



**SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
QUẢNG NGÃI
ĐỀ THI CHÍNH THỨC**

KỲ THI TIẾP CẬN THI THPT QUỐC GIA NĂM 2015

Môn thi: Toán

Thời gian làm bài: 180 phút

Câu 1 (2 điểm) Cho hàm số $y = \frac{x-1}{x+1}$ (H)

- a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (H) của hàm số.
b) Viết phương trình đường thẳng d song song với đường thẳng $x + y + 2 = 0$ và cắt (H) tại hai điểm phân biệt A, B sao cho diện tích tam giác IAB bằng $2\sqrt{3}$ với I là giao điểm hai tiệm cận của (H)

Câu 2. (1 điểm)

- a. Giải phương trình $\frac{2\sin^2 x + 3\sqrt{2}\sin x - \sin 2x + 1}{(\sin x + \cos x)^2} = -1$.
b. Tìm số phức z có môđun bằng 1 sao cho $|z - 3 + 2i|$ nhỏ nhất.

Câu 3. (0,5 điểm) Giải phương trình: $\log_2(x+2) + 1 = \log_2 4x$.

Câu 4. (1 điểm) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} \sqrt{x-1} + \sqrt{y-1} = 2 \\ \sqrt{x+2} + \sqrt{y+2} = 4 \end{cases}$$

Câu 5. (1 điểm) Tính tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (x - \sin x)^2 dx$

Câu 6. (1 điểm) Cho hình chóp S.ABC có đáy ABC là tam giác vuông tại A với $BC = 2a$, góc $ABC = 60^\circ$. Gọi M là trung điểm BC. Biết $SA = SC = SM = a\sqrt{5}$. Tính thể tích khối chóp S.ABC và khoảng cách giữa hai đường thẳng SC và AB.

Câu 7. (1 điểm) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có $AB = 3AC$. Đường phân giác trong của góc BAC có phương trình: $x - y = 0$. Đường cao BH có phương trình: $3x + y - 16 = 0$. Hãy xác định tọa độ các điểm A, B, C, biết rằng đường thẳng AB đi qua điểm $M(4;10)$.

Câu 8. (1 điểm) Trong mặt phẳng Oxyz cho hai đường thẳng: $d_1 : \begin{cases} x = 1 \\ y = 4 + 2t \\ z = 3 + t \end{cases}$ $d_2 : \begin{cases} x = -3t' \\ y = 3 + t' \\ z = -2 \end{cases}$

Viết phương trình đường vuông góc chung của hai đường thẳng d_1, d_2 và phương trình mặt cầu tiếp xúc với cả hai đường thẳng d_1, d_2 .

Câu 9. (0,5 điểm) Trong một lần cứu trợ thiên tai, một tỉnh bạn đã ủng hộ cho tỉnh Quảng Ngãi 20 tấn lương thực, trong đó có 5 tấn gạo, 7 tấn bột mỳ và 8 tấn ngô. UBND tỉnh đã chia đều số lương thực đó cho 10 xã khó khăn nhất, mỗi xã chỉ được nhận 2 tấn khác loại, mỗi loại một tấn. Hai xã Nghĩa An và Nghĩa Phú là 2 trong số 10 xã đó. Tìm xác suất để 2 tấn lương thực mà xã Nghĩa An đã nhận được giống 2 tấn lương thực của xã Nghĩa Phú đã nhận.

Câu 10. (1 điểm) Xét 3 số thực x, y, z thỏa mãn $x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz = 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = x^2 + y^2 + z^2$.

=====HẾT=====



**SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
QUẢNG NGÃI**

**ĐÁP ÁN – THANG ĐIỂM ĐỀ THI
KỲ THI TIẾP CẬN THI THPT QUỐC GIA 2015
Môn: Toán**

CÂU	ĐÁP ÁN	ĐIỂM
Câu 1 (2 điểm)	a) 1,0 điểm	
	- Tập xác định và tiệm cận	0,25
	- Tính đơn điệu và bảng biến thiên	0,5
	- Đồ thị	0,25
	b) 1,0 điểm	
	Phương trình d có dạng $y = -x + m$ ($m \neq -2$) và $I(-1;1)$ là giao điểm hai đường tiệm cận của (H). Phương trình hoành độ giao điểm của d và (H) là: $\frac{x-1}{x+1} = -x + m \Leftrightarrow x^2 + (2-m)x - m - 1 = 0$ (1)	0,25
	(do $x = -1$ không thỏa mãn)	
	Ta có $\Delta = m^2 + 8 > 0$ nên (H) và d luôn cắt nhau tại hai điểm A, B phân biệt với $A(x_1; -x_1 + m)$, $B(x_2; -x_2 + m)$ trong đó x_1, x_2 là hai nghiệm của (1) nên $x_1 + x_2 = m - 2$, $x_1 x_2 = -m - 1$.	0,25
	$S_{IAB} = 2\sqrt{3} \Leftrightarrow AB.d(I, (d)) = 4\sqrt{3} \Leftrightarrow \frac{ m }{\sqrt{2}} \sqrt{2(x_1 - x_2)^2} = 4\sqrt{3}$	0,25
	$\Leftrightarrow m^2(m^2 + 8) = 48 \Leftrightarrow m^2 = 4 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 2 \\ m = -2 \end{cases}$	0,25
Câu 2 (1 điểm)	Đổi chiều điều kiện thì $m = 2$ là giá trị cần tìm	
	a) 0,5 điểm Đk: $x \neq \frac{-\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$ Phương trình tương đương với: $\frac{2\sin^2 x + 3\sqrt{2}\sin x - \sin 2x + 1}{1 + \sin 2x} = -1$ $\Leftrightarrow 2\sin^2 x + 3\sqrt{2}\sin x - \sin 2x + 1 = -1 - \sin 2x$ $\Leftrightarrow 2\sin^2 x + 3\sqrt{2}\sin x + 2 = 0$ $\Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = -\sqrt{2} \\ \sin x = -\frac{\sqrt{2}}{2} \end{cases}$	0,25



$$\Leftrightarrow \sin x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{-\pi}{4} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{4} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$$

So với điều kiện, ta có nghiệm của phương trình là $x = \frac{5\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$

0,25

b) 0,5 điểm

Giả sử $z = x + yi$ với $x^2 + y^2 = 1$ (1)

$$u = 3 - 2i$$

Gọi $M(x, y)$; $A(3; -2)$ là điểm biểu diễn của z và u trên mặt phẳng phức.

Suy ra $|z - 3 + 2i| = AM$

Rõ ràng M thuộc đường tròn (C) tâm gốc tọa độ O , bán kính $R=1$

Gọi I là giao điểm của tia OA với (C)

Vì $A(3; -2)$ nên I thuộc góc phần tư IV . Suy ra $x_I > 0$

Ta có $AM \geq OA - OM = \sqrt{13} - 1$. Dấu đẳng thức xảy ra khi $M \equiv I$

OA có phương trình: $y = -\frac{2}{3}x$, thay vào (1) suy ra $x = \frac{3}{\sqrt{13}}$ (vì $x_I > 0$).

$$\text{Suy ra } y = \frac{-2}{\sqrt{13}}.$$

$$\text{Vậy } M\left(\frac{3}{\sqrt{13}}; \frac{-2}{\sqrt{13}}\right). \Rightarrow z = \frac{3}{\sqrt{13}} - \frac{2}{\sqrt{13}}i.$$

0,25

0,25

Câu 3
(0,5 điểm)

Đk: $x > 0$

Phương trình tương đương với $\log_2 2(x+2) = \log_2 4x$

0,25

$$\Leftrightarrow 2x + 4 = 4x \Leftrightarrow x = 2. \text{ Vậy nghiệm phương trình là } x = 2$$

0,25

Câu 4
(1 điểm)

Đk: $x \geq 1; y \geq 1$

Hệ đã cho tương đương với:

$$\begin{cases} x-1+y-1+2\sqrt{(x-1)(y-1)} = 4 & (3) \\ x+2+y+2+2\sqrt{(x+2)(y+2)} = 16 & (4) \end{cases}$$

$$\begin{cases} x-1+y-1+2\sqrt{(x-1)(y-1)} = 4 & (3) \\ x+2+y+2+2\sqrt{(x+2)(y+2)} = 16 & (4) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (x-1)+(y-1)+2\sqrt{(x-1)(y-1)} = 4 \\ (x-1)+(y-1)+2\sqrt{(x-1)(y-1)}+3(x-1+y-1)+9 = 10 \end{cases}$$

Đặt $t = \sqrt{(x-1)(y-1)} \geq 0$, thì từ (3) suy ra $x-1+y-1 = 4 - 2t$

Thay vào (4) ta có: $\sqrt{t^2 - 6t + 21} = t + 3 \Leftrightarrow t = 1$

$$\text{Suy ra } \begin{cases} (x-1)+(y-1) = 2 \\ (x-1)(y-1) = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 2 \end{cases}$$

0,25

0,25
0,25



Câu 5
(1 điểm)

Hệ có nghiệm duy nhất $x=2; y=2$.

0,25

$$I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (x - \sin x)^2 dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (x^2 - 2x \sin x + \sin^2 x) dx$$

0,25

$$= \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left(x^2 + \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cos 2x \right) dx - 2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} x \sin x dx$$

$$= \frac{\pi^3}{24} + \frac{\pi}{4} - 2I_1.$$

0,25

$$\text{Đặt } \begin{cases} u = x \\ dv = \sin x dx \end{cases} \rightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = -\cos x \end{cases}$$

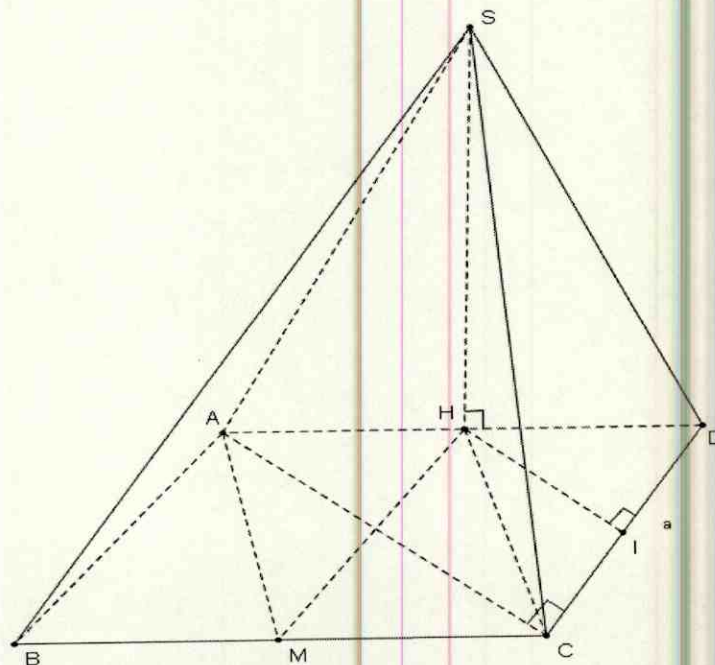
$$\text{Vậy: } I_1 = -x \cos x \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} + \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x dx = 1$$

0,25

$$\text{Do đó } I = \frac{\pi^3}{24} + \frac{\pi}{4} - 2$$

0,25

Câu 6
(1 điểm)



$$\text{Ta có diện tích đáy } S_{ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot AC = \frac{1}{2} 2a \sin 30^\circ \cdot 2a \sin 60^\circ = \frac{a^2 \sqrt{3}}{2}$$

0,25

Gọi H là hình chiếu vuông góc của S trên (ABC) do:

$SA = SC = SM$ nên $HA = HC = HM$. Suy ra tứ giác AMCH là hình thoi cạnh a, góc AMC bằng 120° .

0,25



	Vậy $h = SH = \sqrt{SA^2 - AH^2} = 2a$ nên $V = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2 \sqrt{3}}{2} \cdot 2a = \frac{a^3 \sqrt{3}}{3}$ Gọi D là điểm sao cho HMDC là thoi, I là trung điểm CD. Do H là trung điểm AD nên $d(SC, AB) = d(AB, (SCD)) = 2d(H, (SCD)) = 2d(H, SI) = 2HK$ với K là hình chiếu của H trên SI Có $HK \cdot SI = SH \cdot HI \Rightarrow HK = \frac{SH \cdot HI}{SI} = \frac{2a \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2}}{\sqrt{4a^2 + \frac{3a^2}{4}}} = \frac{a\sqrt{3}}{2\sqrt{19}}$ Vậy khoảng cách giữa SC và AB là $\frac{a\sqrt{3}}{\sqrt{19}} = \frac{a\sqrt{57}}{19}$.	0,25
Câu 7 (1 điểm)	Gọi M' là điểm đối xứng của M qua đường phân giác trong góc A Suy ra $M'(10;4)$; $M' \in AC$ Vì đường cao qua đỉnh B có phương trình $3x+y-16=0$ nên AC nhận $\vec{n}(1;-3)$ làm vtpt $\Rightarrow AC: x-3y+2=0$ Tọa độ A là nghiệm của hệ $\begin{cases} x-y=0 \\ x-3y+2=0 \end{cases} \Rightarrow A(1;1)$ $\overrightarrow{AM} = (3;9) \Rightarrow AB: 3x-y-2=0$ Tọa độ B là nghiệm của hệ $\begin{cases} 3x-y-2=0 \\ 3x+y-16=0 \end{cases} \Rightarrow B(3;7)$ Gọi $C(x;y)$ Vì $AB^2 = 9AC^2 \Rightarrow 40 = 9[(x-1)^2 + (y-1)^2] \Rightarrow x=3$ (Vì B, C khác phía đối với đường thẳng $y=x$). Suy ra $y = \frac{5}{3}$. Vậy $A(1;1), B(3;7), C(3;\frac{5}{3})$	0,25 0,25 0,25
Câu 8 (1 điểm)	Gọi $A(1;-4+2t; 3+t) \in d_1$; $B(-3t; 3+2t; -2) \in d_2$. $\Rightarrow \overrightarrow{AB} = (-3t'-1; 2t'-2t+7; -t-5)$ Véc tơ chỉ phương của d_1, d_2 lần lượt là: $\vec{a}_1 = (0;2;1)$, $\vec{a}_2 = (-3;2;0)$ AB là đoạn vuông góc chung của d_1, d_2 khi và chỉ khi: $\begin{cases} \vec{a}_1 \cdot \overrightarrow{AB} = 0 \\ \vec{a}_2 \cdot \overrightarrow{AB} = 0 \end{cases}$	0,25



	$\Leftrightarrow \begin{cases} 4t' - 4t + 14 - t - 5 = 0 \\ 49t' + 3 + 4t' - 4t + 14 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t' = -1 \\ t = 1 \end{cases}$ Vậy A(1; -2; 4) và B(3; 1; -2) Phương trình đường vuông góc chung d_1 và d_2 là: $\frac{x-1}{3-1} = \frac{y+2}{1+2} = \frac{z-4}{-2-4} \Leftrightarrow \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{3} = \frac{z-4}{-6}$ Có vô số mặt cầu tiếp xúc với d_1, d_2, một trong các mặt cầu là mặt cầu nhận AB làm đường kính, có tâm I $(2; -\frac{1}{2}; 1)$ là trung điểm AB và có $R = \frac{AB}{2} = \frac{\sqrt{4+9+36}}{2} = \frac{7}{2}$ Phương trình (S) là: $(x-2)^2 + (y+\frac{1}{2})^2 + (z-1)^2 = \frac{49}{4}$ Chú ý: Nếu học sinh chỉ ra một mặt cầu khác thỏa mãn thì cũng cho 0,25đ	0,25
Câu 9 (0,5 điểm)	Gọi x, y, z lần lượt là số xã nhận 2 loại lương thực (gạo, mỳ); (gạo, ngô), (mỳ, ngô) Ta có $\begin{cases} x + y = 5 \\ x + z = 7 \\ y + z = 8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 3 \\ z = 5 \end{cases}$ Số không gian mẫu $\Omega = C_{10}^2 \cdot C_8^3 \cdot C_5^5 = 2520$ Gọi A là biến cố “Nghĩa An và Nghĩa Phú nhận 2 loại như nhau” A_1 là biến cố “Nghĩa An và Nghĩa Phú nhận 2 loại gạo, mỳ” A_2 là biến cố “Nghĩa An và Nghĩa Phú nhận 2 loại gạo, ngô” A_3 là biến cố “Nghĩa An và Nghĩa Phú nhận 2 loại mỳ, ngô” Suy ra A_1, A_2, A_3 đôi một xung khắc và $A = A_1 \cup A_2 \cup A_3$ Ta có $ \Omega_{A_1} = C_8^3 \cdot C_5^5; \Omega_{A_2} = C_8^1 \cdot C_7^2 \cdot C_5^5; \Omega_{A_3} = C_8^3 \cdot C_5^3 \cdot C_2^2$ $\Rightarrow P(A) = P(A_1) + P(A_2) + P(A_3) = \frac{14}{45}$	0,25
Câu 10 (1 điểm)	Ta có $1 = x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz = (x+y+z)(x^2 + y^2 + z^2 - xy - yz - zx)$ (1) $\Rightarrow x^2 + y^2 + z^2 - xy - yz - zx \neq 0$ Mà $x^2 + y^2 + z^2 - xy - yz - zx \geq 0, \forall x, y, z$ Nên $x^2 + y^2 + z^2 - xy - yz - zx > 0 \Rightarrow x + y + z > 0$ Đặt $t = x + y + z > 0$. Từ (1) ta có $P = \frac{t^2}{3} + \frac{2}{3t}$ Xét $f(t) = \frac{t^2}{3} + \frac{2}{3t}$ trên $(0; +\infty)$, ta có $f'(t) = \frac{2t}{3} - \frac{2}{3t^2}$	0,25



$f'(t) = 0 \Leftrightarrow t = 1$. Ta có BBT

t	0	1	$+\infty$
$f'(t)$	-	0	+
$f(t)$	$+\infty$	1	$+\infty$

0,25

$$\min_{(0;+\infty)} f(t) = f(1) = 1 = \min P$$

Dấu đẳng thức xảy ra khi $(x;y;z)=(1;0;0)$ và các hoán vị.

0,25