

Câu 1. (2,0 điểm) Cho hàm số $y = x^3 - 6x^2 + 9x + 1$.

- a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số đã cho.
b) Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) tại điểm thuộc đồ thị (C) có tung độ là nghiệm phương trình $2.f'(x) - x.f''(x) - 6 = 0$.

Câu 2. (1,0 điểm)

- a) Giải phương trình: $\sin x - \sqrt{3} \cos x + 2 = 4 \cos^2 x$.
b) Cho số phức z thỏa mãn hệ thức: $z - (1+i)\bar{z} = (1-2i)^2$. Tìm phần ảo của số phức z .

Câu 3. (0,5 điểm) Giải phương trình: $\log_2(x-1) = 1 + \log_4(x+2)$

Câu 4. (1,0 điểm) Giải bất phương trình: $\sqrt{4x+1} + \sqrt{6x+4} \geq 2x^2 - 2x + 3$

Câu 5. (1,0 điểm) Tính tích phân sau: $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{2x} (1 + x e^{-2x} \cdot \cos 2x) dx$

Câu 6. (1,0 điểm) Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , $\widehat{BAC} = 60^\circ$, bán kính đường tròn nội tiếp tam giác bằng $\frac{1}{2}(\sqrt{3}-1)a$, $SA = a\sqrt{3}$ và SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) . Tính thể tích khối chóp $S.ABC$ và khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau SB và AC theo a .

Câu 7. (1,0 điểm) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $A(1; 5)$, đường phân giác trong của góc A có phương trình $x-1=0$, tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC là $I\left(-\frac{3}{2}; 0\right)$ và điểm $M(10; 2)$ thuộc đường thẳng BC . Tìm tọa độ đỉnh B và C .

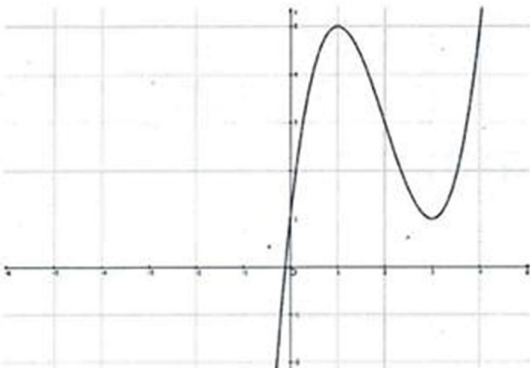
Câu 8. (1,0 điểm) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng d và mặt phẳng (P) lần lượt có phương trình là $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{1}$, $x-y+2z-1=0$. Gọi M là giao điểm của đường thẳng d với mặt phẳng (P) , điểm A thuộc đường thẳng d có cao độ âm sao cho $AM = \sqrt{3}$. Viết phương trình mặt cầu (S) có tâm A và tiếp xúc với mặt phẳng (P) .

Câu 9. (0,5 điểm) Một lớp học có 8 học sinh nam và 12 học sinh nữ. Thầy giáo chủ nhiệm chọn ngẫu nhiên 10 học sinh để tham gia lớp tập huấn kỹ năng sống. Tính xác suất để 10 học sinh được chọn có ít nhất 2 học sinh nam.

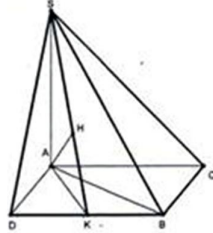
Câu 10. (1,0 điểm) Cho a, b, c là 3 số thực dương thỏa mãn $a^2 + b^2 + c^2 = 1$, tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \frac{1}{a^4 + a^2 b^2} + \frac{1}{b^4 + a^2 b^2} + \frac{32}{(1+c)^3}$.

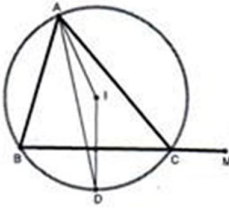
HẾT

Họ tên thí sinh: Số báo danh:

CÂU	ĐÁP ÁN	ĐIỂM																								
Câu 1 (2,0 điểm)	a) (1,0 điểm) Tập xác định: $D = \mathbb{R}$ Giới hạn: $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = -\infty$ và $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty$ Sự biến thiên -Chiều biến thiên: $y' = f'(x) = 3x^2 - 12x + 9$ $y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 12x + 9 = 0 \Leftrightarrow x = 1$ hoặc $x = 3$ Với $x = 1 \Rightarrow y = 5$; $x = 3 \Rightarrow y = 1$ Suy ra hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty, 1)$ và $(3, +\infty)$; hàm số nghịch biến trên khoảng $(1, 3)$ -Cực trị: Hàm số có điểm cực tiểu $x = 3$ và $y_{ct} = 1$; điểm cực đại $x = 1$ và $y_{cd} = 5$ Bảng biến thiên <table border="1"> <tr> <td>x</td><td>$-\infty$</td><td></td><td>1</td><td></td><td>3</td><td></td><td>$+\infty$</td></tr> <tr> <td>y'</td><td></td><td>+</td><td>0</td><td>-</td><td>0</td><td>+</td><td></td></tr> <tr> <td>y</td><td>$-\infty$</td><td colspan="2">↗ 5</td><td colspan="2">↘ 1</td><td colspan="2">↗ $+\infty$</td></tr> </table> Đồ thị: Điểm đặc biệt: $x = 0 \Rightarrow y = 1$; $x = 4 \Rightarrow y = 5$ 	x	$-\infty$		1		3		$+\infty$	y'		+	0	-	0	+		y	$-\infty$	↗ 5		↘ 1		↗ $+\infty$		0,25
x	$-\infty$		1		3		$+\infty$																			
y'		+	0	-	0	+																				
y	$-\infty$	↗ 5		↘ 1		↗ $+\infty$																				
	b) (1,0 điểm) $2f'(x) - xf''(x) - 6 = 0 \Leftrightarrow 2(3x^2 - 12x + 9) - x(6x - 12) - 6 = 0 \Leftrightarrow x = 1$ Lấy điểm $M(a; 1) \in (C)$, ta có: $a^3 - 6a^2 + 9a = 0 \Leftrightarrow a = 0$ hoặc $a = 3$ Vậy $M(0; 1)$ hoặc $M(3; 1)$ Gọi đường thẳng Δ_1 là tiếp tuyến của (C) tại $M(0; 1) \Rightarrow \Delta_1: y = 9x + 1$ Gọi đường thẳng Δ_2 là tiếp tuyến của (C) tại $M(3; 1) \Rightarrow \Delta_2: y = 1$	0,25																								
		0,25																								
		0,25																								

Câu 2 (1,0 điểm)	a) (0,5 điểm)	
	Phương trình đã cho tương đương $\sin x - \sqrt{3} \cos x = 2(2 \cos^2 x - 1) \Leftrightarrow \sin x - \sqrt{3} \cos x = 2 \cos 2x$ $\Leftrightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} \cos x - \frac{1}{2} \sin x = -\cos 2x \Leftrightarrow \cos(x + \frac{\pi}{6}) = \cos(\pi - 2x)$	0,25
	$\Leftrightarrow x = \frac{5\pi}{18} + \frac{k2\pi}{3}$ hoặc $x = \frac{7\pi}{6} + k2\pi$ với $k \in \mathbb{Z}$ Vậy phương trình đã cho có nghiệm là $x = \frac{5\pi}{18} + \frac{k2\pi}{3}$ hoặc $x = \frac{7\pi}{6} + k2\pi$ với $k \in \mathbb{Z}$	0,25
	b) (0,5 điểm)	
	Xét $z = a + bi$ với $a, b \in \mathbb{R}$, theo đề bài ta có: $a + bi - (1 + i)(a - bi) = (1 - 2i)^2 \Leftrightarrow -b + (2b - a)i = -3 - 4i$	0,25
	$\begin{cases} -b = -3 \\ 2b - a = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 10 \\ b = 3 \end{cases}$ Nên $z = 10 + 3i$, suy ra số phức z có phần ảo bằng 3	0,25
Câu 3 (0,5 điểm)	Điều kiện xác định: $x > 1$ Với điều kiện trên, phương trình đã cho tương đương $\log_2(x-1) = 1 + \frac{1}{2} \log_2(x+2) \Leftrightarrow 2 \log_2(x-1) = 2 + \log_2(x+2)$ $\Leftrightarrow \log_2(x-1)^2 = \log_2 4(x+2)$	0,25
	$\Leftrightarrow (x-1)^2 = 4(x+2) \Leftrightarrow x^2 - 6x - 7 = 0$ $\Leftrightarrow x = -1$ hoặc $x = 7$ So sánh điều kiện, phương trình đã cho có nghiệm $x = 7$	0,25
Câu 4 (1,0 điểm)	Điều kiện xác định: $x \geq -\frac{1}{4}$ Với điều kiện trên, bất phương trình đã cho tương đương $\sqrt{4x+1} - (x+1) + \sqrt{6x+4} - (x+2) \geq 2(x^2 - 2x)$	0,25
	$\Leftrightarrow \frac{2x-x^2}{\sqrt{4x+1}+x+1} + \frac{2x-x^2}{\sqrt{6x+4}+x+2} \geq 2(x^2 - 2x)$	0,25
	$\Leftrightarrow (x^2 - 2x)(2 + \frac{1}{\sqrt{4x+1}+x+1} + \frac{1}{\sqrt{6x+4}+x+2}) \leq 0 \Leftrightarrow x^2 - 2x \leq 0$ $\Leftrightarrow 0 \leq x \leq 2$	0,25
	So sánh điều kiện, bất phương trình đã cho có nghiệm là $0 \leq x \leq 2$	0,25
Câu 5 (1,0 điểm)	Ta có: $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{2x} dx + \int_0^{\frac{\pi}{2}} x \cdot \cos 2x dx$	0,25
	Đặt $h = \int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{2x} dx$ và $k = \int_0^{\frac{\pi}{2}} x \cdot \cos 2x dx$ $h = \frac{1}{2} e^{2x} \Big _0^{\frac{\pi}{2}} = \frac{1}{2} (e^\pi - 1)$	0,25

	$k = \int_0^{\frac{\pi}{2}} x \cdot \cos 2x dx$ Tính Đặt $u = x \Rightarrow du = dx$ $dv = \cos 2x dx \Rightarrow v = \frac{1}{2} \sin 2x$ $k = \frac{x}{2} \sin 2x \Big _0^{\frac{\pi}{2}} - \frac{1}{2} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin 2x dx = \frac{1}{4} \cos 2x \Big _0^{\frac{\pi}{2}} = -\frac{1}{2}$	0,25
	Vậy $I = h + k = \frac{1}{2}(e^\pi - 1) - \frac{1}{2} = \frac{e^\pi}{2} - 1$	0,25
Câu 6 (1,0 điểm)	 Đặt $AB = x \Rightarrow BC = x \tan 60^\circ = x\sqrt{3}$ và $AC = \frac{AB}{\cos 60^\circ} = 2x$ Ta có: $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot BC = x^2 \frac{\sqrt{3}}{2}$ và $S_{\triangle ABC} = pr = \frac{1}{4} (AB + BC + AC)(\sqrt{3} - 1)a = \frac{1}{4} (3 + \sqrt{3})(\sqrt{3} - 1)ax$ $\Rightarrow x = a$ Vậy $AB = a, BC = a\sqrt{3}, AC = 2a$ Gọi V là thể tích khối chóp $S.ABC$ $V = \frac{1}{3} SA \cdot S_{\triangle ABC} = \frac{1}{6} SA \cdot AB \cdot BC = \frac{a^3}{2} \text{ (đvtt)}$ Vẽ Bx song song AC và lấy điểm $D \in Bx$ sao cho $ACBD$ là hình bình hành $\Rightarrow AC \parallel (SBD)$ chứa $SB \Rightarrow d(SB, AC) = d(A, SBD)$ Vẽ $AK \perp BD$ tại K, ta có: $BD \perp AK$ và $BD \perp SA$ (do $SA \perp (ABC) \Rightarrow BD \perp (SAK)$) Vẽ $AH \perp SK$ tại H, ta có: $AH \perp SK$ và $AH \perp BD$ (do $BD \perp (SAK) \Rightarrow AH \perp (SBD)$) Ta có: $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AK \cdot AC = \frac{1}{2} AB \cdot BC \Rightarrow AK = \frac{AB \cdot BC}{AC} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ $\triangle SAK$ vuông tại A có $AH \perp SK \Rightarrow AH = \frac{SA \cdot AK}{\sqrt{SA^2 + AK^2}} = \frac{a\sqrt{15}}{5}$ Vậy $d(SB, AC) = AH = \frac{a\sqrt{15}}{5}$	0,25
		0,25

Câu 7 (1,0 điểm)	$\triangle ABC$ có tâm $I(-\frac{3}{2}; 0)$ bán kính $R = IA = \frac{5\sqrt{5}}{2}$ Đường tròn (C) ngoại tiếp $\Rightarrow (C): (x + \frac{3}{2})^2 + y^2 = \frac{125}{4}$	0,25
	 Xét hệ $\begin{cases} x = 1 & (1) \\ (x + \frac{3}{2})^2 + y^2 = \frac{125}{4} & (2) \end{cases}$ Thế (1) vào (2) được $y = \pm 5$ Đường phân giác trong góc A cắt đường tròn (C) tại A và $D(1; -5)$	0,25
	Đường thẳng BC qua $M(10; 2)$ có vectơ pháp tuyến $\vec{ID} = (\frac{5}{2}; -5)$ $\Rightarrow BC: (x - 10) - 2(y - 2) = 0 \Rightarrow BC: x - 2y - 6 = 0$	0,25
	Xét hệ $\begin{cases} x - 2y - 6 = 0 & (3) \\ (x + \frac{3}{2})^2 + y^2 = \frac{125}{4} & (4) \end{cases}$ Từ (3) $\Rightarrow x = 2y + 6$ thế vào (4) được $y^2 + 6y + 5 = 0 \Leftrightarrow y = -1$ hoặc $y = -5$ Vậy $B(-4; -5)$ và $C(4; -1)$	0,25
Câu 8 (1,0 điểm)	$\begin{cases} \frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{1} = t & (1) \\ x - y + 2z - 1 = 0 & (2) \end{cases}$ Xét hệ $\begin{cases} x - y + 2z - 1 = 0 \\ (1) \Rightarrow x = t + 1, y = t, z = t - 1 \end{cases}$ Thế vào (2) được $t = 1$ Vậy $M(2; 1; 0)$	0,25
	Điểm A thuộc đường thẳng d có cao độ âm $\Rightarrow A(a+1; a; a-1)$ với $a < 1$ $\Rightarrow AM = (1-a; 1-a; 1-a)$ $AM = \sqrt{3} \Leftrightarrow \sqrt{3(1-a)^2} = \sqrt{3} \Leftrightarrow a = 0$ hoặc $a = 2$ (loại) Vậy $A(1; 0; -1)$	0,25
	Mặt cầu (S) tâm A tiếp xúc mặt phẳng (P) có bán kính $R = d(A, (P)) = \frac{2}{\sqrt{6}}$	0,25
	Vậy mặt cầu (S) có phương trình là $(x-1)^2 + y^2 + (z+1)^2 = \frac{2}{3}$	0,25
Câu 9 (0,5 điểm)	Số cách chọn 10 học sinh tùy ý là C_{20}^{10} Số cách chọn 10 học sinh nữ là C_{12}^{10} Số cách chọn 10 học sinh có đúng 1 học sinh nam là $C_8^1 C_{12}^9$	0,25

	Suy ra số cách chọn 10 học sinh có ít nhất 2 học sinh nam là $C_{20}^{10} - C_{12}^{10} - C_8^1 C_{12}^9$ Vậy xác suất chọn 10 học sinh có ít nhất 2 học sinh nam là $\frac{C_{20}^{10} - C_{12}^{10} - C_8^1 C_{12}^9}{C_{20}^{10}}$	0,25
Câu 10 (1,0 điểm)	Từ điều kiện ta có $a, b, c \in (0, 1)$ Theo bất đẳng thức Cauchy, ta có: $\frac{1}{a^4 + a^2 b^2} + \frac{1}{b^4 + a^2 b^2} \geq \frac{4}{a^4 + 2a^2 b^2 + b^4} = \frac{4}{(a^2 + b^2)^2} = \frac{4}{(1 - c^2)^2}$ Nên $P \geq \frac{4}{(1 - c^2)^2} + \frac{32}{(1 + c)^3}$	0,25
	Xét hàm số $f(c) = \frac{4}{(1 - c^2)^2} + \frac{32}{(1 + c)^3}$ với $c \in (0, 1)$ $\Rightarrow f'(c) = \frac{16c}{(1 - c^2)^3} - \frac{96}{(1 + c)^4} = 16 \cdot \frac{c(1 + c) - 6(1 - c)^3}{(1 - c)^3(1 + c)^4} = 16 \frac{6c^3 - 17c^2 + 19c - 6}{(1 - c)^3(1 + c)^4}$ $= 16 \frac{(2c - 1)(3c^2 - 7c + 6)}{(1 - c)^3(1 + c)^4}$	0,25
	Ta có: $f'(c) = 0 \Leftrightarrow c = \frac{1}{2}$ Lập bảng biến thiên suy ra $f(c) \geq f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{448}{27}$	0,25
	Vậy $\text{Min}(P) = \frac{448}{27} \Leftrightarrow a = b = \frac{\sqrt{6}}{4}, c = \frac{1}{2}$	0,25

-----HẾT-----