\begin{cases} x=0 \\ y=18 \end{cases}; \begin{cases} x=2 \\ y=8 \end{cases}; \begin{cases} x=8 \\ y=2 \end{cases}; \begin{cases} x=18 \\ y=0 \end{cases}$

Câu 4:



a) Xét ΔABP, ta có: PA = PB

và $\widehat{APO}=\widehat{OPB}$ (tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau)

$\Rightarrow$ ΔABP cân tại P có PO là phân giác

$\Rightarrow$ PO cũng là đường cao, trung tuyến ΔABP.

Xét tứ giácBHCP ta có $\widehat{BHP}=90^0$ (Vì PO ⊥ AB) và $\widehat{BCP}=90^0$

(Vì kề bù $\widehat{BCD}=90^0$ (nội tiếp nửa đường tròn (O))

$\widehat{BHP} = \widehat{BCP}$

$\Rightarrow$ Tứ giácBHCP nội tiếp (Quỹ tích cung chứa góc)

b) Xét ΔACH ta có:

$\widehat{HAC} = \widehat{B}_1$ (chắn cung $\widehat{BKC}$ của đường tròn (O))

Mà $\widehat{B}_1 = \widehat{H}_1$ (Do BHCP nội tiếp)

$\Rightarrow \widehat{HAC} = \widehat{H}_1$

Mà $\widehat{H_1} + \widehat{AHC} = 90^0$ (Vì $PO \perp AB$)

$\Rightarrow \widehat{HAC} + \widehat{AHC} = 90^0$

$\Rightarrow \Delta AHC$ vuông tại C

Hay $AC \perp CH$

c) Xét tứ giác ACHM ta có M nằm trên đường tròn ngoại tiếp ΔACH)

$\Rightarrow$ Tứ giác ACHM nội tiếp.

$\Rightarrow \widehat{CMH} = \widehat{HAC}$ (chắn cung $\widehat{HC}$)

Mà $\widehat{HAC} = \widehat{BIC}$ (chắn cung $\widehat{BC}$ của đường tròn (O))

$\Rightarrow \widehat{CMH} = \widehat{BIC}$

$\Rightarrow$ MH//BI (vì cặp góc đồng vị bằng nhau)

Xét ΔABQ có AH = BH (Do PH là trung tuyến ΔAPB (c/m trên)) và MH // BI

$\Rightarrow$ MH là trung bình ΔABQ

$\Rightarrow$ M là trung điểm của AQ

Câu 5:

Ta có $y = \dfrac{2}{1-x} + \dfrac{1}{x} = \dfrac{2}{1-x} - 2 + \dfrac{1}{x} - 1 + 3 = \dfrac{2x}{1-x} + \dfrac{x-1}{x} + 3$

Vì $0 < x < 1$. Suy ra: $\dfrac{2}{1-x} > 0$ và $\dfrac{x-1}{x} > 0$

Ta có: $\dfrac{2x}{1-x} + \dfrac{x-1}{x} \geq 2\sqrt{\dfrac{2x}{1-x}.\dfrac{x-1}{x}} = 2\sqrt{2}$ (Bất đẳng thức Cô si)

Dấu "=" xảy ra khi $\dfrac{2x}{1-x} = \dfrac{x-1}{x} \Leftrightarrow x^2 + 2x - 1 = 0 \Leftrightarrow x_1 = -1 + \sqrt{2}$ (thõa mãn điều kiện), $x_1 = -1 - \sqrt{2}$ (không thõa mãn điều kiện)

$\Rightarrow y \geq 2\sqrt{2} + 3$ Dấu "=" xảy ra khi $x_1 = -1 + \sqrt{2}$

Vậy $\text{Min}\, y = 2\sqrt{2} + 3$ khi $x_1 = -1 + \sqrt{2}$

------- HẾT -------

SỞ GD - ĐT PHÚ YÊN
ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10
TRƯỜNG THPT CHUYÊN LƯƠNG VĂN CHÁNH
NĂM HỌC: 2014 - 2015

MÔN: TOÁN
Thời gian làm bài: 150 phút (không kể thời gian phát đề)
VÒNG 1

Câu 1: (1,0 điểm)
Không dùng máy tính cầm tay, tính nhanh biểu thức:

a) $\sqrt{0,0144}$ b) $\sqrt{13-4\sqrt{3}}$ c) $\dfrac{2\sqrt{45}+\sqrt{125}-\sqrt{320}}{\sqrt{5}}$

Câu 2: (2,0 điểm)
Cho hai hàm số: $y = 2x^2$ và $y = x + 1$.
a) Vẽ đồ thị hàm số đã cho trên cùng một hệ trục tọa độ.
b) Tìm tọa độ các giao điểm của hai đồ thị bằng phép tính.

Câu 3: (1,5 điểm)
Cho phương trình: $x^2 - mx + 9 = 0$, với m là tham số.
a) Tìm các giá trị của m để phương trình có nghiệm kép.
b) Trong trường hợp phương trình có hai nghiệm x_1 và x_2. Hãy lập phương trình bậc hai có nghiệm là hai số $\dfrac{x_1}{x_2}$ và $\dfrac{x_2}{x_1}$.

Câu 4: (1,5 điểm) Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:
Nghiệp đoàn đánh cá Phú Câu và nghiệp đoàn nghề cá Phú Lâm cùng đánh bắt trên ngư trường Trường Sa. Trong tháng 4, hai nghiệp đoàn đánh bắt được 800 tấn hải sản. Trong tháng 5, nhờ áp dụng công nghệ hiện đại, nghiệp đoàn Phú Câu vượt mức 20%, nghiệp đoàn Phú Lâm vượt mức 30% (so với tháng 4) nên cả hai nghiệp đoàn đánh bắt được 995 tấn hải sản. Tính xem trong tháng 4, mỗi nghiệp đoàn đánh bắt được bao nhiêu tấn hải sản?

Câu 5: (3,0 điểm)
Cho đường tròn (O), dây AB, I là trung điểm của AB. Qua I kẻ hai dây cung CD và EF (C; F cùng thuộc một cung AB), CF; ED cắt AB lần lượt tại M và N. Gọi H, K lần lượt là trung điểm của CF và DE. Chứng minh rằng:

a) MHOI và NKOI là các tứ giác nội tiếp.

b) $\Delta FHI \backsim \Delta DKI$.

c) I là trung điểm của đoạn MN.

Câu 6: (1,0 điểm)

Giải phương trình: $x^4 + \sqrt{x^2 + 2014} = 2014$

---------- Hết ----------

Ghi chú: ***Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.***

Họ và tên thí sinh: ..... Số báo danh: .....

SỞ GD - ĐT PHÚ YÊN
ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10
TRƯỜNG THPT CHUYÊN LƯƠNG VĂN CHÁNH
NĂM HỌC: 2014 - 2015

MÔN: TOÁN
Thời gian làm bài: 150 phút (không kể thời gian phát đề)
VÒNG 2

Câu 1: (3,0 điểm)

Giải phương trình: $\sqrt{x+2\sqrt{x+1}+2}+\sqrt{x-2\sqrt{x+1}+2}=\frac{x+5}{2}$

Câu 2: (3,5 điểm)

Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x^2+\frac{1}{x^2}+y^2=\frac{13}{2} \\ x+\frac{1}{x}+y=4 \end{cases}$

Câu 3: (4,0 điểm)

Cho phương trình: $x^3 - (2m + 1)x^2 + (2m^2 - m + 2)x - (2m^2 - 3m + 2) = 0$ (m là tham số)
Định m để phương trình có 3 nghiệm dương phân biệt.

Câu 4: (3,0 điểm)

Từ điểm M ở ngoài đường tròn tâm O kẻ các tiếp tuyến MA, MB (A; B là các tiếp điểm). Trên cung lớn AB lấy các điểm C; D sao cho AC = CD. Gọi I là giao điểm AD và BC. Qua M, kẻ đường thẳng song song với AD cắt AC tại E. Chứng minh rằng:

a) Tam giác MEA cân.

b) Đường thẳng MC đi qua trung điểm của đoạn AI.

Câu 5: (4,0 điểm)

Cho tam giác ABC vuông cân tại A, đường cao AH, điểm M di động trên đoạn thẳng AH. Gọi D; E lần lượt là hình chiếu vuông góc của M lên AB, AC và F là hình chiếu vuông góc của D trên EH.

a) Chứng minh rằng các điểm H; M; F thẳng hàng.

b) Xác định vị trí điểm M trên AH để diện tích tam giác AFB lớn nhất.

---------- Hết ----------

Ghi chú: ***Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.***

Họ và tên thí sinh: ..... Số báo danh: .....

SỞ GD - ĐT KHÁNH HÒA
ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10
TRƯỜNG THPT CHUYÊN LÊ QUÝ ĐÔN
NĂM HỌC: 2014 - 2015

MÔN: TOÁN
Thời gian làm bài: 150 phút
(không kể thời gian phát đề)

Câu 1: (2,0 điểm)

1) Cho a, b là các số thực dương phân biệt. Rút gọn các biểu thức:

$$P=\frac{a\sqrt{a}-b\sqrt{b}}{a\sqrt{b}-b\sqrt{a}}-\frac{a\sqrt{a}+b\sqrt{b}}{a\sqrt{b}+b\sqrt{a}}-\left(\sqrt{\frac{a}{b}}-\sqrt{\frac{b}{a}}\right)\left(\frac{\sqrt{a}+\sqrt{b}}{\sqrt{a}-\sqrt{b}}-\frac{\sqrt{a}-\sqrt{b}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}\right)$$

2) Tìm giá trị tham số m để phương trình: $x^2 - mx + m - 3 = 0$ có 2 nghiệm x_1, x_2 sao cho biểu thức $2\left(x_1^2+x_2^2\right)-x_1x_2$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Câu 2: (2,0 điểm)

1) Giải phương trình: $x^4 + 3x^3 - 14x^2 - 6x + 4 = 0$

2) Cho hai số thực a, b thỏa mãn $a > 1$ và $b > 1$. Chứng minh rằng:

$$\frac{a^3+b^3-\left(a^2+b^2\right)}{(a-1)(b-1)}\geq 8$$

Câu 3: (2,0 điểm)

1) Chứng minh tổng: $1+2+2^2+2^3+...+2^{2014}+2^{2015}$ chia hết cho 15.

2) Giải hệ phương trình: $\begin{cases}x^3+y^3=1-x+y+xy\\7xy+y-x=7\end{cases}$

Câu 4: (3,0 điểm)

Cho đường tròn (O) có 2 đường kính AB và CD vuông góc với nhau. E là điểm bất kỳ trên cung nhỏ AD (E khác A, D). Nối EC, EB cắt OA, OD lần lượt tại M, N.

a) Chứng minh rằng: $\Delta MAC \backsim \Delta AEC$; $\Delta OMC \backsim \Delta EDC$.

b) Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $\frac{OM}{AM}+\frac{ON}{DN}$

Câu 5: (1,0 điểm)

Trên mặt phẳng cho 25 điểm phân biệt, biết rằng với 3 điểm bất kỳ trong số đó luôn có 2 điểm cách nhau một khoảng nhỏ hơn 1. Chứng minh rằng có 1 hình tròn bán kính bằng 1 chứa không ít hơn 13 điểm đã cho.

---------- Hết ----------

Ghi chú: ***Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.***

Họ và tên thí sinh: ..... Số báo danh: .....

ĐÁP ÁN

Câu 1:

1)

$$P=\frac{\left(\sqrt{a}-\sqrt{b}\right)\left(a-\sqrt{ab}+b\right)}{\sqrt{ab}\left(\sqrt{a}-\sqrt{b}\right)}-\frac{\left(\sqrt{a}+\sqrt{b}\right)\left(a-\sqrt{ab}+b\right)}{\sqrt{ab}\left(\sqrt{a}+\sqrt{b}\right)}-\left(\frac{\sqrt{ab}}{b}-\frac{\sqrt{ab}}{a}\right).\frac{\left(\sqrt{a}+\sqrt{b}\right)^2-\left(\sqrt{a}-\sqrt{b}\right)^2}{a-b}$$

$$P=\frac{a+\sqrt{ab}-a+\sqrt{ab}-b}{\sqrt{ab}}-\sqrt{ab}.\frac{a-b}{ab}.\frac{2\sqrt{ab}}{a-b}=2-2=0$$

2) Vì $\Delta = m^2 - 4m + 12 = (m - 2)^2 + 8 > 0$ với mọi m nên phương trình luôn có 2 nghiệm x_1, x_2 phân biệt.

Theo định lý Vi-et, ta có:

$x_1 + x_2 = m$ và $x_1x_2 = -3$

Ta có:

$$\begin{aligned}2\left(x_1^2+x_2^2\right)-x_1x_2 &= 2\left(x_1+x_2\right)^2-5x_1x_2\\ &= 2m^2-5\left(m-3\right)\\ &= 2m^2-5m+15\\ &= 2\left(m^2-\frac{5}{2}m+\frac{15}{2}\right)\\ &= 2\left(m-\frac{5}{4}\right)^2+\frac{95}{8}\ge\frac{95}{8}\end{aligned}$$

Suy ra: Giá trị nhỏ nhất của $2\left(x_1^2+x_2^2\right)-x_1x_2$ là $\frac{95}{8}$ khi $m=\frac{5}{4}$.

Câu 2:

1) Nhận xét: x = 0 không là nghiệm của phương trình:

Chia cả vế của phương trình cho x^2, ta được: $x^2+\frac{4}{x^2}+3\left(x-\frac{2}{x}\right)-14=0$

Đặt: $a=x-\frac{2}{x}\Rightarrow a^2+4=x^2+\frac{4}{x^2}$

Phương trình trở thành $a^2 + 3a - 10 = 0 \Leftrightarrow a = 2$ hoặc a = -5

Với a = 2 thì $2=x-\frac{2}{x}\Rightarrow x^2-2x-2=0\Rightarrow x=1\pm\sqrt{3}$

Với a = -5 thì $-5=x-\frac{2}{x}\Rightarrow x^2+5x-2=0\Rightarrow x=\frac{-5\pm\sqrt{33}}{2}$

Vậy phương trình có 4 nghiệm phân biệt $x=1\pm\sqrt{3};\ x=\frac{-5\pm\sqrt{33}}{2}$

2) $\frac{a^3+b^3-\left(a^2+b^2\right)}{(a-1)(b-1)}\ge 8\Leftrightarrow\frac{a^2}{b-1}+\frac{b^2}{a-1}\ge 8$

$$\Leftrightarrow\frac{a^2}{b-1}-4+\frac{b^2}{a-1}-4\ge 0\Leftrightarrow\frac{a^2-4b+4}{b-1}+\frac{b^2-4a+4}{a-1}\ge 0$$

$$\Leftrightarrow\frac{a^2-b^2+b^2-4b+4}{b-1}+\frac{b^2-a^2+a^2-4a+4}{a-1}\ge 0$$

$$\Leftrightarrow\frac{a^2-b^2}{b-1}-\frac{a^2-b^2}{a-1}+\frac{(b-2)^2}{b-1}+\frac{(a-2)^2}{a-1}\ge 0$$

$$\Leftrightarrow \left(a^2-b^2\right)\left(\frac{1}{b-1}-\frac{1}{a-1}\right)+\frac{\left(b-2\right)^2}{b-1}+\frac{\left(a-2\right)^2}{a-1}\ge 0$$

$$\Leftrightarrow \left(a-b\right)\left(a+b\right)\frac{a-b}{\left(a-1\right)\left(b-1\right)}+\frac{\left(b-2\right)^2}{b-1}+\frac{\left(a-2\right)^2}{a-1}\ge 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{\left(a-b\right)^2\left(a+b\right)}{\left(a-1\right)\left(b-1\right)}+\frac{\left(b-2\right)^2}{b-1}+\frac{\left(a-2\right)^2}{a-1}\ge 0$$

Bất đẳng thức trên luôn đúng với a > 1 và b > 1. Suy ra đpcm.

Câu 3:

1) Số số hạng là 2016, nhóm mỗi bộ 4 số hạng ta được 504 nhóm.

Ta có:

$$\left(1+2+2^2+2^3\right)+...+\left(2^{2012}+2^{2013}+2^{2014}+2^{2015}\right)=15.1+...+2^{2012}\left(1+2+2^2+2^3\right)$$
$$=15\left(1+2^2+2^4+...+2^{2012}\right)$$

chia hết cho 15.

2) Ta có: $x^3 + y^3 = 1 - x + y + xy \Rightarrow (x + y)[(x + y)^2 - 3xy] = 8 - 6xy$ (*)

Đặt: a = x+ y và b = xy.

Từ (*) $\Rightarrow a^3 - 8 - 3ab + 6b = 0$

$\Leftrightarrow (a - 2)(a^2 + 2a + 4 - 3b) = 0$

$\Leftrightarrow$ a = 2 hoặc $a^2 + 2a + 4 - 3b = 0$

Trường hợp 1:

a = 2 $\Leftrightarrow$ x + y = 2 $\Leftrightarrow$ x = 2 - y

Từ $7xy + y - x = 7 \Leftrightarrow 7y^2 - 16y + 9 = 0 \Leftrightarrow$ y = 1 hoặc $y = \frac{9}{7}$.

Vậy (x; y) = (1; 1), $\left(\frac{5}{7};\frac{9}{7}\right)$.

Trường hợp 2:

$a^2 + 2a + 4 = 3b \Leftrightarrow (x + y)^2 + 2(x + y) + 4 = 3xy$

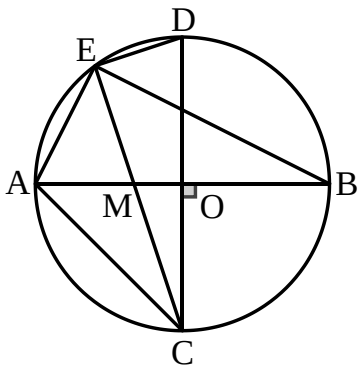
$\Leftrightarrow x^2 - xy + y^2 + 2x = 2y + 4 = 0$

$\Leftrightarrow x^2 - (y - 2)x + y^2 + 2y + 4 = 0$

$$\Leftrightarrow \left(x-\frac{y-2}{2}\right)^2+\frac{3}{4}\left(y+2\right)^2=0\Leftrightarrow x=y=2$$

Vậy hệ phương trình có 3 nghiệm là (1; 1), $\left(\frac{5}{7};\frac{9}{7}\right)$, (-2; -2).

Câu 4:



a) Ta có: AB ⊥ CD nên $\overset{\frown}{AOC} = \overset{\frown}{AOD} = \overset{\frown}{BOC} = \overset{\frown}{BOD}$

Suy ra: AC = AD = BC = BD.

$\Rightarrow \widehat{BAC} = \widehat{AEC}$ (góc nội tiếp chắn $\widehat{BC}$ và $\widehat{AC}$)

Xét ΔMAC và ΔAEC có:

$\widehat{ACE}$ chung

$\widehat{BAC} = \widehat{AEC}$ (cmt)

Suy ra: ΔMAC ∽ ΔAEC (g.g) (1)

* Ta có: $\widehat{CED} = 90^0$ (góc nội tiếp chắn nữa đường tròn)

ΔOMC và ΔEDC có:

$\widehat{CED}$ chung

$\widehat{CED} = \widehat{MOC} = 90^0$

Suy ra: ΔOMC ∽ ΔEDC (g.g) (2)

b)

Từ (2) $\Rightarrow \dfrac{OM}{AE} = \dfrac{OD}{EC} \Rightarrow OM.EC = ED.OD$ (3)

Từ (1) $\Rightarrow \dfrac{AM}{AE} = \dfrac{AC}{EC} \Rightarrow AM.EC = AE.AC$ (4)

Từ (3) và (4), suy ra:

$\dfrac{OM}{AM} = \dfrac{ED.OD}{AE.AC}$ (5)

Chứng minh tương tự, ta cũng có: ND.BD = ED.BD và ON.EB = AE.OB

Suy ra: $\dfrac{ON}{ND} = \dfrac{OB.AE}{ED.BD}$ (6)

Từ (5), (6) $\Rightarrow \dfrac{OM}{AM} + \dfrac{ON}{DN} = \dfrac{ED.OD}{AE.AC} + \dfrac{OB.AE}{ED.BD} = \dfrac{R}{R\sqrt{2}}\left(\dfrac{ED}{AE} + \dfrac{AE}{ED}\right) \geq \dfrac{1}{\sqrt{2}}.2.\sqrt{\dfrac{ED}{AE}.\dfrac{AE}{ED}} = \sqrt{2}$

(BĐT Côsi)

Do đó: $\dfrac{OM}{AM} + \dfrac{ON}{DN}$ đạt GTNN $\sqrt{2}$ khi ED = EA.

Câu 5: (1,0 điểm)

Nhận xét: 25 = 2.12 + 1

Gọi A là 1 điểm trong số 25 điểm đã cho. Vẽ đường tròn tâm A bán kính 1.

+ Nếu 24 điểm còn lại nằm trong (A; 1) thì bài toán được chứng minh.

+ Nếu có 1 điểm nằm ngoài (A; 1). Giả sử đó là điểm B nên AB > 1.

Vẽ đường tròn tâm B bán kính 1.

Với 1 điểm C bất kỳ, ta có:

Xét 3 điểm điểm A, B, C thì AB > 1 nên theo giải thiết đề bài thì AC < 1 hoặc BC < 1.

Suy ra: C thuộc (A; 1) hoặc C thuộc (B; 1).

Theo nguyên tắc Dirichlet thì có 25 điểm (25 con thỏ) mà có 2 đường tròn (2 cái lồng) nên tồn tại một đường tròn chứa ít nhất [25:2] + 1 = 13 điểm.

------ HẾT ------

SỞ GD - ĐT KHÁNH HÒA
ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10
TRƯỜNG THPT CHUYÊN LÊ QUÝ ĐÔN
NĂM HỌC: 2014 - 2015

MÔN: TOÁN (KHÔNG CHUYÊN)
Thời gian làm bài: 120 phút
(không kể thời gian phát đề)
Ngày thi: 20/06/2014

Câu 1: (2,0 điểm)

1) Không dùng máy tính cầm tay. Tính giá trị của biểu thức: $A = \frac{1}{\sqrt{2}+1} - \frac{\sqrt{8}-\sqrt{10}}{2-\sqrt{5}}$

2) Rút gọn biểu thức: $B = \left(\frac{a}{a-2\sqrt{a}} + \frac{a}{\sqrt{a}-2}\right) : \frac{\sqrt{a}+1}{a-4\sqrt{a}+4}$, với $a > 0, a \neq 4$.

Câu 2: (2,0 điểm)

1) Cho hệ phương trình: $\begin{cases} ax - y = -b \\ x - by = -a \end{cases}$

Tìm a và b biết hệ phương trình đã cho có nghiệm (x; y) = (2; 3).

2) Giải phương trình: $2(2x-1) - 3\sqrt{5x-6} = \sqrt{3x-8}$

Câu 3: (2,0 điểm)

Trong mặt phẳng Oxy, cho parabol (P) $y = \frac{1}{2}x^2$

1) Vẽ đồ thị (P)

2) Trên (P) lấy điểm A có hoành độ $x_A = -2$. Tìm tọa độ của điểm M trên trục Ox sao cho |MA – MB| đạt giá trị lớn nhất. Biết rằng: B(1; 1).

Câu 4: (4,0 điểm)

Cho nửa đường tròn (O) đường kính AB = 2R. Vẽ đường thẳng d là tiếp tuyến của (O) tại B. Trên cung $\overset{\frown}{AB}$ lấy một điểm M tùy ý (M khác A và B), tia AM cắt d tại N. Gọi C là trung điểm AM, tia CO cắt d tại D.

1) Chứng minh OBNC là một tứ giác nội tiếp.

2) Chứng minh NO ⊥ AD.

3) Chứng minh CA.CN = CO.CD

4) Xác định vị trí của điểm M để (2AM + AN) đạt giá trị nhỏ nhất.

---------- Hết ----------

Ghi chú: ***Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.***

Họ và tên thí sinh: ..... Số báo danh: .....

ĐÁP ÁN

Câu 1:

1) $A=\dfrac{1}{\sqrt{2}+1}-\dfrac{\sqrt{8}-\sqrt{10}}{2-\sqrt{5}}=\dfrac{\sqrt{2}-1}{\left(\sqrt{2}\right)^2-1}-\dfrac{\sqrt{2}\left(2-\sqrt{5}\right)}{2-\sqrt{5}}=\sqrt{2}-1-\sqrt{2}=-1$

2)

$$B=\left(\frac{a}{a-2\sqrt{a}}+\frac{a}{\sqrt{a}-2}\right):\frac{\sqrt{a}+1}{a-4\sqrt{a}+4}=\left(\frac{a}{\sqrt{a}\left(\sqrt{a}-2\right)}+\frac{a\sqrt{a}}{\sqrt{a}\left(\sqrt{a}-2\right)}\right):\frac{\sqrt{a}+1}{\left(\sqrt{a}-2\right)^2}$$

$$B=\frac{a\left(1+\sqrt{a}\right)}{\sqrt{a}\left(\sqrt{a}-2\right)}.\frac{\left(\sqrt{a}-2\right)^2}{1+\sqrt{a}}=\sqrt{a}\left(\sqrt{a}-2\right)$$

Câu 2:

1) Hệ phương trình có nghiệm (x; y) = (2; 3). Thay vào hệ ta được:

$$\begin{cases}2a-3=-b\\2-3b=-a\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}2a+b=3\\a-3b=-2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}2a+b=3\\2a-6b=-4\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=1\\b=1\end{cases}$$

2)

$$2\left(2x-1\right)-3\sqrt{5x-6}=\sqrt{3x-8}$$

$$\Leftrightarrow\left[\left(\sqrt{5x-6}\right)^2-6\sqrt{5x-6}+9\right]+\left[\left(\sqrt{3x-8}\right)^2-2\sqrt{3x-8}+1\right]=0$$

$$\Leftrightarrow\left(\sqrt{5x-6}-3\right)^2+\left(\sqrt{3x-8}-1\right)^2=0$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}\sqrt{5x-6}-3=0\\\sqrt{3x-8}-1=0\end{cases}$$

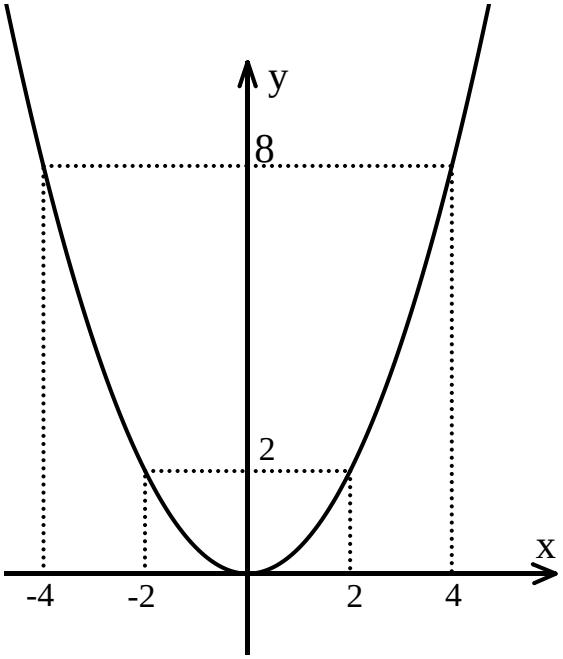
$$\Leftrightarrow x=3$$

Câu 3:

1) Bảng giá trị:

x	- 4	- 2	0	2	4
$y=\frac{1}{2}x^2$	- 8	2	0	2	8

Đồ thị:



2) Biết rằng: B(1; 1).

Ta có: $A(-2; 2)$

Xét ΔMAB có: |MA – MB| ≤ AB. Suy ra Max |MA – MB| = AB.

Khi đó: M là giao điểm của (AB): $y = -\frac{1}{3}x + \frac{4}{3}$ với trục Ox.

Vậy M(4; 0)

Câu 4:

SỞ GD - ĐT NINH THUẬN
ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10
TRƯỜNG THPT CHUYÊN LÊ QUÝ ĐÔN
NĂM HỌC: 2014 - 2015

MÔN: TOÁN (Chuyên)
Khóa ngày 24/6/2014
Thời gian làm bài: 120 phút (không kể thời gian phát đề)

Câu 1: (2,0 điểm)
Cho phương trình: $x^2 - 2x + m^2 - 2m + 1 = 0$ (1), với m là tham số.
a) Giải phương trình (1) khi $m = \sqrt{2}$.
b) Chứng minh rằng nếu phương trình (1) có hai nghiệm x_1, x_2 thì $|x_1 - x_2| \le 2$.

Câu 2: (2,0 điểm)
Tìm giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của biểu thức: $D = \dfrac{4x+3}{x^2+1}$

Câu 3: (4,0 điểm)
Cho đường tròn (O) đường kính AB và đường tròn (C) di động luôn tiếp xúc trong với nửa đường tròn (O) tại C và tiếp xúc với đoạn AB tại D; CA và CB lần lượt cắt đường tròn (C) tại M, N.
a) Xác định tâm O' của đường tròn (C) và chứng minh AB // MN.
b) Chứng minh CD là tia phân giác của $\widehat{ACB}$ và CD đi qua điểm cố định E.
c) Chứng minh rằng đường tròn ngoại tiếp tam giác ACD tiếp xúc với AE tại A.

Câu 4: (2,0 điểm)
Cho phân số $p = \dfrac{n^2+4}{n+5}$, với n là số tự nhiên. Hãy tìm tất cả các số tự nhiên n trong khoảng từ 1 đến 2015 sao cho phân số p chưa tối giản.

---------- Hết ----------
Ghi chú: ***Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.***
Họ và tên thí sinh: ..... Số báo danh: .....

ĐÁP ÁN

Câu 1: $x^2 - 2x + m^2 - 2m + 1 = 0$ (1)

a) Với $m = \sqrt{2}$, phương trình (1) trở thành $x^2 - 2x - 2\sqrt{2} + 3 = 0$

$\Delta' = 1 + 2\sqrt{2} - 3 = 2\sqrt{2} - 2 > 0 \Rightarrow \sqrt{\Delta'} = \sqrt{2\sqrt{2} - 2}$

Vậy với $m = \sqrt{2}$ phương trình có hai nghiệm:

$x_1 = 1 - \sqrt{2\sqrt{2} - 2};\ x_2 = 1 + \sqrt{2\sqrt{2} - 2}$

b) Phương trình (1) có nghiệm $\Leftrightarrow \Delta' \geq 0 \Leftrightarrow 1 - m^2 + 2m - 1 = m(2 - m) \geq 0 \Leftrightarrow 0 \leq m \leq 2$.

Theo định lý Vi-et, ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2 \\ x_1 x_2 = (m-1)^2 \end{cases}$

Khi đó: $|x_2 - x_1| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2} = \sqrt{(x_2 + x_1)^2 - 4x_1x_2} = \sqrt{4 - 4(m-1)^2} \leq \sqrt{4} = 2$

Vậy $|x_2 - x_1| \leq 2$.

Lưu ý: Có thể dùng phép biến đổi tương đương để chứng minh.

Câu 2:

Vì $x^2 + 1 > 0$ với mọi x nên D xác định với mọi x.

$$D = \frac{4x+3}{x^2+1} = \frac{-(x^2+1) + x^2 + 4x + 4}{x^2+1} = -1 + \frac{(x+2)^2}{x^2+1} \geq -1$$

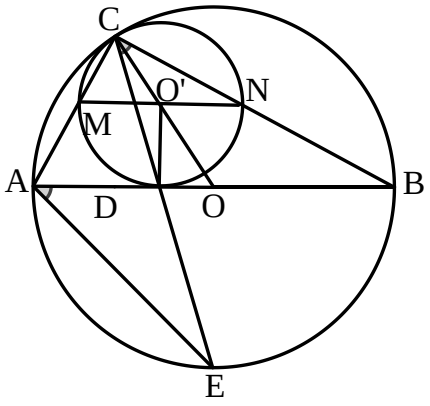
$\Rightarrow$ Min D = - 1 $\Leftrightarrow$ x + 2 = 0 $\Leftrightarrow$ x = - 2.

$$D = \frac{4x+3}{x^2+1} = \frac{4(x^2+1) - (4x^2 - 4x + 1)}{x^2+1} = 4 - \frac{(2x-1)^2}{x^2+1} \leq 4$$

$\Rightarrow$ Max D = 4 $\Leftrightarrow$ 2x - 1 = 0 $\Leftrightarrow$ $x = \frac{1}{2}$.

Lưu ý: Có thể dùng điều kiện có nghiệm của phương trình bậc hai để giải.

Câu 3:



a) Hai đường tròn (O') và (O) tiếp xúc trong tại C $\Rightarrow$ (O') thuộc OC.

Đường tròn (O') đi qua C, D $\Rightarrow$ (O') thuộc đường trung trực của đoạn thẳng CD.

Vậy tâm (O') là giao điểm của OC và đường trung trực của đoạn thẳng CD.

Chứng minh: AB // MN:

Ta có: $\widehat{ACB} = 90^0$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

$\Rightarrow \widehat{MCN} = 90^0 \Rightarrow$ MN là đường kính của đường tròn (O') $\Rightarrow$ M, O', N thẳng hàng.

Khi đó: $\widehat{O'NC} = \widehat{O'CN}$ (vì $\Delta O'NC$ cân tại O') và $\widehat{OBC} = \widehat{OCB}$ (vì ΔOBC cân tại O)

Suy ra: $\widehat{OBC} = \widehat{O'NC}$, hai góc này lại ở vị trí đồng vị, dó đó: AB // MN.

b) Ta có: AB // MN; O'D $\perp$ AB (do AB tiếp xúc với đường tròn (O'))

Suy ra: O'D $\perp$ MN $\Rightarrow \widehat{CM} = \widehat{DN} \Rightarrow \widehat{DCA} = \widehat{DCB}$

Vậy CD là tia phân giác của $\widehat{ACB}$.

Gọi E là giao điểm của tia CD và đường tròn (O) $\Rightarrow \overset{\frown}{EA} = \overset{\frown}{EB}$.
Mà đường tròn (O) và AB cố định $\Rightarrow$ E cố định.
Vậy CD đi qua điểm E cố định (E là điểm chính giữa của nửa đường tròn (O) còn lại)

c) Ta có: $\widehat{EAB} = \widehat{ECB}$ (hai góc nội tiếp cùng chắn $\overset{\frown}{EB}$) $\Rightarrow \widehat{EAD} = \widehat{DCA}$ $\Rightarrow$ AE là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp ΔACD hay đường tròn ngoại tiếp ΔACD tiếp xúc với AE tại A.

Câu 4:

Ta có: $p = \dfrac{n^2+4}{n+5} = n-5+\dfrac{29}{n+5}$, với $n \in N$.
Để phân số p chưa tối giản thì 29 và n + 5 phải có ước chung $d \neq 1$.
Khi đó: $29 \vdots d$ và $n + 4 \vdots d$.
Suy ra: d = 29 và n = 29k - 5 (với $k \in N^*$)
Mà $1 < n < 2015 \Rightarrow 1 < 29k - 5 < 2015 \Rightarrow 6 < 29k < 2020$
$\Rightarrow \dfrac{6}{29} < k < 69\dfrac{19}{29} \Rightarrow k \in \{1; 2; 3; ...; 69\}$
Vậy các số tự nhiên n cần tìm có dạng n = 29k - 5, với $k \in \{1; 2; 3; ...; 69\}$

------- HẾT -------

SỞ GD - ĐT BÌNH THUẬN
ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10
TRƯỜNG THPT CHUYÊN TRẦN HƯNG ĐẠO
NĂM HỌC: 2014 - 2015

MÔN: TOÁN (Chung)
Thời gian làm bài: 120 phút (không kể thời gian phát đề)

Câu 1: (2,0 điểm)
1) Vẽ đồ thị (P) của hàm số $y = 2x^2$ trên mặt phẳng tọa độ Oxy.

2) Chứng minh rằng đường thẳng (d) đi qua $A\left(-\frac{1}{2}; 5\right)$ và có hệ số góc k luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt M, N với mọi giá trị của k. Tìm k để A là trung điểm của đoạn MN.

Câu 2: (2,0 điểm)
Giải phương trình và hệ phương trình sau:

1) $x^2 + x - 1 + \sqrt{x^2 + x + 1} = 0$

2) $\begin{cases} \frac{3}{x+y} + \frac{4}{x-2y} = 4 \\ \frac{1}{x+y} - \frac{8}{x-2y} = -1 \end{cases}$

Câu 3: (2,0 điểm)

Cho biểu thức $P = \frac{1}{\sqrt{x+1}-2} - \frac{1}{x-3\sqrt{x+1}+3}$

1) Tìm điều kiện để biểu thức P có nghĩa.
2) Rút gọn P. Tìm x để biểu thức P có giá trị bằng 1.

Câu 4: (4,0 điểm)
Cho đường tròn (O; R). Đường thẳng (Δ) không đi qua tâm O và cắt đường tròn (O; R) tại hai điểm phân biệt A, B. Từ một điểm M tùy ý nằm trên (Δ) và ngoài đoạn AB, vẽ các tiếp tuyến MC, MD với đường tròn (O; R) (C, D là các tiếp điểm).

1) Chứng minh rằng: $\widehat{OMC} = \widehat{OCD}$ và $MA.MB = MC^2$

2) Chứng tỏ rằng tâm đường tròn nội tiếp ΔMCD luôn nằm trên đường tròn (O; R) khi điểm M lưu động trên (Δ) (và M nằm ngoài đoạn AB).

3) Biết AB = R. Xác định vị trí điểm M trên đường thẳng (Δ) để OCMD là hình vuông. Khi đó, tính diện tích phần ΔMCD nằm ngoài hình tròn (O; R).

---------- Hết ----------

Ghi chú: ***Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.***

Họ và tên thí sinh: ..... Số báo danh: .....

SỞ GD - ĐT BÌNH THUẬN
ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10
TRƯỜNG THPT CHUYÊN TRẦN HƯNG ĐẠO
NĂM HỌC: 2014 - 2015

MÔN: TOÁN (Chuyên)
Thời gian làm bài: 150 phút (không kể thời gian phát đề)

Câu 1: (2,0 điểm)

Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x^2+\dfrac{4}{y^2}+\dfrac{3x}{y}=4 \\ x+\dfrac{2}{y}+\dfrac{x}{y}=-2 \end{cases}$

Câu 2: (2,0 điểm)

1) Cho hằng đẳng thức: $a^n-1=(a-1)\left(a^{n-1}+a^{n-2}+...+a+1\right),\ (n\in N^*)$.

Hãy tính tổng: $S = 1 + 2.2 + 3.2^2 + 4.2^3 + ... + 2015.2^{2014}$.

2) Giải phương trình: $x^2-x+11=3\sqrt{x^2+x+3}+2\sqrt{x^2-3x+6}$

Câu 3: (2,0 điểm)

1) Cho số nguyên dương N có đúng 6 ước số (dương) khác nhau kể cả 1 và chính nó, trong đó có 2 ước số nguyên tố khác nhau. Biết tổng của hai ước số nguyên tố đó là 18. Tìm giá trị lớn nhất có thể có của N.

2) Chứng minh rằng với mọi số thực a, b:

$$\left(\frac{a+b}{2}\right)^2\ge\frac{a^2+b^2}{2}\ \text{và}\ \left(\frac{a+b}{2}\right)^4\ge\frac{a^4+b^4}{2}$$

Từ các bất đẳng thức trên, hãy viết công thức bất đẳng thức ở dạng tổng quát.

Câu 4: (4,0 điểm)

Từ đỉnh A của hình vuông ABCD kẻ hai tia tạo với nhau một góc 45^0 (không chứa các cạnh AB, AD). Tia thứ nhất cắt cạnh BC tại E và cắt đường chéo BD tại O. Tia thứ hai cắt cạnh CD tại F và cắt đường chéo BD tại Q.

1) Chứng minh rằng tứ giác APFD nội tiếp. Xác định tâm đường tròn ngoại tiếp ngũ giác CEPQF.

2) Chứng minh: $S_{AEF} = 2S_{APQ}$ (S_{AEF}, S_{APQ} là diện tích các tam giác AEF, APQ)

3) Gọi M là trung điểm AE. Trong trường hợp $\widehat{CPD}=\widehat{CMD}$. Hãy tính số đo $\widehat{MAB}$.

---------- Hết ----------

Ghi chú: ***Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.***

Họ và tên thí sinh: ..... Số báo danh: .....

SỞ GD - ĐT LÂM ĐỒNG
ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10
TRƯỜNG THPT CHUYÊN THĂNG LONG - ĐÀ LẠT
NĂM HỌC: 2014 - 2015

MÔN: TOÁN (Chuyên)
Thời gian làm bài: 150 phút (không kể thời gian phát đề)

Câu 1: Rút gọn biểu thức: $\sqrt{2}.\sqrt{5-\sqrt{21}}\left(\sqrt{21}+3\right)$

Câu 2: Trong hệ trục độ Oxy cho hai điểm A(2; 3), B(4; 7). Tìm tọa độ điểm C trên trục hoành để ba điểm A, B, C thẳng hàng.

Câu 3: Cho ΔABC vuông tại A, kẻ đường cao AH. Biết AH = $2\sqrt{6}$ cm; HC = 5cm. Tính BH.

Câu 4: Cho phương trình: x^2 - (m + 2)x + m + 1 = 0 (x là ẩn số, m là tham số). Tìm giá trị của m để phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $\sqrt{x_1}+\sqrt{x_2}=3$.

Câu 5: Rút gọn $A=\frac{1}{\sqrt{3+2\sqrt{2}}}+\frac{1}{\sqrt{5+2\sqrt{6}}}+\frac{1}{\sqrt{7+2\sqrt{12}}}+...+\frac{1}{\sqrt{199+2\sqrt{9900}}}$

Câu 6: Giải hệ phương trình: $\begin{cases}\frac{x}{y}-\frac{4y}{x}=3\\ \sqrt{x}+\sqrt{y}=3\end{cases}$

Câu 7: Tìm số tự nhiên n sao cho n^2 + 2n + 18 là số chính phương.

Câu 8: Cho ΔABC cân tại A, phân giác của góc B cắt AC tại D. Qua D vẽ đường thẳng vuông góc với BD cắt đường thẳng BC tại E. Chứng minh: BE = 2BD.

Câu 9: Cho $\frac{5z-7y}{3}=\frac{7x-3z}{5}=\frac{3y-5z}{7}$. Chứng minh rằng: $\frac{x}{3}=\frac{y}{5}=\frac{z}{7}$.

Câu 10: Cho ΔABC có $\widehat{A}=30^0$, $\widehat{B}=50^0$. Chứng minh rằng: AB^2 - AC^2 = BC.AC.

Câu 11: Từ điểm A nằm ngoài đường tròn (O), vẽ tiếp tuyến AB của đường tròn (B là tiếp điểm). Vẽ đường kính BD của đường tròn (O). Vẽ BH vuông góc với OA tại H. Tiếp tuyến tại D của đường tròn (O) cắt đường thẳng BH tại I. Gọi K là giao điểm của OI và AD. Chứng minh AHKI là tứ giác nội tiếp.

Câu 12: Cho x, y, z là ba số dương thỏa mãn x + y + z. Chứng minh: x + y ≥ xyz.

---------- Hết ----------

Ghi chú: ***Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.***

Họ và tên thí sinh: ..... Số báo danh: .....

ĐÁP ÁN

Câu 1:

$$\sqrt{2}\left(\sqrt{21}+3\right)\sqrt{5-\sqrt{21}}=\left(\sqrt{21}+3\right)\sqrt{10-2\sqrt{21}}=\sqrt{3}\left(\sqrt{7}+\sqrt{3}\right)\sqrt{7-2\sqrt{7}.\sqrt{3}+3}$$

$$=\sqrt{3}\left(\sqrt{7}+\sqrt{3}\right)\sqrt{\left(\sqrt{7}-\sqrt{3}\right)^2}=\sqrt{3}\left(\sqrt{7}+\sqrt{3}\right)\left|\sqrt{7}-\sqrt{3}\right|=\sqrt{3}\left(\sqrt{7}+\sqrt{3}\right)\left(\sqrt{7}-\sqrt{3}\right)$$

$$=\sqrt{3}\left(7-3\right)=4\sqrt{3}$$

Câu 2:

Phương trình đường thẳng AB có dạng: y = ax + b.

Vì A, B thuộc đường thẳng AB $\Rightarrow \begin{cases} y_A = ax_A + b \\ y_B = ax_B + b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3 = a.2 + b \\ 7 = a.4 + b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2a + b = 3 \\ 4a + b = 7 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 4 \\ b = -1 \end{cases}$

Vậy phương trình đường thẳng AB là y = 2x - 1.

Vì C thuộc Ox $\Rightarrow y_C = 0$. Mặt khác C thuộc AB $\Rightarrow y_C = 2x_C - 1 \;\; 0 = 2x_C - 1 \Rightarrow x_C = \frac{1}{2} \Rightarrow C\left(\frac{1}{2}; 0\right)$

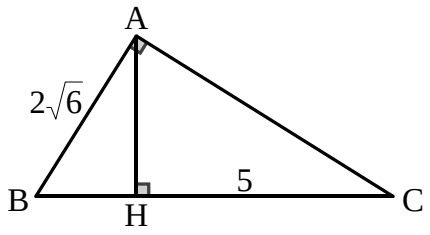
Câu 3: Đặt BH = x (cm) (x > 0). Theo hệ thức lượng trong tam giác vuôgn:

$AB^2 = BH.HC \Leftrightarrow \left(2\sqrt{6}\right)^2 = x\left(x+5\right) \Leftrightarrow x^2 + 5x - 24 = 0$

Giải phương trình trên, ta có: $\left[\begin{array}{l} x = -8 \;\; (\text{loại}) \\ x = 3 \;\; (\text{nhận}) \end{array}\right.$

Vậy BH = 3 (cm).

Câu 4:



$x^2 - (m + 2)x + (m + 1) = 0$.

Vì a + b + c = 1 - (m + 2) + (m + 1) = 0 nên phương trình luôn có nghiệm $\left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = \frac{c}{a} = m + 1 \end{array}\right.$

Từ đề bài, ta có: $\sqrt{1} + \sqrt{m+1} = 3, \left(m \ge -1\right) \Rightarrow \sqrt{m+1} = 2 \Rightarrow m = 3.$

Câu 5:

$$A = \frac{1}{\sqrt{1+2.\sqrt{1}.\sqrt{2}+2}} + \frac{1}{\sqrt{2+2.\sqrt{2}.\sqrt{3}+3}} + \frac{1}{\sqrt{3+2.\sqrt{3}.\sqrt{4}+4}} + ... + \frac{1}{\sqrt{99+2.\sqrt{99}.\sqrt{100}+100}}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{\left(\sqrt{1}+\sqrt{2}\right)^2}} + \frac{1}{\sqrt{\left(\sqrt{2}+\sqrt{3}\right)^2}} + \frac{1}{\sqrt{\left(\sqrt{3}+\sqrt{4}\right)^2}} + ... + \frac{1}{\sqrt{\left(\sqrt{99}+\sqrt{100}\right)^2}}$$

$$= \frac{1}{\left|\sqrt{1}+\sqrt{2}\right|} + \frac{1}{\left|\sqrt{2}+\sqrt{3}\right|} + \frac{1}{\left|\sqrt{3}+\sqrt{4}\right|} + ... + \frac{1}{\left|\sqrt{99}+\sqrt{100}\right|}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{1}+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{4}} + ... + \frac{1}{\sqrt{99}+\sqrt{100}}$$
$$= \frac{\sqrt{1}-\sqrt{2}}{1-2} + \frac{\sqrt{2}-\sqrt{3}}{2-3} + \frac{\sqrt{3}-\sqrt{4}}{3-4} + ... + \frac{\sqrt{99}-\sqrt{100}}{99-100}$$
$$= \frac{\sqrt{1}-\sqrt{2}+\sqrt{2}-\sqrt{3}+\sqrt{3}-\sqrt{4}+...+\sqrt{99}-\sqrt{100}}{-1} = \frac{\sqrt{1}-\sqrt{100}}{-1} = 9$$

Câu 6:

Xét hệ: $\begin{cases} \frac{x}{y} - 4\frac{y}{x} = 3 \quad (1) \\ \sqrt{x} + \sqrt{y} = 3 \quad (2) \end{cases}$ Điều kiện: x, y > 0.

Từ (1), ta có:

$x^2 - 4y^2 = 3xy \Leftrightarrow x^2 - y^2 - 3y^2 - 3xy = 0 \Leftrightarrow (x + y)(x - y) - 3y(y + x) = 0 \Leftrightarrow (x + y)(x - 4y) = 0$

$\Leftrightarrow$ x = - y hoặc x = 4y.

Nếu x = - y thì vô lý vì x, y > 0 theo điều kiện.

Nếu x = 4y thì (2) $\Leftrightarrow \sqrt{4y} + \sqrt{y} = 3 \Leftrightarrow 2\sqrt{y} + \sqrt{y} = 3 \Leftrightarrow 3\sqrt{y} = 3 \Leftrightarrow y = 1.$

Khi đó: x = 4.

Vậy x = 4 và y = 1.

Câu 7:

Đặt: $b^2 + 2n + 18 = k^2$, (n, k $\in$ N)

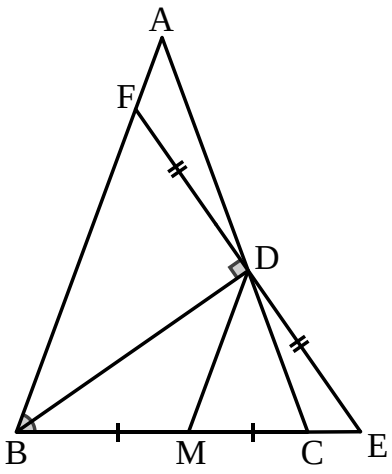
Suy ra: $(n^2 + 2n + 1) + 17 = k^2 \Leftrightarrow k^2 - (n + 1)^2 = 17 \Leftrightarrow (k + n - 1)(k - n - 1) = 17.$

$\Leftrightarrow \begin{cases} k + n + 1 = 17 \\ k - n - 1 = 1 \end{cases}$ vì n, k $\in$ N và (k + n + 1) > (k - n - 1)

$\Leftrightarrow \begin{cases} 2k = 18 \\ n = 17 - k - 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k = 9 \\ n = 17 - 9 - 1 = 7 \end{cases}$

Vậy n = 7.

Câu 9:



Gọi giao điểm DE và AB là F và M là trung điểm BE.

ΔFBE có BD vừa là trung tuyến vừa là đường cao nên là tam giác cân ở B.

Suy ra: BD cũng là trung tuyến $\Rightarrow$ DE = DF.

Khi đó: DM là đường trung bình của Δ

FBE $\Rightarrow$ DM // FB $\Rightarrow \widehat{ABC} = \widehat{DMC}$ (đồng vị)

Mà $\widehat{ABC} = \widehat{ACB}$ (ΔABC cân ở A) $\Rightarrow \widehat{ACB} = \widehat{DMC} \Rightarrow$ ΔDMC cân ở D $\Rightarrow$ Dm = CD.

Lại có DM là trung tuyến ứng với cạnh huyền BE trong ΔDBE.

$\Rightarrow BE = 2DM \Rightarrow BE = 2CD$ (đpcm).

Câu 9:

Ta chứng minh bài toán phụ sau:

$\frac{1}{9}(c-b)=\frac{1}{25}(a-c)=\frac{1}{49}(b-a)\Rightarrow a=b=c$

Thật vậy: $\frac{c-b}{9}=\frac{a-c}{25}=\frac{b-a}{49}=\frac{c-b+a-c+b-a}{9+25+49}=\frac{0}{9+25+49}=0$

$\Rightarrow c - b = a - c = b - a \Rightarrow a = b = c$ (đpcm)

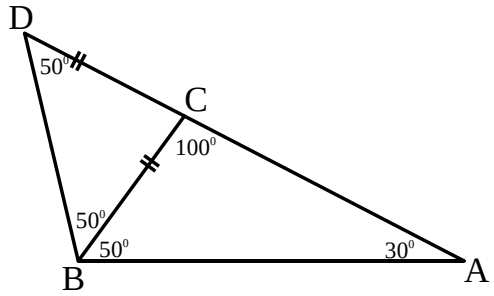
Trở lại bài toán chính:

$\frac{5z-7y}{3}=\frac{7x-3z}{5}=\frac{3y-5x}{7}\Rightarrow\frac{5z-7y}{3}.\frac{1}{3.5.7}=\frac{7x-3z}{5}.\frac{1}{3.5.7}=\frac{3y-5x}{7}.\frac{1}{3.5.7}$

$\frac{1}{9}.\frac{5z-7y}{5.7}=\frac{1}{25}.\frac{7x-3z}{3.7}=\frac{1}{49}.\frac{3y-5x}{3.5}\Rightarrow\frac{1}{9}\left(\frac{z}{7}-\frac{y}{5}\right)=\frac{1}{25}\left(\frac{x}{3}-\frac{z}{7}\right)=\frac{1}{49}\left(\frac{y}{5}-\frac{x}{3}\right)$

Áp dụng bài toán phụ trên, ta suy ra: $\frac{x}{3}=\frac{y}{5}=\frac{z}{7}$.

Câu 10:



Lấy D thuộc tia đối của tia CA sao cho CD = CB.

Vì ΔBCD cân ở C nên

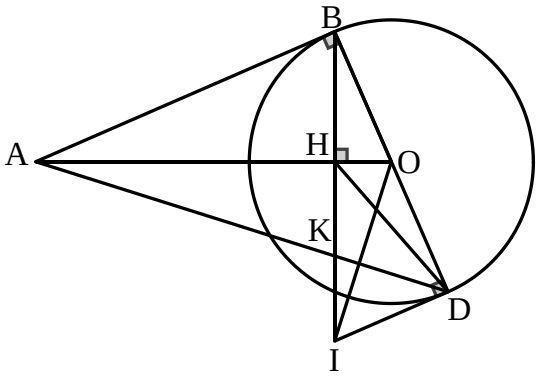
$\widehat{D}=\widehat{DBC}=\left(180^0-\widehat{DCB}\right):2=\left[180^0-\left(180^0-\widehat{ACB}\right)\right]:2=\left[180^0-\left(180^0-100^0\right)\right]:2=50^0.$

$\Rightarrow\frac{AB}{AD}=\frac{AC}{AB}\Rightarrow AB^2=AC.AD$

$\Delta ABC \backsim \Delta ADB$ (g.g) $\Rightarrow AB^2=AC(AC+CD)=AC^2+AC.CD$

$\Rightarrow AB^2-AC^2=AC.CD=AC.BC$

Câu 11:



$OB^2 = OH.OA \Rightarrow OD^2 = OH.OA \Rightarrow \frac{OH}{OD}=\frac{OD}{OA}$ kết hợp với $\widehat{HOD}$ là góc chung của ΔHOD và ΔDOA $\Rightarrow$ ΔHOD $\backsim$ ΔDOA (c.g.c)

$\Rightarrow \widehat{OAD} = \widehat{ODH}$ mà $\widehat{ODH} = \widehat{OIH}$ (cùng nhìn OH trong tứ giác nội tiếp OHID)

$\Rightarrow \widehat{OAD} = \widehat{OIH}$ mà hai góc cùng nhìn HK.

$\Rightarrow$ AHKI là tứ giác nội tiếp.

Câu 12:

Với x, y > 0 ta có: $(x - y)^2 \geq 0 \Rightarrow (x + y)^2 - 4xy \geq 0 \Rightarrow (x + y)^2 \geq 4xy \Rightarrow x + y \geq \dfrac{4xy}{x + y}$ (1)

Mặt khác:

$[(x + y) - 2]^2 \geq 0 \Rightarrow (x + y)^2 - 4(x + y) \geq 0 \Rightarrow (x+y) - 4 + \dfrac{4}{x+y} \geq 0$ (chia 2 vế cho x + y > 0)

$\Rightarrow \dfrac{4}{x+y} \geq 4 - (x+y) \Rightarrow \dfrac{4}{x+y} \geq z$ (vì x + y + z = 4)

$\Rightarrow \dfrac{4xy}{x+y} \geq xyz$ (nhân cả hai vế cho xy > 0) (2)

Từ (1) và (2), suy ra: $x + y \geq xyz$ (đpcm)

----- HẾT -----

SỞ GD - ĐT ĐĂK LĂK
ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10
TRƯỜNG THPT CHUYÊN NGUYỄN DU
NĂM HỌC: 2014 - 2015

MÔN: TOÁN (Chuyên)
Thời gian làm bài: 150 phút (không kể thời gian phát đề)
(VÒNG 2)

Câu 1: (3,0 điểm)

1) Cho $x = \sqrt[3]{2} + 1$, không dùng máy tính cầm tay, hãy tính giá trị của biểu thức:

$$A = \left(5x^5 - 15x^4 + 14x^3 - 12x^2 - 3x + 2\right)^2 + 2014$$

2) Giải hệ phương trình:

$$\begin{cases} x^2 + 8y^2 = 12 \\ x^3 + 2xy^2 + 12y = 0 \end{cases}$$

Câu 2: (4,0 điểm)

1) Tìm nghiệm nguyên của phương trình: $6x^2 + 5y^2 + z^2 + 2yz - 4xz - 34 = 0$.

2) Cho 2014 số tự nhiên đôi một khác nhau và nhỏ hơn 4026. Chứng minh tồn tại ba số trong 2014 số đó mà một số bằng tổng hai số kia.

3) Cho a, b, c là độ dài ba cạnh của một tam giác có chu vi bằng 3. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$A = \frac{\left(b + c - a\right)^3}{2a} + \frac{\left(c + a - b\right)^3}{2b} + \frac{\left(a + b - c\right)^3}{2c}$$

Câu 3: (1,5 điểm)

Cho hình vuông MNPQ và điểm A nằm trong tam giác MNP sao cho $AM^2 = AP^2 + 2AN^2$. Tính $\widehat{PAN}$.

Câu 4: (1,5 điểm)

Cho đường tròn (O) ngoại tiếp tam giác ABC. Từ điểm D trên cung AB không chứa C (D khác A và B) hạ các đường vuông góc đến các cạnh AB, BC, CA lần lượt tại M, N, P. Chứng minh rằng: $\frac{AB}{DM} = \frac{BC}{DN} = \frac{CA}{DP}$.

---------- Hết ----------

Ghi chú: ***Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.***

Họ và tên thí sinh: ..... Số báo danh: .....

SỞ GD - ĐT GIA LAI
ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10
TRƯỜNG THPT CHUYÊN HÙNG VƯƠNG
NĂM HỌC: 2014 - 2015

MÔN: TOÁN (Chung)
Thời gian làm bài: 150 phút (không kể thời gian phát đề)
(VÒNG 1)

Câu 1: Cho biểu thức: $A = \frac{\sqrt{x}+1}{2\sqrt{x}-2} - \frac{\sqrt{x}-1}{2\sqrt{x}+2} - \frac{2}{\sqrt{x}-1}$, với $x \geq 0$, $x \neq 1$.

a) Rút gọn biểu thức A.

b) Tìm giá trị nguyên của x để A nhận giá trị nguyên.

Câu 2: Cho hàm số $y = x^2$ có đồ thị (P) và đường thẳng (Δ) có phương trình $y = 2x + 3$.

a) Tìm tọa độ giao điểm của (P) và đường thẳng (Δ).

b) Viết phương trình của đường thẳng (d), biết rằng (d) song song với (Δ) và tiếp xúc với (P).

Câu 3: Cho phương trình: $x^2 - 2mx + m^2 - m + 3 = 0$, với m là tham số.

a) Tìm giá trị của m để phương trình đã cho có nghiệm.

b) Giả sử x_1, x_2 là nghiệm của phương trình. Tìm giá trị của m để biểu thức $Q = x_1^2 + x_2^2 - 4x_1x_2$ đạt giá trị lớn nhất.

Câu 4: Cho đường tròn (O) ngoại tiếp tam giác nhọn ABC. Các đường cao BD và CE của tam giác ABC cắt nhau tại H (D thuộc AC, E thuộc AB).

a) Chứng minh BCDE là tứ giác nội tiếp.

b) Đường thẳng OA cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai là M. Chứng minh BM = CH.

c) Giả sử $\widehat{ACB} = \alpha$, AB = x. Tính diện tích hình viên phân giới hạn bởi dây AB và cung nhỏ AB theo α và x.

Câu 5: Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x^2 + y^2 = 5 \\ x^2 + xy + 1 = 2x + y \end{cases}$

---------- Hết ----------

Ghi chú: ***Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.***

Họ và tên thí sinh: ..... Số báo danh: .....

SỞ GD - ĐT GIA LAI
ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10
TRƯỜNG THPT CHUYÊN HÙNG VƯƠNG
NĂM HỌC: 2014 - 2015

MÔN: TOÁN (Chuyên)
Thời gian làm bài: 150 phút (không kể thời gian phát đề)
(VÒNG 2)

Câu 1:

a) Không dùng máy tính, hãy rút gọn biểu thức $A=\left(4+\sqrt{15}\right)\left(\sqrt{10}-\sqrt{6}\right)\sqrt{4-\sqrt{15}}$.

b) Cho các số thực khác không x, y sao cho $x+\frac{1}{y}$ và $y+\frac{1}{x}$ là những số nguyên.

Chứng minh $x^3y^3+\frac{1}{x^3y^3}$

Câu 2: Giải phương trình và hệ phương trình sau:

a) $x^2+\frac{4}{x^2}=x-\frac{2}{x}+6$

b) $\begin{cases}x^2+y^2-3xy=-1\\9x^3-2y^3=(x-y)(4xy-1)\end{cases}$

Câu 3:

a) Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình. Đặt $X_1 = 2x_1 - 3x_2$; $X_2 = 2x_2 - 3x_1$. Tìm một phương trình bậc hai có hệ số nguyên nhận X_1, X_2 làm nghiệm.

b) Hãy chia các số 4; 6; 12; 15; 30 thành hai nhóm (mỗi nhóm có ít nhất một số), rồi lấy tích của tất cả các số trong nhóm. Gọi T là tổng của các tích đó. Tìm giá trị nhỏ nhất của T.

Câu 4: Cho nửa đương tròn tâm O đường kính AB. Gọi Ax, By la các tia vuông góc với AB (Ax, By và nửa đường tròn cùng thuộc một nửa mặt phẳng bờ AB) và M là điểm thuộc nửa đường tròn (M khác A và B). Tiếp tuyến của nửa đường tròn tại M cắt Ax và By lần lượt tại E và F. Đường thẳng OE cắt AM Tại P, đường thẳng OF cắt BM tại Q.

a) Chứng minh tứ giác OPMQ là hình chữ nhật.

b) Kẻ MH vuông góc với AB tại H. Đường thẳng EB cắt MH tại I. Chứng minh I là trung điểm của đoạn thẳng MH.

c) Cho AB = 2R. Gọi r là bán kính đường tròn nội tiếp ΔOEF. Chứng minh: $2<\frac{R}{r}<3$.

Câu 5: Tìm số nguyên x để $\sqrt{x^2+x+3}$ là số hữu tỉ.

---------- Hết ----------

Ghi chú: ***Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.***

Họ và tên thí sinh: ..... Số báo danh: .....

SỞ GD - ĐT KOM TUM
ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10
TRƯỜNG THPT CHUYÊN NGUYỄN TẤT THÀNH
NĂM HỌC: 2014 - 2015

MÔN: TOÁN (Chuyên)

Thời gian làm bài: 150 phút (không kể thời gian phát đề)

Câu 1: (2,0 điểm)

Cho biểu thức: $P = \dfrac{x^2 + \sqrt{x}}{x - \sqrt{x} + 1} - \dfrac{2x + \sqrt{x}}{\sqrt{x}} + 2, \left(x > 0\right)$

1) Rút gọn P.

2) Tìm giá trị của x để $\dfrac{1}{P}$ có giá trị nguyên.

Câu 2: (2,0 điểm)

1) Giải phương trình: $\left(x - 3\right)\left(\sqrt{3x + 1} - 1\right) = 3x$

2) Cho tam giác ABC vuông tại A với đường cao AH (H ∈ BC). Biết độ dài hai cạnh góc vuông là các nghiệm của phương trình x^2 - 2(m + 1)x + 2m + 1 = 0. Tìm giá trị của tham số m để độ dài $AH = \dfrac{1}{\sqrt{2}}$.

Câu 3: (2,0 điểm)

1) Giải hệ phương trình:

$$\begin{cases} 2x^2 + y^2 - 3xy = x - y \\ 2x^2 - y^2 = 1 \end{cases}$$

2) Trên cùng mặt phẳng tọa độ Oxy cho parabol (P) và đường thẳng (D) lần lượt có phương trình $y = \dfrac{1}{2}x^2$ và y = mx + 2. Chứng minh rằng với mọi giá trị của m, (D) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt A, B và tam giác OAB vuông tại O (O là gốc tọa độ).

Câu 4: (3,0 điểm)

Cho đường trong (O) có tâm O. Từ điểm M ngoài đường tròn (O) vẽ các tiếp tuyến MC, MD với (O) (C, D là các tiếp điểm). Vẽ cát tuyến MAB không đi qua tâm O, biết A nằm giữa M và B. Tia phân giác góc ACB cắt AB tại E.

1) Chứng minh ΔMCE cân tại M.

2) Chứng minh DE là phân giác góc ADB.

3) Gọi trung điểm AB là I. Chứng minh IM là phân giác của góc CID.

Câu 5: (1,0 điểm)

Cho hai số thực a, b thay đổi thỏa mãn điều kiện a + b ≥ 1 và a > 0. Tìm giá trị nhỏ nhất của $Q = 2a + b^2 + \dfrac{b}{4a}$

---------- Hết ----------

Ghi chú: ***Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.***

Họ và tên thí sinh: ..... Số báo danh: .....

SỞ GD - ĐT ĐỒNG NAI
ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10
TRƯỜNG THPT CHUYÊN LƯƠNG THẾ VINH
NĂM HỌC: 2014 - 2015

MÔN: TOÁN (Chuyên)

Thời gian làm bài: 150 phút (không kể thời gian phát đề)

Câu 1: (1,5 điểm)

1) Tìm các số thực x và y thỏa: $x^2 + 9y^2 - 2x + 6y + 2 = 0$

2) Cho số thực x thỏa $\frac{1}{2} < x < \frac{1+\sqrt{5}}{2}$. Chứng minh: $2x^3 - 3x^2 - x + 1 < 0$.

Câu 2: (1,5 điểm)

1) Cho phương trình $x^{n+2} - 12x^{n+1} + 29x^n = 0$, với n là số nguyên dương.

Chứng minh rằng hai số $6+\sqrt{7}$ và $6-\sqrt{7}$ là nghiệm của phương trình đã cho với mọi số nguyên dương n.

2) Cho $P = \frac{1}{2}\left[\left(6+\sqrt{7}\right)^{10} + \left(6-\sqrt{7}\right)^{10}\right]$. Chứng minh giá trị P là 1 số nguyên.

Câu 3: (2,0 điểm)

Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x^2 = 2y^2 - y + 3x - 5 \\ y^2 = x^2 + x - 3y - 2 \end{cases}$

Câu 4: (1,0 điểm)

Cho hai số nguyên dương a và b có ước chung lớn nhất là 1. Biết ab là là lập phương của một số nguyên dương.

Chứng minh a là lập phương của 1 số nguyên dương.

Câu 5: (1,0 điểm)

Cho tập hợp $S = \{m \in N, 126 \le m \le 2014, m \vdots 6\}$

1) Tính số phần tử của tập hợp S.

2) Tính số các phần tử của tập hợp là ước của 126126 nhưng không là bội của 13.

Câu 6: (3,0 điểm)

Cho tam giác ABC nội tiếp đường tròn (O) tâm O. Lấy điểm D thuộc cung AB của đường trong (O) không chứa C, D không trùng A và B. Vẽ đường thẳng a qua D vuông góc với AD, biết đường thẳng a cắt đoạn BC tại điểm M (M không trùng với B, C). Gọi K là trung điểm DM. Đường trung trực của đoạn thẳng DM cắt các cạnh AB, AC, BD, AM lần lượt tại E, F, N, I (N không trùng B, F không trùng C)

a) Chứng minh BCNF là tứ giác nội tiếp.

b) Cho tam giác ABC cân ở A. Chứng minh MF // AB.

---------- Hết ----------

Ghi chú: ***Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.***

Họ và tên thí sinh: ..... Số báo danh: .....

SỞ GD - ĐT BÀ RỊA - VŨNG TÀU
ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10
TRƯỜNG THPT CHUYÊN LÊ QUÝ ĐÔN
NĂM HỌC: 2014 - 2015

MÔN: TOÁN (Chuyên)
Thời gian làm bài: 120 phút (không kể thời gian phát đề)
Khóa ngày 9/6/2014
VÒNG 1

Câu 1: (2,5 điểm)

1) Rút gọn biểu thức $A = \dfrac{2\sqrt{7}-\sqrt{14}}{2-\sqrt{2}} - \sqrt{28} + \sqrt{7} - \sqrt{5}$

2) Giải hệ phương trình $\begin{cases} 3x + 2y = 13 \\ 2x + 3y = 12 \end{cases}$

3) Giải phương trình: $x^2 - 5x + 6 = 0$.

Câu 2: (2,0 điểm)

Cho parabol (P): $y = \dfrac{1}{2}x^2$

1) Vẽ parabol (P).
2) Chứng minh rằng: Nếu đường thẳng (D): y = -x + m đi qua điểm A(-4; 8) thì (D) và (P) không có điểm chung.

Câu 3: (1,5 điểm)

1) Cho phương trình $x^2 + mx - m - 1 = 0$ (m là tham số).
Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^2 + x_2^2 - 6x_1x_2 = 8$.

2) Giải phương trình: $x^2 + 2\sqrt{x^2+1} = 2$

Câu 4: (3,5 điểm) Cho đường tròn (O), đường kính AB và điểm M cố định thuộc đường tròn (M khác A và B). D là điểm di động trên đoạn thẳng AM (D khác A và M). Đường thẳng BD cắt (O) tại K (K khác B). Hai đường thẳng AK và BM cắt nhau tại C.

1) Chứng minh tứ giác KCMD nội tiếp.

2) Kẻ MH $\perp$ AB tại H. Chứng minh: $\dfrac{AM.BM}{HM} = \sqrt{AK^2 + BK^2}$

3) Đường thẳng CD cắt AB tại I. Chứng minh IC là phân giác của góc MIK.

4) Xác định vị trí của điểm D trên đoạn AM để tích DB.DK đạt giá trị lớn nhất.

Câu 5: (0,5 điểm)

Cho hai số dương a, b thỏa mãn $a + b + ab \le 3$. Chứng minh bất đẳng thức:

$$\frac{1}{a+b} - \frac{1}{a+b-3} - (a+b) \ge \frac{1}{4}(ab-3)$$

---------- Hết ----------

Ghi chú: ***Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.***

Họ và tên thí sinh: ..... Số báo danh: .....

SỞ GD - ĐT BÀ RỊA - VŨNG TÀU
ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10
TRƯỜNG THPT CHUYÊN LÊ QUÝ ĐÔN
NĂM HỌC: 2014 - 2015

MÔN: TOÁN (Chuyên)
Thời gian làm bài: 150 phút (không kể thời gian phát đề)
Khóa ngày 10/6/2014
VÒNG 2

Câu 1: (3,0 điểm)

a) Rút gọn biểu thức $A=\left(\dfrac{x\sqrt{x}+y\sqrt{y}}{\sqrt{x}+\sqrt{y}}-\sqrt{xy}\right):(x-y)+\dfrac{2\sqrt{y}}{\sqrt{x}+\sqrt{y}}$ với $x>0;\ y>0;\ x\neq y$

b) Giải phương trình: $x^2+4\left(\sqrt{1-x}+\sqrt{1+x}\right)-8=0$

c) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} xy-2x+y=6 \\ (x+1)^2+(y-2)^2=8 \end{cases}$

Câu 2: (1,0 điểm)

Trong hệ tọa độ Oxy, cho đường thẳng Δ: y = kx - k + 2 (k là tham số khác 2). Tìm k sao cho khoảng cách từ gốc tọa độ O đến đường thẳng Δ lớn nhất.

Câu 3: (2,0 điểm)

a) Tìm tất cả các số tự nhiên n sao cho $p = 3n^2 - 7n^2 + 3n + 6$ là một số nguyên tố.

b) Cho a, b là hai số dương thay đổi và thỏa mãn $\left(\sqrt{a}+2\right)\left(\sqrt{b}+2\right)\geq 9$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=\dfrac{a^3}{a^2+2b^2}+\dfrac{b^3}{b^2+2a^2}$.

Câu 4: (3,0 điểm)

Cho đường tròn (O) và điểm M nằm ngoài đường tròn (O). Từ M vẽ đến (O) hai tiếp tuyến MA, MB (A, B là các tiếp điểm) và cát tuyến MCD thay đổi nhưng không đi qua O (C nằm giữa M và D). AB cắt OM tại E. Các tiếp tuyến của (O) tại C và D cắt nhau tại S.

a) Chứng minh: ΔMEC ∽ ΔMDO.

b) Chứng minh: $\dfrac{EB}{ED}=\dfrac{AC}{AD}$.

c) Chứng minh điểm S nằm trên một đường thẳng cố định.

Câu 5: (1,0 điểm)

Cho hình bình hành ABCD có diện tích 2S (S > 0). Gọi M là điểm tùy ý trên cạnh AB (M ≠ A, M ≠ S). Gọi P là giao điểm của MC và BD, Q là giao điểm của MD và AC. Xác định vị trí của điểm M trên cạnh AB sao cho tứ giác CPQD có diện tích nhỏ nhất.

---------- Hết ----------

Ghi chú: ***Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.***

Họ và tên thí sinh: ..... Số báo danh: .....

SỞ GD - ĐT BẾN TRE
ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10
TRƯỜNG THPT CHUYÊN BẾN TRE
NĂM HỌC: 2014 - 2015

MÔN: TOÁN (Chuyên)
Thời gian làm bài: 120 phút (không kể thời gian phát đề)

Câu 1:

1) Rút gọn biểu thức: $A = \sqrt{\frac{3\sqrt{3}-4}{2\sqrt{3}+1}} - \sqrt{\frac{\sqrt{3}+4}{5-2\sqrt{3}}}$

2) Cho biểu thức $\left(\frac{\sqrt{x}+2}{x+2\sqrt{x}+1} - \frac{\sqrt{x}-2}{x-1}\right)\left(x+\sqrt{x}\right)$ với $x > 0, x \neq 1$.

a) Rút gọn B.
b) Tìm các giá trị nguyên x để B nhận giá trị nguyên.

Câu 2:

Cho hệ phương trình $\begin{cases} mx + 2y = 1 \\ 3x + (m+1)y = -1 \end{cases}$ với m là tham số

a) Giải hệ phương trình khi m = 3.
b) Giải và biện luận phương trình trên theo m.
c) Tìm các giá trị nguyên để hệ phương trình trên có nghiệm là số nguyên.

Câu 3:

1) Cho phương trình bậc hai $x^2 - mx + m - 1 = 0$, với m là tham số.
a) Giải phương trình khi m = 4.
b) Tìm m để phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{x_1 + x_2}{2014}$

2) Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \frac{x^2 - 2x + 2014}{x^2}$ với $x \neq 0$.

Câu 4:

Cho tam giác đều ABC nội tiếp đường tròn (O0 đường kính AD = 2R. Gọi M là một điểm di động trên cung nhỏ AB (M khác A, B).

a) Chứng minh rừng MD là tia phân giác của góc BMC.

b) Tính diện tích tứ giác ABCD theo R.

c) Gọi O là tâm đường tròn đường kính AD. Hãy tính diện tích hình viên phân giới hạn bởi cung AMB và dây AB theo R.

d) Gọi K là giao điểm AB và MD, H là giao điểm AD và MC. Chứng minh rằng ba đường thẳng AM, BD, HK đồng quy.

---------- Hết ----------

Ghi chú: ***Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.***

Họ và tên thí sinh: ..... Số báo danh: .....

SỞ GD - ĐT BÌNH PHƯỚC
ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10
TRƯỜNG THPT CHUYÊN QUANG TRUNG
NĂM HỌC: 2014 - 2015

MÔN: TOÁN (Chuyên)
Thời gian làm bài: 120 phút (không kể thời gian phát đề)
Khóa ngày 01/7/2014

Câu 1: (2,0 điểm)

Cho biểu thức: $P = \left[\left(\frac{1}{\sqrt{x}}+\frac{1}{\sqrt{y}}\right).\frac{2}{\sqrt{x}+\sqrt{y}}+\frac{1}{x}+\frac{1}{y}\right]:\frac{\sqrt{x^3}+y\sqrt{x}+x\sqrt{y}+\sqrt{y^3}}{\sqrt{x^3y}+\sqrt{y^3x}}$

a) Tìm điều kiện xác định và rút gọn P.
b) Cho xy = 16. Xác định x, y để P có giá trị nhỏ nhất.

Câu 2: (2,0 điểm)

a) Giải phương trình: $x(x+2)^2 = \frac{5}{x+4}$

b) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} 2x^2 - xy - y^2 + 2x + y = 0 \\ \sqrt{x+y} + \sqrt{3x+y} = 2 \end{cases}$

Câu 3: (1,0 điểm)

Cho phương trình: $x^2 - 2(m-1)x + m^2 + 3m - 5 = 0$. Tìm m để phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa điều kiện: $(x_1 + 1)^2 + 2mx_2 - 2 = 0$.

Câu 4: (3,0 điểm)

Cho tam giác ABC nhọn, (AB < AC), không cân nội tiếp đường tròn (O), có AD, BE, CF là ba đường cao, với H là trực tâm.
a) Chứng minh rằng H là tâm đường tròn nội tiếp tam giác DEF.
b) Chứng minh rằng OA ⊥ EF.
c) Chứng minh rằng đường tròn ngoại tiếp tam giác DEF đi qua trung điểm M của cạnh BC.
d) Gọi I, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của B, C trên đường thẳng EF. Chứng minh rằng: DE + DF = IK.

Câu 5: (1,0 điểm) Giải phương trình nghiệm nguyên $x^2 + 2y^2 + 2xy + 3y - 4 = 0$

Câu 6: (1,0 điểm) Cho a, b là hai số thực dương thỏa a + b = 2. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$P = \frac{1}{\sqrt{a}} + \frac{1}{\sqrt{b}} + a^2 + b^2$

---------- Hết ----------

Ghi chú: ***Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.***

Họ và tên thí sinh: ..... Số báo danh: .....

ĐÁP ÁN

Câu 1:

a)

Điều kiện để P có nghĩa là $\begin{cases} x>0 \\ y>0 \\ \sqrt{x}+\sqrt{y}\neq 0 \\ \sqrt{x^3y}+\sqrt{y^3x}\neq 0 \\ \dfrac{\sqrt{x^3}+y\sqrt{x}+x\sqrt{y}+\sqrt{y^3}}{\sqrt{x^3y}+\sqrt{y^3x}}\neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>0 \\ y>0 \end{cases}$

Ta có:

$$P=\left[\left(\frac{\sqrt{y}+\sqrt{x}}{\sqrt{x}.\sqrt{y}}\right).\frac{2}{\sqrt{x}+\sqrt{y}}+\frac{y+x}{xy}\right]:\frac{x\sqrt{x}+y\sqrt{x}+x\sqrt{y}+y\sqrt{y}}{x\sqrt{xy}+y\sqrt{yx}}$$

$$=\left[\frac{2}{\sqrt{xy}}+\frac{y+x}{xy}\right]:\frac{\sqrt{x}(x+y)+\sqrt{y}(x+y)}{\sqrt{xy}(x+y)}$$

$$=\left[\frac{2\sqrt{xy}}{xy}+\frac{y+x}{xy}\right]:\frac{(x+y)\left(\sqrt{x}+\sqrt{y}\right)}{\sqrt{xy}(x+y)}$$

$$=\frac{\left(\sqrt{x}+\sqrt{y}\right)^2}{xy}:\frac{\sqrt{x}+\sqrt{y}}{\sqrt{xy}}$$

$$=\frac{\left(\sqrt{x}+\sqrt{y}\right)^2}{xy}:\frac{\sqrt{xy}}{\sqrt{x}+\sqrt{y}}$$

$$=\frac{\left(\sqrt{x}+\sqrt{y}\right)\sqrt{xy}}{xy}$$

b) Với xy = 16, ta có:

$$P=\frac{\left(\sqrt{x}+\sqrt{y}\right)\sqrt{16}}{16}=\frac{\sqrt{x}+\sqrt{y}}{4}$$

Áp dụng bất đẳng thức Cauchy, ta có: $\sqrt{x}+\sqrt{y}\geq 2\sqrt{\sqrt{xy}}=2\sqrt{\sqrt{16}}=4\Rightarrow P\geq 1$

Dấu "=" xảy ra khi $\sqrt{x}=\sqrt{y}\Leftrightarrow x=y$.

Kết hợp với giả thiết xy = 16, ta có: x = y = 4.

Vậy khi xy = 16 thì giá trị nhỏ nhất của P bằng 1 đạt được khi x = y = 4.

Câu 2:

a) Điều kiện: $x\neq -4$.

Phương trình trở thành: $x(x+4)(x+2)^2=5\Leftrightarrow (x^2+4x)(x^2+4x+4)=5$

Đặt $t=x^2+4x$, ta có phương trình tương đương:

$$t(t+1)=5\Leftrightarrow t^2+4t-5=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=1 \\ t=-5 \end{array}\right.$$

Với $t=1\Rightarrow x^2+4x=1\Leftrightarrow x^2+4x-1=0\Leftrightarrow x=-2\pm\sqrt{5}$ (nhận)

Với $t = -5 \Rightarrow x^2 + 4x = -5 \Leftrightarrow x^2 + 4x + 5 = 0$ (vô nghiệm)

Kết luận: Tập nghiệm của phương trình là $S = \left\{-2-\sqrt{5}; -2+\sqrt{5}\right\}$

b) Điều kiện: $\begin{cases} x + y \ge 0 \\ 3x + y \ge 0 \end{cases}$

Ta có hệ phương trình $\begin{cases} \left(2x^2 + 2x\right) + \left(-2xy - y^2\right) + \left(2x + y\right) = 0 \\ \sqrt{x+y} + \sqrt{3x+y} = 2 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \left(2x + y\right)\left(x - y + 1\right) = 0 \\ \sqrt{x+y} + \sqrt{3x+y} = 2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} \left(2x + y\right) = 0 \\ \left(x - y + 1\right) = 0 \end{array}\right. \\ \sqrt{x+y} + \sqrt{3x+y} = 2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} 2x + y = 0 \\ \sqrt{x+y} + \sqrt{3x+y} = 2 \end{cases} \\ \begin{cases} x - y + 1 = 0 \\ \sqrt{x+y} + \sqrt{3x+y} = 2 \end{cases} \end{array}\right.$$

Giải hệ: $\begin{cases} 2x + y = 0 \\ \sqrt{x+y} + \sqrt{3x+y} = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -2x \\ \sqrt{x+y} + \sqrt{3x+y} = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -2x \\ \sqrt{-x} + \sqrt{x} = 2 \end{cases}$

ta thấy điều kiện của ẩn x trong phương trình $\sqrt{-x} + \sqrt{x} = 2$ là $\begin{cases} x \le 0 \\ x \ge 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = 0$

Thay x = 0 vào ta có: 0 = 2 (vô lí). Do đó hệ vô nghiệm.

Giải hệ: $\begin{cases} x - y + 1 = 0 \\ \sqrt{x+y} + \sqrt{3x+y} = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = x + 1 \\ \sqrt{2x+1} + \sqrt{4x+1} = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = x + 1 \\ 2x + 1 + 2\sqrt{2x+1}.\sqrt{4x+1} + 4x + 1 = 4 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = x + 1 \\ \sqrt{2x+1} + \sqrt{4x+1} = 1 - 3x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = x + 1 \\ x \le \dfrac{1}{3} \\ \left(2x+1\right)\left(4x+1\right) = \left(1-3x\right)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = x + 1 \\ x \le \dfrac{1}{3} \\ \left[\begin{array}{l} x = 0 \quad (\text{nhận}) \\ x = 12 \quad (\text{loại}) \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 1 \end{cases} \quad (\text{nhận})$$

Kết luận: Hệ phương trình có nghiệm là (x; y) = (0; 1).

Câu 3:

Phương trình có hai nghiệm $x_1, x_2 \Leftrightarrow \Delta' = \left(m-1\right)^2 - m^2 - 3m + 5 \ge 0 \Leftrightarrow -5m + 6 \ge 0 \Leftrightarrow m \le \dfrac{6}{5}$

Vì x_1 là nghiệm của phương trình nên ta có: $x_1^2 - 2\left(m-1\right)x_1 + 3m - 5 = 0$

$\Leftrightarrow \left(x_1^2 + 2x_1 + 1\right) - 2mx_1 + m^2 + 3m - 6 = 0 \Leftrightarrow \left(x_1 + 1\right)^2 = 2mx_1 - m^2 - 3m + 6$

Khi đó, ta có: $2mx_1 - m^2 - 3m + 6 + 2mx_2 - 2 = 0 \Leftrightarrow 2m\left(x_1 + x_2\right) - m^2 - 3m + 4 = 0 \quad (*)$

Mà theo định lý Vi-et, ta có: $x_1 + x_2 = 2(m - 1)$, thay vào (*), ta có: $2m.2(m - 1) - m^2 - 3m + 4 = 0$

$\Leftrightarrow 3m^2 - 7m + 4 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = 1 \ \ (\text{nhận}) \\ m = \dfrac{4}{3} \ \ (\text{loại}) \end{array}\right.$

Kết luận: Với m = 1 thì phương trình đã cho có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa $(x_1 + 1)^2 + 2mx_2 - 2 = 0$.

Câu 4:

a) Ta có tứ giác BDHF nội tiếp (vì $\widehat{BDH} + \widehat{BFH} = 90^0 + 90^0 = 180^0$)

$\Rightarrow \widehat{FDH} = \widehat{FBH}$ (1)

Mặt khác, ta có tứ giác ABDE nội tiếp (vì $\widehat{BDA} = \widehat{BEA} = 90^0$)

$\Rightarrow \widehat{ADE} = \widehat{FBH}$ (2)

Từ (1) và (2), ta có:

$\Rightarrow \widehat{ADE} = \widehat{FDH}$ hay DH là phân giác trong của góc $\widehat{FDE}$.

Ta có tứ giác CDHE nội tiếp (vì $\widehat{CDH} + \widehat{CEH} = 90^0 + 90^0 = 180^0$)

$\Rightarrow \widehat{DCH} = \widehat{DEH}$ (3)

Mặt khác, ta có tứ giác BCEF nội tiếp (vì $\widehat{BEC} = \widehat{BFC} = 90^0$)

$\Rightarrow \widehat{BCF} = \widehat{BEF}$ (4)

Từ (3) và (4), ta có:

$\widehat{DEH} = \widehat{BEF}$ hay EH là phân giác trong của góc $\widehat{DEF}$.

Xét tam giác DEF có H là giao của hai đường phân giác trong DH, EH nên H là tâm đường tròn nội tiếp của tam giác DEF.

b) Gọi Ax là tiếp tuyến tại A của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC, ta có: OA $\perp$ Ax (tính chất)

Ta có: $\widehat{FAx} = \widehat{BCA}$ (cùng bằng nửa số đo cung AB), $\widehat{AFE} = \widehat{BCA}$, (do BCEF là tứ giác nội tiếp)

$\Rightarrow \widehat{FAx} = \widehat{AFE} \Rightarrow Ax // DE$. Mà OA $\perp$ Ax nên OA $\perp$ EF.

c) Ta có FC là phân giác trong của góc $\widehat{DEF}$, $\widehat{CFA} = \widehat{CFB} = 90^0 \Rightarrow \widehat{EFA} = \widehat{DFB}$.

Ta có tam giác EBC vuông tại E và có EM là đường trung tuyến $\Rightarrow ME = MC \Rightarrow \Delta MCE$ cân tại M.

$\Rightarrow \widehat{MCE} = \widehat{MEC}$

Ta có BCEF là tứ giác nội tiếp $\Rightarrow \widehat{EFA} = \widehat{BCE}$. Từ đó, ta có: $\widehat{EFA} = \widehat{DFB} = \widehat{MCE} = \widehat{MEC}$.

Mặt khác ta có: $\begin{cases} \widehat{EFD} + \widehat{EFA} + \widehat{DFB} = 180^0 \\ \widehat{EMC} + \widehat{MCE} + \widehat{MEC} = 180^0 \end{cases} \Rightarrow \widehat{EFD} = \widehat{EMC} \Rightarrow$ DMEF là tứ giác nội tiếp.

Kẻ BP $\perp$ CK $\Rightarrow$ BIKP là hình chữ nhật $\Rightarrow$ IK = BP

Ta có 5 điểm B, F, E, P, C cùng nằm trên đường tròn đường kính BC. Gọi Q là giao điểm của FD với đường tròn đường kính BC.

Ta có DA là phân giác trong của góc $\widehat{DEF}$ mà DC $\perp$ DA $\Rightarrow$ DC là phân giác ngoài của góc $\widehat{EDF}$

$\Rightarrow \widehat{CDE} = \widehat{CDQ}$.

Ta có: $\widehat{CEB} = \widehat{CQB} = 90^0$ mà $\widehat{BQD} = \widehat{BFD}$ (cùng bằng $\widehat{BEF}$)

$\Rightarrow \widehat{CED} = \widehat{CQD}$

Từ đó, ta có: $\Delta CQD = \Delta CED$ (g.c.g)

$\Rightarrow$ DE = DQ

$\Rightarrow$ DE + DF = DQ + DF = FQ.

Như vậy để chứng minh bài toán ta chỉ cần chứng minh BP = FQ.

Ta có: $\widehat{BFD} = \widehat{EFA}$ (câu c), mà $\widehat{BFD} = \widehat{PBF}$ (so le trong)

$\Rightarrow \widehat{PBF} = \widehat{BFD} \Rightarrow \widehat{PF} = \widehat{BQ} \Rightarrow BF // PQ \Rightarrow$ BFPQ là hình thang.

Mà BFPQ là tứ giác nội tiếp nên BFPQ là hình thang cân.
$\Rightarrow$ BP = FQ.
Vậy ta có DE + DF = DQ + QF = FQ = BP + IK (đpcm)

Câu 5:

Ta có phương trình tương đương:
$(x^2 + 2xy + y^2) + y^2 + 3y = 4$
$\Leftrightarrow 4(x^2 + 2xy + y^2) + 4y^2 + 12y = 16$
$\Leftrightarrow 4(x + y)^2 + (4y^2 + 12y + 9) = 25$
$\Leftrightarrow [2(x + y)]^2 + (2y + 3)^2 = 25 = 0^2 + 5^2 = 3^2 + 4^2 = 4^2 + 3^2$
Vì $x, y \in Z$ nên ta có các trường hợp sau:
Trường hợp 1:

$$\begin{cases}\left[2\left(x+y\right)\right]^2=0^2\\(2y+3)=5^2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x+y=0\\\left[\begin{array}{l}2y+3=5\\2y+3=-5\end{array}\right.\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x+y=0\\\left[\begin{array}{l}y=1\\y=-4\end{array}\right.\end{cases}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\begin{cases}x=-1\\y=1\end{cases}\\\begin{cases}x=4\\y=-4\end{cases}\end{array}\right.$$

Trường hợp 2:

$$\begin{cases}\left[2\left(x+y\right)\right]^2=5^2\\(2y+3)=0^2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\left[2\left(x+y\right)\right]^2=5^2\\y=-\dfrac{3}{2}\text{ (loai)}\end{cases}$$

Trường hợp 3:

$$\begin{cases}\left[2\left(x+y\right)\right]^2=3^2\\(2y+3)=4^2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\left[2\left(x+y\right)\right]^2=3^2\\\left[\begin{array}{l}y=\dfrac{1}{2}\left(\text{loai}\right)\\y=-\dfrac{7}{2}\left(\text{loai}\right)\end{array}\right.\end{cases}$$

Trường hợp 4:

$$\begin{cases}\left[2\left(x+y\right)\right]^2=4^2\\(2y+3)=3^2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\left[2\left(x+y\right)\right]^2=4^2\\\left[\begin{array}{l}y=0\\y=-3\end{array}\right.\end{cases}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\begin{cases}\left[2\left(x+y\right)\right]^2=4^2\\y=0\end{cases}\\\begin{cases}\left[2\left(x+y\right)\right]^2=4^2\\y=-3\end{cases}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\begin{cases}x=\pm1\\y=0\end{cases}\\\begin{cases}\left[\begin{array}{l}x=4\\x=2\end{array}\right.\\y=-3\end{cases}\end{array}\right.$$

Kết luận: Phương trình đã cho có 2 cặp nghiệm nguyên là
$\begin{cases}x=-1\\y=1\end{cases}; \begin{cases}x=4\\y=-4\end{cases}; \begin{cases}x=\pm1\\y=0\end{cases}; \begin{cases}x=2\\y=-3\end{cases}; \begin{cases}x=4\\y=-3\end{cases}$

Câu 6:

Ta có: $P=\left(\dfrac{1}{2\sqrt{a}}+\dfrac{1}{2\sqrt{a}}+\dfrac{a}{2}\right)+\left(\dfrac{1}{2\sqrt{b}}+\dfrac{1}{2\sqrt{b}}+\dfrac{b}{2}\right)+a^2+b^2-\dfrac{a}{2}-\dfrac{b}{2}$

Áp dụng BĐT Cauchy, ta có:

$\dfrac{1}{2\sqrt{a}}+\dfrac{1}{2\sqrt{a}}+\dfrac{a}{2}\ge\dfrac{3}{2};$

$\dfrac{1}{2\sqrt{b}}+\dfrac{1}{2\sqrt{b}}+\dfrac{b}{2}\ge\dfrac{3}{2}.$

Dấu "=" xảy ra khi a = b = 1.

Khi đó: $P \ge \frac{3}{2} + \frac{3}{2} + a^2 + b^2 - \frac{a+b}{2} \ge 3 + a^2 + b^2 - \frac{a+b}{2}$

Ta luôn có bất đẳng thức: $a^2 + b^2\ a^2 + b^2 \ge \frac{(a+b)^2}{2}$ (*)

Thật vậy, $2a^2 + 2b^2 \ge a^2 + 2ab + b^2$.

$\Leftrightarrow a^2 - 2ab + b^2 \ge 0$

$\Leftrightarrow (a - b)^2 \ge 0$.

Dấu "=" xảy ra khi a = b.

Áp dụng (*), ta có: $P \ge \frac{(a+b)^2}{2} - \frac{a+b}{2} + 3$.

Đặt: $t = \frac{a+b}{2}$, $t \ge 1$, ta có:

$P \ge 2t^2 - t + 3 = 2t(t-1) + (t-1) + 4 = (t-1)(2t+1) \ge 4$.

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow$ t = 1 $\Leftrightarrow$ a + b = 2.

Vậy giá trị nhỏ nhất của P là 4 đạt được khi a = b = 1.

------ HẾT -------

SỞ GD - ĐT TIỀN GIANG
ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10
TRƯỜNG THPT CHUYÊN TIỀN GIANG
NĂM HỌC: 2014 - 2015

MÔN: TOÁN (Chuyên Toán)
Thời gian làm bài: 150 phút (không kể thời gian phát đề)

Câu 1: (2,0 điểm)

1. So sánh: $A = 1 + \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} + ... + \frac{1}{\sqrt{2014}}$ và B = 89.

2. Giải phương trình và hệ phương trình:

a) $\sqrt{x+1} + \sqrt{3x-5} = x^2 - 5$

b) $\begin{cases} x^2 - y^2 = 2 \\ (x+y)^2 + 2y = 0 \end{cases}$

Câu 2: (2,0 điểm)

1. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho parabol (P): $y = x^2$ và đường thẳng (d): y = x. Tìm trên parabol (P) các điểm A và B sao cho AB = $3\sqrt{2}$ và đường thẳng AB vuông góc với đường thẳng (d), biết rằng điểm A có hoành độ dương.

2. Cho a, b, c là 3 số thực thay đổi thỏa mãn điều kiện $a \neq 0$ và 2a + 3b + 6c = 0. Chứng minh rằng phương trình $ax^2 + bx + c = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = |x_1 - x_2|$.

Câu 3: (1,5 điểm)

1. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $M = (x+1)^4 + (x+3)^4 + (x+5)^4$ với $x \in R$.

2. Cho a, b, c > 0. Chứng minh rằng: $\frac{bc}{a^2+2bc} + \frac{ca}{b^2+2ca} + \frac{ab}{c^2+2ab} \leq 1$.

Câu 4: (1,5 điểm)

1. Tìm tất cả các số nguyên dương x, y sao cho $5^x = y^4 + 4y + 1$.

2. Chứng minh rằng từ 1009 số nguyên bất kì, ta có thể chọn ra được hai số mà tổng hoặc hiệu của chúng chia hết cho 2014.

Câu 5: (3,0 điểm)

Cho ΔABC. Một đường thẳng song song với đường thẳng BC cắt cạnh AB, AC lần lượt tại D và E. Gọi P là một điểm nằm bên trong ΔADE, F và G lần lượt là giao điểm của DE với BP và CP. Hai đường tròn ngoại tiếp ΔPDG và ΔPEF cắt nhau tại điểm thứ hai là Q. Gọi M là giao điểm thứ hai của đường thẳng AB với đường tròn ngoại tiếp ΔPEF. Chứng minh rằng:

1. Năm điểm B, M, P, N, C cùng nằm trên một đường tròn.
2. AM.AD = AN.AE.
3. Ba điểm A, P, Q thẳng hàng.

---------- Hết ----------

Ghi chú: ***Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.***

Họ và tên thí sinh: ..... Số báo danh: .....

ĐÁP ÁN

Câu 1:

1. Ta chứng minh mọi số tự nhiên $n \neq 0$.

$\frac{1}{\sqrt{n}} < 2\left(\sqrt{n} - \sqrt{n-1}\right)$

Áp dụng bất đẳng thức với n = 4, 5, 6, 7, ..., 2014

$A - \frac{1}{1} - \frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{3}} < 2\left(2014 - \sqrt{3}\right)$ hay $A < 2,3 + 2\left(\sqrt{2014} - \sqrt{3}\right) < 89$

Vậy A < B.

2.

a. Điều kiện: $x \geq \sqrt{5}$.

Ta có phương trình tương đương:

$\sqrt{x+1} - 2 + \sqrt{3x-5} - 2 = (x+3)(x-3)$

$\Leftrightarrow \frac{x-3}{\sqrt{x+1}+2} = \frac{3(x-3)}{\sqrt{3x-5}+2} = (x-3)(x+3)$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 3 \\ \frac{1}{\sqrt{x+1}+2} + \frac{3}{\sqrt{3x-5}} = x+3 \end{array}\right.$

$\Leftrightarrow x = 3$

Vì $\frac{1}{\sqrt{x+1}+2} + \frac{3}{\sqrt{3x-5}} = x+3$ (vô nghiệm)

Vây phương trình đã cho có nghiệm là x = 3.

b. Từ phương trình: $(x+y)^2 + 2y = 0 \Leftrightarrow x^2 + y^2 + 2xy + 2y = 0$

Thế $y^2 = x^2 - 2$.

Rút gọn ta được: (x + 1)(x + y - 1) = 0

Với x = -1 thế vào phương trình còn lại của hệ thì vô nghiệm.

Với x + y = 1 thế vào hệ phương trình ta được:

$\Rightarrow \left\{\begin{array}{l} x = \frac{3}{2} \\ y = -\frac{1}{2} \end{array}\right.$

Câu 2:

1. Gọi đường thẳng đi qua $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ và $x_1 > 0$ có dạng (d'): y = -x + m.

Vì A, B thuộc (P) nên:

$y_1 = x_1^2$, $y_2 = x_2^2$ và

$(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 = 18$

$\Leftrightarrow (x_2 - x_1)^2 + (x_2^2 - x_1^2)^2 = 18$

$\Leftrightarrow (x_2 - x_1)^2 + (x_2 - x_1)^2 (x_2 + x_1)^2 = 18$

$\Leftrightarrow (x_2 - x_1)^2 \left[(x_2 + x_1)^2 + 1\right] = 18 \qquad (1)$

Vì A, B thuộc (d') nên:

$\begin{cases} x_1^2 = x_1 + m \\ x_2^2 = x_2 + m \end{cases} \Leftrightarrow x_2^2 - x_1^2 = x_2 - x_1$

$\Leftrightarrow (x_2 - x_1)(x_2 + x_1) = x_2 - x_1 \Leftrightarrow (x_2 - x_1)(x_2 + x_1 - 1) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_2 = x_1 \\ x_2 + x_1 = 1 \end{array} \right.$

Xét $x_2 = x_1$ thay vào (1) vô nghiệm.

Xét $x_2 + x_1 = 1$ thay vào (1), ta được:

$\Leftrightarrow (x_2 - x_1)^2 = 9 \Leftrightarrow x_2 - x_1 = \pm 3$

Ta lập được hệ phương trình:

(*) $\begin{cases} x_2 + x_1 = 1 \\ x_2 - x_1 = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = -1 < 0 \Rightarrow y_1 = 1 \\ x_2 = 2 \Rightarrow y_2 = 4 \end{cases}$

Vì $x_1 > 0$ nên không tồn tại A, B cần tìm.

(*) $\begin{cases} x_2 + x_1 = 1 \\ x_2 - x_1 = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = 2 \Rightarrow y_1 = 4 \\ x_2 = -1 \Rightarrow y_2 = 1 \end{cases}$ (thỏa mãn)

Vậy A(2; 4), B(-1; 1)

2.

$\begin{cases} P^2 = (x_1 + x_2)^2 - 4x_1x_2 \\ 2a + 3b + 6c = 0 \\ b^2 - 4ac > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} P^2 = \dfrac{b^2}{a^2} - 4.\dfrac{c}{a} \\ 2a + 3b + 6c = 0 \\ b^2 - 4ac > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} P^2 = \dfrac{b^2 - 4ac}{a^2} \\ 2a + 3b + 6c = 0 \\ b^2 - 4ac > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} P^2 = \dfrac{b^2 - 2c(-3b - 6c)}{a^2} \\ 2a = -3b - 6c \end{cases}$

Ta xét:

$P^2 = \dfrac{b^2 - 2c(-3b - 6c)}{a^2} = \dfrac{b^2 + 6bc + 12c^2}{a^2} = \dfrac{b^2 + 6bc + 9c^2 + 3c^2}{a^2} = \dfrac{(b + 3c)^2 + 3c^2}{a^2}$

Câu 3:

1. Ta có: $a^2 + b^2 \ge \dfrac{(|a| + |b|)^2}{2}$, a, b $\in$ R, dấu "=" xảy ra khi |a| = |b|.

Áp dụng bài bài toán, ta có:

$(x+1)^4 + (x+5)^4 \ge \dfrac{(|x+1| + |x+5|)^2}{16}$

Mặt khác, ta có: |x + 1| + |x + 5| ≥ |x + 5 - (x + 1)| = 4.

Ta có: $(x + 3)^4 \ge 0$.

Tất cả dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi x = -3.

Vậy giá trị nhỏ nhất là M = 32.

2. Ta có: $b^2 + c^2 \ge 2bc \Rightarrow a^2 + b^2 + c^2 \ge a^2 + bc \Rightarrow \dfrac{bc}{a^2 + bc} \le \dfrac{bc}{a^2 + b^2 + c^2}$

Tương tự, ta có:

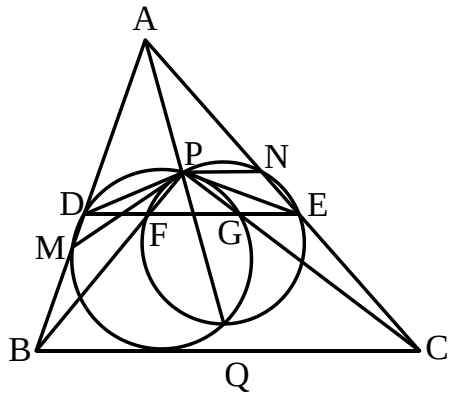
$\Rightarrow \dfrac{ca}{b^2 + ca} \le \dfrac{ca}{a^2 + b^2 + c^2}$

$\Rightarrow \dfrac{ab}{c^2 + ab} \le \dfrac{ab}{a^2 + b^2 + c^2}$

$\Rightarrow \dfrac{bc}{a^2 + bc} + \dfrac{bc}{b^2 + ca} + \dfrac{ab}{c^2 + ab} \le \dfrac{bc}{a^2 + b^2 + c^2} + \dfrac{ca}{a^2 + b^2 + c^2} + \dfrac{ab}{a^2 + b^2 + c^2} \le \dfrac{ab + bc + ca}{ab + bc + ca} = 1$

Câu 4:

Câu 5:



1. Ta có: $\overset{\frown}{AMP} = \overset{\frown}{PGD} = \overset{\frown}{EGC} = \overset{\frown}{PCB}$. Suy ra: Tứ giác BMPC nội tiếp.

Và $\overset{\frown}{ANP} = \overset{\frown}{PFE} = \overset{\frown}{PBC}$. Suy ra: Tứ giác BPNC nội tiếp.

Vậy 5 điểm B, M, P, N, C cùng nằm trên một đường tròn.

2. Từ câu 1, suy ra: $\overset{\frown}{AMN} = \overset{\frown}{ACB} = \overset{\frown}{AED}$

Suy ra: Tứ giác DNEM nội tiếp $\Rightarrow$ AM.AD = AN.AE

3. Kéo dài AP cắt đường tròn (P; DG) tại Q'.

MDPQ' nội tiếp nên AD.AM = AP.AQ' $\Rightarrow$ AP.AQ' = AN.AE.

Suy ra: Tứ giác PNEQ' nội tiếp nên Q' là giao điểm của 2 đường tròn.

Suy ra: Q $\equiv$ Q' $\Rightarrow$ A, P, Q thẳng hàng.

SỞ GD - ĐT TIỀN GIANG
ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10
TRƯỜNG THPT CHUYÊN TIỀN GIANG
NĂM HỌC: 2014 - 2015

MÔN: TOÁN (Chuyên Tin)
Thời gian làm bài: 150 phút (không kể thời gian phát đề)

Câu 1: (2,0 điểm)

1. Rút gọn biểu thức $A = \sqrt{2+\sqrt[3]{25+22\sqrt{2}}}$
2. Giải phương trình và hệ phương trình:

a. $\sqrt{x+1}+\sqrt{x+16}=\sqrt{x+4}+\sqrt{x+9}$

b. $\begin{cases}(x-y)(x^2+xy+y^2)=3(x^2+y^2)+2\\(x-y)^2=2(x+y)\end{cases}$

Câu 2: (2,0 điểm)

1. Trong mặt phẳng Oxy, cho parabol (P): $y = x^2$ và đường thẳng (d): $y = x + m$ (với m là tham số thực). Tìm tất cả các giá trị của m để đường thẳng (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt A, B sao cho O, A, B tạo thành một tam giác vuông tại O, với O là gốc tọa độ.
2. Tìm tất cả các số thực m để phương trình $x^3 + (m - 3)x - 2 - 2m = 0$ có ba nghiệm phân biệt trong đó có đúng một nghiệm âm.

Câu 3: (1,5 điểm)

1. Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $P=\dfrac{x^2}{x^2+x+1}$ với $x \in R$.
2. Cho a, b, c > 0. Chứng minh rằng: $a+\sqrt{ab}+\sqrt[3]{abc}\le\dfrac{4}{3}(a+b+c)$

Câu 4: (1,5 điểm)

1. Tìm tất cả các số tự nhiên x, y thỏa mãn: $x^3 = y^3 + 2(x^2 + y^2) + 3xy + 17$.
2. Tìm tất cả các số tự nhiên có bốn chữ số nhỏ hơn 7000. Biết rằng mỗi số đó thỏa mãn đồng thời hai tính chất sau:

i) Khi chia sso đó cho 100 ta được số dư là 14.
ii) Khi chia số đó cho 51 ta được số dư là 25.

Câu 5: (3,0 điểm)

Cho tam giác ABC nội tiếp đường tròn (O; r) và ngoại tiếp đường tròn (I; r). Gọi M là giao điểm thứ hai của AI với (O; R). Chứng minh rằng:

1. MB = MC = MI.
2. IA.IM = 2Rr.
3. $OI^2 = R^2 - 2Rr$. Từ đó suy ra, nếu R = 2r thì ΔABC đều.

---------- Hết ----------

Ghi chú: ***Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.***

Họ và tên thí sinh: ..... Số báo danh: .....

SỞ GD - ĐT BÌNH DƯƠNG
ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10
TRƯỜNG THPT CHUYÊN HÙNG VƯƠNG
NĂM HỌC: 2014 - 2015

MÔN: TOÁN (Chuyên Tin)
Thời gian làm bài: 150 phút (không kể thời gian phát đề)

Câu 1: Chứng minh rằng: $x_0 = \sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{3}}} - \sqrt{6-3\sqrt{2+\sqrt{3}}}$ là nghiệm của phương trình $x^4 + 16x^2 + 32 = 0$.

Câu 2: Cho đường thẳng (d): y = mx + 2 (m là tham số khác 0). Tìm m để khoảng cách từ gốc tọa độ O đến đường thẳng (d) bằng $\frac{2}{3}$. Vẽ đường thẳng (d) trong mặt phẳng tọa độ với giá trị m tìm được.

Câu 3:
a) Giải phương trình: $x^3 + 3x^2 + 3x + 2 = 0$.
b) Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $A = 3(x^2 + y^2)$. Biết $x^2 + y^2 = xy + 12$.

Câu 4:
a) Tìm m để phương trình: $x^2 - 2x - |x - 1| + m = 0$ có 2 nghiệm phân biệt.
b) Cho phương trình: $mx^2 + x + m - 1 = 0$. Xác định m để phương trình có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn:

$$\left|\frac{1}{x_1} - \frac{1}{x_2}\right| > 1$$

Câu 5:
1) Cho đường tròn (O) và một điểm M cố định bên ngoài đường tròn. Một đường thẳng (d) qua M cắt đường tròn (O) tại A và B (MA < MB, (d) không đi qua O). Gọi C giao điểm của hai tiếp tuyến kẻ từ A và B.
a) Chứng minh rằng điểm O nằm trên đường tròn ngoại tiếp ΔABC.
b) Gọi D là giao điểm (khác O) giữa OM và đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC. Chứng minh MA.MB = MD.MO.
c) Chứng minh rằng đường tròn ngoại tiếp ΔABC luôn đi qua 2 điểm cố định khi đường thẳng (d) quay quanh M.
2) Cho ΔABC đều, (O) là đường tròn ngoại tiếp ΔABC. Điểm M thay đổi, thuộc cung nhỏ AC của đường tròn tâm O (M khác A và C). CM cắt AB tại E, AM cắt BC tại F. Qua A kẻ đường thẳng song song với BC cắt đường thẳng EF tại D. Chứng minh EF luôn đi qua điểm cố định D khi M thay đổi.

---------- Hết ----------
Ghi chú: ***Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.***
Họ và tên thí sinh: ..... Số báo danh: .....

SỞ GD - ĐT KIÊN GIANG
ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10
TRƯỜNG THPT CHUYÊN HUỲNH MẪN ĐẠT
NĂM HỌC: 2014 - 2015

MÔN: TOÁN (Chuyên Toán)
Thời gian làm bài: 150 phút (không kể thời gian phát đề)
Ngày thi: 22/6/2014

Câu 1: **(1,5 điểm)**

Cho biểu thức: $M = \frac{2}{\sqrt{x}-1} + \frac{2(\sqrt{x}+1)}{x+\sqrt{x}+1} + \frac{x-10\sqrt{x}+3}{\sqrt{x^3}-1}$, $(x \geq 0,\ x \neq 1)$.

1. Rút gọn biểu thức M.
2. Tìm x để biểu thức có giá trị lớn nhất.

Câu 2: (1,5 điểm)

Cho parabol (P) $y = \frac{x^2}{2}$; đường thẳng (d): mx + ny = 2 và hai điểm M(0; 2), N(4; 0).

1.Tìm m, n biết đường thẳng (d) đi qua hai điểm M, N.
2. Khi đường thẳng (d) đi qua điểm M. Chứng minh rằng (P) và (d) cắt nhau tại hai điểm phân biệt A và B. Tìm tọa độ A và B biết rằng khoảng cách giữa hai điểm A và B bằng $6\sqrt{2}$.

Câu 3: (1,5 điểm)

Cho phương trình: $x^2 + ax + b + 1 = 0$, (với a, b là tham số).

Tìm giá trị của a, b để phương trình trên có hai nghiệm phân biệt thỏa mãn điều kiện: $\begin{cases} x_1 - x_2 = 3 \\ x_1^3 - x_2^3 = 9 \end{cases}$.

Câu 4: (2,0 điểm)

1. Cho 2 số thực a,b thỏa a + b = 20. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $T = a^3 + b^3$.
2. Cho hai số thực a, b. Chứng minh rằng: $2(a^4 + b^4) \geq ab^3 + a^3b + 2a^2b^2$.

Câu 5: (3,5 điểm)

Cho đường tròn tâm O đường kính AB = 2R. Gọi d là đường thẳng đi qua A và vuông góc với AB. Lấy điểm C trên đường tròn sao cho BC > R, dựng CD vuông góc với AB (D thuộc AB). Gọi E là điểm trên tia CD sao cho ED = BC (theo thứ tự C, D, E). Các tiếp tuyến EP, EQ với đường tròn tâm O (P và A nằm cùng phía so với DE) cắt đường thẳng d lần lượt tại N và K; CE cắt đường tròn tâm O ở F.

1. Chứng minh: $EF^2 = CE.EF$.
2. Chứng minh EP = BD.
3. Đặt KN = x, BD = y. Tính diện tích tam giác EKN theo R, x, y.
4. Chứng minh KN = AB.

---------- Hết ----------

Ghi chú: ***Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.***

Họ và tên thí sinh: ..... Số báo danh: .....

ĐÁP ÁN

Câu 1:

1. Rút gọn được $M = \dfrac{5\sqrt{x}-3}{x+\sqrt{x}+1}$.

2. Để tìm max của M ta dùng phương pháp miền giá trị.

Đặt $t = \sqrt{x} \ge 0$, $M = \dfrac{5t-3}{t^2+t+1} \Leftrightarrow Mt^2 + (M-5)t + M + 3 = 0$

Để phương trình theo biến t có nghiệm thì $\Delta \ge 0$.

$\Delta = (1-M)(3M+25) \ge 0 \Leftrightarrow \dfrac{-25}{3} \le M \le 1$.

Vậy max M = 1 khi t = 2 và x = 4.

Câu 2:

1) Thay tọa độ các điểm M, N vào phương trình của (d) tìm được $y = -\dfrac{1}{2}x + 2$.

2) Khi (d) đi qua M(0; 2) ta tính được n = 1.

Thay vào phương trình ta được pt (d): y = - mx + 2.

Đưa về phương trình hoành độ giao điểm: $\dfrac{x^2}{2} = -mx + 2 \Leftrightarrow x^2 + 2m - 4 = 0$. (1)

Do a, c trái dấu phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt.

Gọi hai điểm cắt là $A(x_1; y_1)$; $B(x_2; y_2)$.

Để tìm tọa độ hai điểm A, B ta giải phương trình:

$AB^2 = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2$ (2) với AB = $6\sqrt{2}$ và $(x_2 - x_1)^2 = \left(\dfrac{\sqrt{\Delta}}{a}\right)^2 = 4m^2 + 16$,

$(y_2 - y_1)^2 = m^2(4m^2 + 16)$.

Thay vào (2) ta được phương trình: $m^2 + 5m^2 - 14 = 0$.

Giải phương trình được nghiệm $m^2 = 2$, hay m = $\pm\sqrt{2}$, thay vào phương trình (1) được tọa độ của hai điểm A, B là:

$\left(\sqrt{6}+\sqrt{2};\ 4+2\sqrt{3}\right); \left(-\sqrt{6}+\sqrt{2};\ 4-2\sqrt{3}\right)$ hoặc $\left(\sqrt{6}-\sqrt{2};\ 4-2\sqrt{3}\right); \left(-\sqrt{6}-\sqrt{2};\ 4+2\sqrt{3}\right)$.

Câu 3:

- Điều kiện để phương trình có hai nghiệm phân biệt là: $\Delta = a^2 - 4b - 4 \ge 0$. (*)
- Theo định lý Viet ta có: $x_1 + x_2 = -a$, $x_1.x_2 = b + 1$, kết hợp với điều kiện của giả thiết ta có hệ phương trình: $\begin{cases} x_1 - x_2 = 3 & (1) \\ x_1^3 - x_2^3 = 9 & (2) \\ x_1 + x_2 = 3 & (3) \\ x_1 x_2 = b+1 & (4) \end{cases}$.

Bình phương (1), thay (3), (4) vào (2), ta được hệ: $\begin{cases} a^2 - b = 4 \\ a^2 - 4b = 13 \end{cases}$.

Giải tiếp hệ phương trình này ta được b = - 3, a = $\pm$ 1. Các giá trị a, b tìm được thỏa điều kiện (*) thế vào phương trình (1) thử lại đều thỏa .

Câu 4:

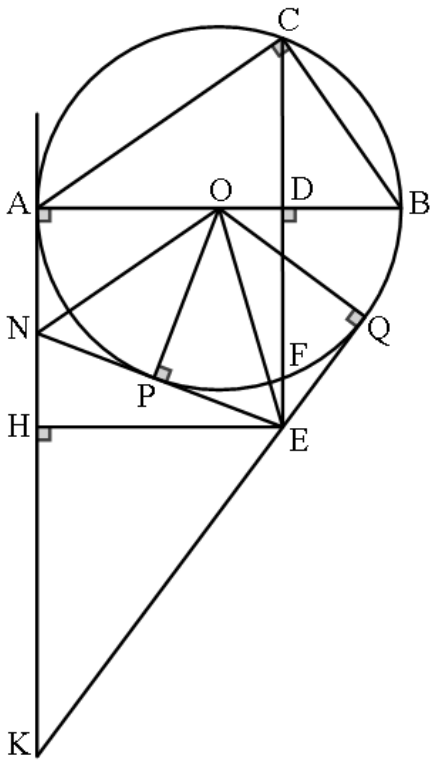
1. Tách hằng đẳng thức $a^3 + b^3$ rồi thế điều kiện a + b = 20 vào biểu thức T, ta được kết quả:

$T = 60(a - 10)^2 + 2000 \ge 2000$.

Vậy min T = 2000 khi a = b = 10.

2. Chuyển vế và biến đổi tương đương ta được kết quả cuối cùng:
$(a^2 – b^2)^2 + (a – b)^2(a^2 + ab + b^2) \geq 0$ là biểu thức luôn đúng.

Câu 5:



1. $EP^2 = EF.EC \Rightarrow \Delta EPF \backsim \Delta ECP$ (g.g)

2. Trong ΔBCA vuông tại C, ta có: $BD = \frac{BC^2}{AB} = \frac{BC^2}{2R^2}$ (1)

Trong ΔEOQ, ta có:
$EQ^2 = OE^2 – R^2$ (2),
Mà $OE^2 = OD^2 + DE^2$ (3),
$OD = R – DB$ (4)
Thay (4) vào (3), (3) vào (2) khai triển và thu gọn rồi thay kết quả vào (1), ta được:
$EQ^2 = DB^2$ hay EQ = DB.

3. $S_{KNE} = S_{ONK} + S_{OKE} – S_{ONE} = \frac{R}{2}(x + KE – NE)$.

Thay KE = x + AN – y, NE = NP + y, NA = NP, ta được kết quả: $S_{KNE} = R(x – y)$ (5)

4. Dựng EH $\perp$ AK, EH = AD = 2R – y.

Vậy $S_{KNE} = \frac{EH.KN}{2} = \frac{x(2R – y)}{2}$ (6)

Từ (5) và (6) ta có x = 2R = AB.

------- HẾT -------

SỞ GD - ĐT VĨNH LONG
ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10
TRƯỜNG THPT NGUYỄN BỈNH KHIÊM
NĂM HỌC: 2014 - 2015

MÔN: TOÁN (CHUNG)
Thời gian làm bài: 120 phút
(không kể thời gian phát đề)

Câu 1: (1,0 điểm)

a) Tính: $\sqrt{12}-\sqrt{75}+\sqrt{48}$

b) $A=\dfrac{\sqrt{5-2\sqrt{6}}}{\sqrt{2}-\sqrt{3}}$

Câu 2: (2,5 điểm) Giải các phương trình và hệ phương trình sau:

a) $x^2 - 7x + 10 = 0$ b) $9x^4 + 8x^2 - 1 = 0$ c) $\begin{cases} x+2y=5 \\ 3x-y=1 \end{cases}$

Câu 3: (1,5 điểm) Cho parabol (P): $y = x^2$.

a) Vẽ đồ thị (P).

b) Xác định m để đường thẳng (d): $y = mx - 4$ tiếp xúc với (P).

Câu 4: (2,0 điểm)

1. Cho phương trình: $2x^2 + (2m - 1)x + m - 1 = 0$ (1) (m là tham số)

a) Tìm giá trị của m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt.

b) Với giá trị nào của m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $\dfrac{1}{x_1}+\dfrac{1}{x_2}=-4$.

2. Một lớp học có 42 học sinh dự buổi sinh hoạt ngoại khóa được sắp xếp ngồi đều nhau trên các ghế băng. Nếu ta bớt đi 1 ghế băng thì mỗi ghế băng còn lại phải xếp thêm 1 học sinh. Tính số ghế băng lúc đầu.

Câu 5: (1,0 điểm) Cho tam giác ABC vuông tại A, đường cao AH. Tính chu vi tam giác ABC, biết A = 15cm, HC = 9cm.

Câu 6: (2,0 điểm) Cho tam giác ABC vuông tại A. Gọi N là trung điểm của cạnh AC. Vẽ đường tròn (O) đường kính NC. Đường tròn (O) cắt cạnh BC tại E và cắt BN kéo dài tại D.

a) Chứng minh ABCD là tứ giác nội tiếp.

b) Gọi M là trung điểm của cạnh BC. Chứng minh rằng MN là tiếp tuyến của đường tròn (O).

c) Kéo dài BA và CD cắt nhau tại F. Chứng minh ba điểm E, N, F thẳng hàng.

---------- Hết ----------

Ghi chú: ***Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.***

Họ và tên thí sinh: ..... Số báo danh: .....

SỞ GD - ĐT VĨNH LONG
ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10
TRƯỜNG THPT NGUYỄN BỈNH KHIÊM
NĂM HỌC: 2014 - 2015

MÔN: TOÁN (CHUYÊN)
Thời gian làm bài: 150 phút
(không kể thời gian phát đề)

Câu 1: (1,5 điểm)

Trong hệ trục tọa độ Oxy cho parabol (P): $y = \frac{1}{2}x^2$. Trên (P) lấy hai điểm A, B, biết $x_A = -2$, $y_B = 8$ và điểm B có hoành độ dương. Viết phương trình đường thẳng AB.

Câu 2: (2,0 điểm)

a) Giải phương trình: $\frac{2x-2}{x^2-36} - \frac{x-2}{x^2-6x} = \frac{x-1}{x^2-6x}$

b) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x^2 + y^2 = 1 \\ x^2 - x = y^2 - y \end{cases}$

Câu 3: (2,0 điểm)

Cho phương trình: $(m-1)x^2 - (m-5)x + m - 1 = 0$ (m là tham số thực)

a) Tìm các giá trị của m để phương trinhg (1) có nghiệm.

b) Tìm các giá trị của m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 đều lớn hơn -1.

Câu 4: (1,0 điểm)

Tìm a, b để biểu thức: $M = 2a^2 + b^2 - 8a - 6b + 2ab + 2025$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tìm giá trị nhỏ nhất đó.

Câu 5: (2,5 điểm)

Cho tam giác ABC vuông tại A có đường cao AH. Vẽ đường tròn tâm A, bán kính AH. Từ B và C kẻ các tiếp tuyến BD, CE với đường tròn (A) (D, E là các tiếp điểm).

a) Chứng minh ba điểm D, A, E thẳng hàng.

b) Chứng minh DE tiếp xúc với đường tròn tâm O đường kính BC.

c) Đường tròn (O) cắt đường tròn (A) tại M và N (M thuộc cung nhỏ AB, N thuộc cung nhỏ AC của đường tròn (O)). Đường thẳng MN cắt AH tại I. Chứng minh rằng: I là trung điểm của AH.

Câu 6: (1,0 điểm)

Một hình trụ có chiều cao gấp đôi đường kính đựng đầy nước, nhúng chìm vào bình một hình cầu khi lấy ra mực nước trong bình còn lại $\frac{2}{3}$ bình. Tính tỉ số giữa bán kính hình trụ và bán kính hình cầu.

---------- Hết ----------

Ghi chú: ***Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.***

Họ và tên thí sinh: ..... Số báo danh: .....

SỞ GD - ĐT TRÀ VINH
ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10
TRƯỜNG THPT CHUYÊN TRÀ VINH
NĂM HỌC: 2014 - 2015

MÔN: TOÁN (Chuyên Toán)
Thời gian làm bài: 150 phút
(không kể thời gian phát đề)

Câu 1:

Cho biểu thức $A = \dfrac{3x + \sqrt{9x} - 3}{x + \sqrt{x} - 2} - \dfrac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} + 2} + \dfrac{\sqrt{x} - 2}{1 - \sqrt{x}}$

a) Rút gọn biểu thức A.

b) Tìm x nguyên để A nhận giá trị nguyên.

Câu 2: Cho a + b + c + d = 2. Chứng minh rằng $a^2 + b^2 + c^2 + d^2 \geq 1$.

Câu 3: Giải các phương trình sau:

a) $\sqrt{3x+1} - \sqrt{6-x} + 3x^2 - 14x - 8 = 0$

b) $\dfrac{x + \sqrt{1-x^2}}{1-2x^2} = 1$

Câu 4:

a) Giải phương trình: $\begin{cases} (x^2+1)(y^2+1) + 8xy = 0 \\ \dfrac{x}{x^2+1} + \dfrac{y}{y^2+1} = -\dfrac{1}{4} \end{cases}$

b) Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $P = \dfrac{6-4x}{x^2+1}$.

Câu 5:

Cho hình thang ABCD (AB // CD) có $\widehat{BCD} = \widehat{ADC}$. Chứng minh rằng BD < AC.

---------- Hết ----------

Ghi chú: ***Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.***

Họ và tên thí sinh: ..... Số báo danh: .....

SỞ GD - ĐT TÂY NINH
ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10
TRƯỜNG THPT CHUYÊN HOÀNG LỆ KHA
NĂM HỌC: 2014 - 2015

MÔN: TOÁN (Chuyên Toán)
Thời gian làm bài: 150 phút (không kể thời gian phát đề)

Câu 1: (1,0 điểm)

Cho biểu thức: $A = \frac{1}{2+\sqrt{x}} + \frac{1}{2-\sqrt{x}} - \frac{2\sqrt{x}}{4-x}$, với $x \geq 0$ và $x \neq 4$.

Rút gọn A và tìm x để $A = \frac{1}{3}$.

Câu 2: (1,0 điểm)

Tìm nghiệm nguyên dương của phương trình: $\sqrt{4-2\sqrt{3}} - \sqrt{x^2-2\sqrt{3}x+3} = 0$

Câu 3: (1,0 điểm)

Tìm nghiệm nguyên a để hệ phương trình: $\begin{cases} 2x-3y = 2-a \\ x+2y = 3a+1 \end{cases}$

Có nghiệm (x; y) sao cho $T = \frac{x}{y}$ là số nguyên.

Câu 4: (1,0 điểm)

Định m để phương trình: $x^2 - 2(m+1)x + m^2 + 1 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 sao cho $T = x_1(x_1 - x_2) + x_2^2$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Câu 5: (1,0 điểm)

Giải phương trình: $2\left(1+\sqrt{x^2+x+1}\right) = x(x+1)$

Câu 6: (1,0 điểm)

Cho x, y là các số thực. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $T = x^2 + 2y^2 - 2xy + 10x - 16y + 2048$.

Câu 7: (1,0 điểm)

Cho hình thang cân ABCD, có đáy lớn CD = 10cm, đáy nhỏ AB bằng đường cao AH (H thuộc CD), đường chéo vuông góc với cạnh bên. Tính độ dài đường cao của hình thang đó.

Câu 8: (1,0 điểm)

Cho đường tròn (O) đường kính AB, một đường thẳng d vuông góc với AB tại I (I nằm trong đoạn AB). Lấy M là một điểm thuộc đường tròn (O), AM, BM cắt d lần lượt tại hai điểm C và D. Gọi E là điểm đối xứng với B qua I. Chứng minh tứ giác ACDE nội tiếp.

Câu 9: (1,0 điểm)

Từ điểm C nằm ngoài đường tròn tâm (O), vẽ hai tiếp tuyến CA, CB của (O) trong đó A, B là các tiếp điểm. Đường tròn (I) đi qua C, tiếp xúc với AB tại B và cắt (O) tại M khác B. Chứng minh rằng đường thẳng AM đi qua trung điểm BC.

Câu 10: (1,0 điểm)

Cho ba số dương x, y, z thỏa mãn điều kiện: $\sqrt{xy} + \sqrt{yz} + \sqrt{zx} = 1$.

Chứng minh rằng: $\frac{x^2}{x+y} + \frac{y^2}{y+z} + \frac{z^2}{z+x} \geq \frac{1}{2}$.

---------- Hết ----------

Ghi chú: ***Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.***

Họ và tên thí sinh: ..... Số báo danh: .....

ĐÁP ÁN

Câu 1:

Ta có:

$$A = \frac{1}{2+\sqrt{x}} + \frac{1}{2-\sqrt{x}} - \frac{2\sqrt{x}}{4-x}$$

$$A = \frac{4}{4-x} - \frac{2\sqrt{x}}{4-x} = \frac{2\left(2-\sqrt{x}\right)}{4-x}$$

Với $A = \frac{1}{3}$.

$$\Leftrightarrow \frac{2\left(2-\sqrt{x}\right)}{4-x} = \frac{1}{3}$$

$$\Leftrightarrow \frac{2}{2+\sqrt{x}} = \frac{1}{3}$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{x} = 4$$

$\Leftrightarrow x = 16$ (nhận)

Vậy $A = \frac{1}{3}$ khi x = 16.

Câu 2:

Ta có: $\sqrt{4-2\sqrt{3}} - \sqrt{x^2-2\sqrt{3}x+3} = 0$

Phương trình đã cho tương đương: $\sqrt{\left(1-\sqrt{3}\right)^2} - \sqrt{\left(x-\sqrt{3}\right)^2} = 0$

$$\Leftrightarrow \sqrt{\left(x-\sqrt{3}\right)^2} = \sqrt{\left(1-\sqrt{3}\right)^2}$$

$$\Leftrightarrow \left|x-\sqrt{3}\right| = \left|1-\sqrt{3}\right|$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x-\sqrt{3} = \sqrt{3}-1 \\ x-\sqrt{3} = 1-\sqrt{3} \end{array}\right.$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 2\sqrt{3}-1 \\ x = 1 \end{array}\right.$$

Vậy phương trình có nghiệm nguyên dương là x = 1.

Câu 3:

Ta có: $\left\{\begin{array}{l} 2x-3y = 2-a \\ x+2y = 3a+1 \end{array}\right.$ hệ đã cho có nghiệm (x; y) với $\left\{\begin{array}{l} x = a+1 \\ y = a \end{array}\right.$

Mà $T = \frac{y}{x} = \frac{a}{a+1} = 1 - \frac{1}{a+1}$

Vì a nguyên, để T nguyên thì điều kiện là $\left[\begin{array}{l} a+1 = 1 \\ a+1 = -1 \end{array}\right.$ hay $\left[\begin{array}{l} a = 0 \\ a = -2 \end{array}\right.$

Câu 4:

Phương trình: $x^2 - 2(m+1)x + m^2 + 1 = 0$

Phương trình đã cho có hai nghiệm x_1, x_2 khi và chỉ khi:

$\Delta' = (m+1)^2 - (m^2+1)$

$\Delta' = 2m \geq 0 \Leftrightarrow m \geq 0$.

Theo hệ thức Vi-et, ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2(m+1) \\ x_1 x_2 = m^2 + 1 \end{cases}$

$T = x_1^2 + x_2^2 - x_1 x_2$

$T = (x_1 + x_2)^2 - 3x_1 x_2 = m^2 + 8m + 1$

Do $m \geq o$ nên $T \geq 1$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của T là 1 khi m = 0.

Câu 5:

Phương trình: $2\left(1 + \sqrt{x^2 + x + 1}\right) = x(x+1)$ (1)

Đặt: $t = \sqrt{x^2 + x + 1}$, với t > 0.

Từ (1) $\Rightarrow t^2 - 2t - 3 = 0$

Giải phương trình này, ta được: t = 3 (nhận), t = -1 (loại)

Với t = 3 thì ta có phương trình: $\sqrt{x^2 + x + 1} = 3 \Leftrightarrow x^2 + x - 8 = 0$

Giải phương trình ta được:

$x_1 = \frac{-1 + \sqrt{33}}{2}$; $x_1 = \frac{-1 - \sqrt{33}}{2}$

Câu 6:

Ta có:

$T = x^2 + 2y^2 - 2xy + 10x - 16y + 2048$

$T = (x+2)^2 + 2(y-3)^2 - 2(x+2)(y-3) + 2014$

$T = \left[(x+2) - (y-3)\right]^2 + (y-3)^2 + 2014$

Suy ra: $T \geq 2014$, T = 2014 khi và chỉ khi $\begin{cases} x = -2 \\ y = 3 \end{cases}$

Giá trị nhỏ nhất của T là 2014.

Câu 7:

Kẻ $BK \perp CD$ ($K \in CD$).

Đặt: AB = AH = BK = HK = a > 0

Do ABCD là hình thang cân nên DH = CK = $\frac{10 - a}{2}$

Suy ra: CH = HK + CK = $a + \frac{10 - a}{2} = \frac{a + 10}{2}$

Áp dụng hệ thức lượng tròn tam giác ADC vuông tại A.

Ta có: $AH^2 = DH.CH$

$\Leftrightarrow a^2 = \frac{10 - a}{2} . \frac{10 + a}{2}$

Giải ra tìm được: $a = 2\sqrt{5}$ (do a > 0)

Vậy độ dài đường cao hình thang là $2\sqrt{5}$

Câu 8:

Ta có: ΔDEB cân tại D (vì $DI \perp EB$ và I là trung điểm của EB)

Nên $\widehat{DEA} = \widehat{DBE}$ (1)

Mà $\widehat{DBE} = \widehat{DCM}$ (cùng phụ $\widehat{CDM}$) (2)

Từ (1) và (2), suy ra: $\widehat{DEA} = \widehat{DCM}$

Nên $\widehat{DEA} + \widehat{DCA} = 180^0$.

Vậy Tứ giác ACDE có tổng hai góc đối bằng 180^0.
Do đó: Tứ giác ACDE nội tiếp đường tròn.

Câu 9:

Đường thẳng AM cắt đường tròn tâm I tại D.

$\widehat{ABM} = \widehat{MAC}$ (cùng chắn $\widehat{AM}$ của (O))

$\widehat{ABM} = \widehat{BDM}$ (cùng chắn $\widehat{BM}$ của (I))

Suy ra: $\widehat{MAC} = \widehat{BDM} \Rightarrow AC // BD$ (1)

$\widehat{MBC} = \widehat{BAM}$ (cùng chắn $\widehat{BM}$ của (O))

$\widehat{MBC} = \widehat{MDC}$ (cùng chắn $\widehat{MC}$ của (I))

Suy ra: $\widehat{BAM} = \widehat{MDC} \Rightarrow AB // CD$ (2)

Từ (1) và (2), suy ra: ABDC là hình bình hành.
Do đó: AM đi qua trung điểm của BC.

Câu 10:

Ta có: $\frac{x^2}{x+y} = x - \frac{xy}{x+y} \geq x - \frac{xy}{2\sqrt{xy}} = x - \frac{\sqrt{xy}}{2}$

Tương tự: $\frac{y^2}{y+z} \geq y - \frac{\sqrt{yz}}{2}$

và $\frac{z^2}{z+x} \geq z - \frac{\sqrt{zx}}{2}$

Cộng các bất đẳng thức trên theo vế thì ta được:

$\frac{x^2}{x+y} + \frac{y^2}{y+z} + \frac{z^2}{z+x} \geq x + y + z - \frac{1}{2}$

Vì $x + y + z = \sqrt{xy} + \sqrt{yz} + \sqrt{zx} = 1$

Nên $\frac{x^2}{x+y} + \frac{y^2}{y+z} + \frac{z^2}{z+x} \geq \frac{1}{2}$.

Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi x= y = z = ...

------ HẾT -------

SỞ GD - ĐT ĐỒNG THÁP
ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10
TRƯỜNG THPT CHUYÊN NGUYỄN QUANG DIÊU
NĂM HỌC: 2014 - 2015

MÔN: TOÁN (Chuyên Toán)

Thời gian làm bài: 150 phút (không kể thời gian phát đề)

(Đây cũng là thi vào lớp 10 Trường Trung học phổ thông chuyên Nguyễn Đình Chiểu)

Câu 1: Cho biểu thức: $\left(\frac{\sqrt{2}+2}{\sqrt{x}-1}-\frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+1}\right).\frac{x-1}{\sqrt{x}+2}$

a) Tìm điều kiện để biểu thức A được xác định và rút gọn A.

b) Tìm giá trị của x để A đạt giá trị nhỏ nhất.

Câu 2:

a) Tìm các giá trị x thỏa mãn $x+\frac{4}{x}>4$.

b) Bác Ân trồng cây trên mảnh vườn hình chữ nhật. Bác dự định trồng theo từng hàng và mỗi hàng có số cây bằng nhau. Nếu tăng thêm 1 hàng nhưng mỗi hàng bớt đi 1 cây thì số cây phải trồng tăng thêm 10 cây. Nếu bớt đi 1 hàng nhưng tăng thêm mỗi hàng 2 cây thì số cây phải trồng tăng thêm 9 cây. Hỏi số lượng cây mà Bác Ân dự định trồng là bao nhiêu?

Câu 3:

a) Tìm giá trị tham số m để phương trình: $x^2 + 2mx - 2 = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^2+x_2^2=5$.

b) Một hình chữ nhật có chu vi bằng 24m, có độ dài đường chéo $4\sqrt{5}$ m. Hãy tính độ dài các cạnh hình chữ nhật đó.

Câu 4:

Cho tam giác ABC vuông tại A. Kẻ đường trung tuyến AM và đường cao AH. Gọi D, E lần lượt là hình chiếu của H trên AB, AC.

a) Chứng minh: $DE^2 = BH.HC$ và $DE \perp AM$.

b) Giả sử diện tích tam giác ABC bằng 2 lần diện tích tứ giác AEHD. Chứng minh tam giác ABC vuông cân.

Câu 5:

Cho tam giác ABC nhọn nội tiếp đường tròn (O), BH và CK là các đường cao. Các tiếp tuyến với đường tròn (O) tại B và C cắt nhau tại S, các đường thẳng BC và OS cắt nhau tại M.

a) Chứng minh: MB = MH.

b) Chứng minh: AB.MH = AH.BS.

c) Chứng minh: $\Delta AHM \backsim \Delta ABS$.

---------- Hết ----------

Ghi chú: ***Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.***

Họ và tên thí sinh: ..... Số báo danh: .....

SỞ GD - ĐT LONG AN
ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10
TRƯỜNG THPT CHUYÊN LONG AN
NĂM HỌC: 2014 - 2015

MÔN: TOÁN (Chuyên Toán)
Thời gian làm bài: 150 phút (không kể thời gian phát đề)

Câu 1:

a) Rút gọn biểu thức: $A = \sqrt{\left(3-2\sqrt{3}^2\right)} - \sqrt{12} + 4$

b) Chứng minh: $\left(1+\frac{2}{\sqrt{x}}\right)\left(\frac{1}{\sqrt{x}+2}+\frac{1}{\sqrt{x}-2}-\frac{4}{x-4}\right)=\frac{2}{\sqrt{x}}$, với $x \geq, x \neq 4$

Câu 2:

a) Giải phương trình: $\sqrt{x^2-8x+16}=3$

b) Giải hệ phương trình: $\begin{cases}\frac{1}{x}-\frac{1}{y}=1\\ \frac{3}{x}+\frac{4}{y}=5\end{cases}$

Câu 3:

Cho hàm số (P): $y=\frac{x^2}{2}$ và đường thẳng (d): $y=x+\frac{3}{2}$

a) Vẽ đồ thị hàm số (P) và (d) trên cùng một hệ trục Oxy.
b) Tìm tọa độ giao điểm A, B của (P) và (d)
c) Tính diện tích tam giác OAB.

Câu 4:

a) Cho phương trình: $x^2 - 2(m + 3)x + m^2 = 0$, m là tham số. Tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt là độ dài hai cạnh góc vuông của một tam giác vuông có độ dài cạnh huyền bằng $\sqrt{14}$.
b) Một ca nô xuôi dòng 42km rồi ngược dòng trở lại 20km hết tổng cộng 5 giờ. Biết vận tốc của dòng chảy là 2km/h. Tính vận tốc của ca nô lúc dòng nước đứng yên.

Câu 5:

Gọi (O) là đường tròn tâm O, đường kính AB. Lấy điểm C thuộc (O) (C không trùng với A, B), M là điểm chính giữa cung nhỏ AC. Các đường thẳng AM và BC cắt nhau tại I, các đường thẳng AC và BM cắt nhau tại K.

a) Chứng minh tứ giác MICK nội tiếp.

b) Chứng minh tam giác ABI cân.

c) Đường thẳng BM cắt tiếp tuyến tại A của (O) ở N. Chứng minh đường thẳng NI là tiếp tuyến của đường tròn (B; BA) và NI vuông góc với MO.

d) Đường tròn ngoại tiếp tam giác BIK cắt đường tròn (B; BA) tại D. Chứng minh ba điểm A, C, D thẳng hàng.

---------- Hết ----------

Ghi chú: ***Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.***

Họ và tên thí sinh: ..... Số báo danh: .....