| SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO<br>LÂM ĐỒNG | KỲ THI THỬ THPT QUỐC GIA NĂM 2015 |
| --- | --- |
| **ĐỀ CHÍNH THỨC**<br>*(Đề có 1 trang)* | **MÔN: TOÁN LỚP 12**<br>Thời gian làm bài: 180 phút |

**Câu 1.** *(2 điểm)* Cho hàm số $y = x^3 - 6x^2 + 9x - 4$, có đồ thị (C).

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số.

2) Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C), biết tiếp tuyến đó song song với đường thẳng có phương trình $y = 9x - 4$.

**Câu 2.** *(1 điểm)* Giải các phương trình sau:

1) $\log_2 x^2 - 2\log_4(x+2) - 1 = 0$.

2) $\left(\sin\dfrac{x}{2} - \cos\dfrac{x}{2}\right)^2 = 1 - \sin 2x$.

**Câu 3.** *(1 điểm)* Tính tích phân: $I = \int_1^2 x\left(\ln x + \dfrac{1}{1+x^2}\right)dx$.

**Câu 4.** *(1 điểm)* Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x^2 + 6y - 4 = \sqrt{2(1-y)(x^3+1)} \\ (3-x)\sqrt{2-x} - 2y\sqrt{2y-1} = 0 \end{cases}$

**Câu 5.** *( 1 điểm)*

1) Cho số phức z thỏa mãn hệ thức $(1+i)z = 1 + (1-i)z$. Tìm phần thực, phần ảo của số phức z.

2) Cuối năm học, số học sinh giỏi của lớp 11A, 11B, 11C của Trường trung học phổ thông X lần lượt là 7, 4, 5. Chọn ngẫu nhiên 4 học sinh trong số đó tham gia giao lưu với Trường bạn. Tính xác suất để 4 học sinh được chọn phải có đủ ở cả 3 lớp.

**Câu 6.** *(1 điểm)* Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình chữ nhật, tâm O. Cạnh SA vuông góc với mặt phẳng (ABCD) và SA = $a\sqrt{3}$. Biết bán kính đường tròn ngoại tiếp hình chữ nhật ABCD bằng $\dfrac{a\sqrt{3}}{3}$ và góc $\widehat{ACB} = 30^0$. Tính theo a thể tích của khối chóp S.ABCD và khoảng cách giữa hai đường thẳng AC; SB.

**Câu 7.** *(1 điểm)* Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hình chữ nhật ABCD có diện tích bằng 12, $I\left(\dfrac{9}{2};\dfrac{3}{2}\right)$ là tâm hình chữ nhật và M(3; 0) là trung điểm của cạnh AD. Tìm tọa độ các đỉnh của hình chữ nhật, biết tung độ của điểm D là một số thực âm.

**Câu 8.** *(1 điểm)* Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho điểm A(1;1;-5), B(2;4;3), C(1;5;2).

1) Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua A và vuông góc với BC.

2) Viết phương trình mặt cầu tâm I và tiếp xúc với mặt phẳng (Q):$2x - y + z - 6 = 0$. Với I là điểm đối xứng của điểm A qua đường thẳng BC.

**Câu 9.** *(1 điểm)* Cho các số thực dương a, b, c thỏa mãn $a^2 + b^2 + c^2 = 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $P = \dfrac{1}{\sqrt{a^2+ab}} + \dfrac{1}{\sqrt{b^2+ab}} + \dfrac{2\sqrt{3}}{1+c}$

-------------**Hết**---------------

*Họ tên thí sinh:*.......................................................*SBD:*.....................

*Chữ ký giám thị 1:*..............................*Chữ ký giám thị 2:*........................

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
LÂM ĐỒNG

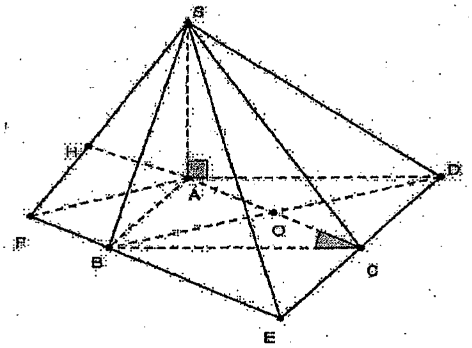
KỲ THI THỬ THPT QUỐC GIA NĂM 2015

MÔN: TOÁN LỚP 12

## HƯỚNG DẪN CHẤM (5 trang)

| Câu | Ý | Nội dung yêu cầu | Điểm |
|---|---|---|---|
| Câu 1 | 1 (1đ) | **1. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số** $y = x^3 - 6x^2 + 9x - 4$ **(C)** | |
| | | + Tập xác định : D = R | |
| | | + Sự biến thiên<br>- Đạo hàm $y' = 3x^2 - 12x + 9$<br>$y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = 3 \end{array}\right.$ | 0,25 |
| | | - Giới hạn $\lim\limits_{x\to-\infty} y = -\infty$; $\lim\limits_{x\to+\infty} y = +\infty$<br>- Bảng biến thiên. | 025 |
| | | - Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1;3)$; Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;1)$ và khoảng $(3;+\infty)$. | 0,25 |
| | | - Hàm số đạt cực đại tại điểm x = 1, $y_{CĐ} = 0$. Hàm số đạt cực tiểu tại điểm x = 3, $y_{CT} = -4$. | |
| | | + Đồ thị | 0,25 |
| | 2 (1đ) | **2.** Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C). | |
| | | + Gọi d là tiếp tuyến của (C) tại $M(x_0;y_0)$ và d song song với đường thẳng y = 9x – 4. Suy ra d có hệ số góc bằng 9. | 0,25 |
| | | + Giải pt : $y'(x_0) = 9 \Leftrightarrow x_0 = 0$ hoặc $x_0 = 4$. Suy ra M(0 ; - 4) ; M(4 ; 0) | 0,25 |
| | | + Tại M(0; - 4), d: y = 9x – 4 (loại)<br>+ Tại M(4; 0), d: y = 9x - 36 | 0,25 |
| | | Kết luận: pttt d: y = 9x - 36 | 0,25 |
| Câu 2 | 1 (0.5đ) | **1. Giải phương trình:** $\log_2 x^2 - 2\log_4(x+2) - 1 = 0$ | |
| | | + Điều kiện: $-2 < x \neq 0$<br>+ Trong điều kiện đó phương trình trở thành<br>$\log_2 x^2 - \log_2(x+2) - 1 = 0 \Leftrightarrow \log_2 x^2 = \log_2(x+2) + 1$<br>$\Leftrightarrow \log_2 x^2 = \log_2 2(x+2)$ | 0,25 |
| | | $\Leftrightarrow x^2 = 2(x+2) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1+\sqrt{5} \\ x = 1-\sqrt{5} \end{array}\right.$<br>Kết luận: nghiệm phương trình: $x = 1 \pm \sqrt{5}$ | 0,25 |
| | 2 (0.5đ) | **2. Giải phương trình:** $\left(\sin\frac{x}{2} - \cos\frac{x}{2}\right)^2 = 1 - \sin 2x$ | |
| | | + Biến đổi phương trình về dạng:<br>$1 - 2\sin\frac{x}{2}\cos\frac{x}{2} = 1 - \sin 2x \Leftrightarrow \sin 2x = \sin x$ | 0.25 |
| | | $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2x = x + k2\pi \\ 2x = \pi - x + k2\pi \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = k2\pi \\ x = \frac{\pi}{3} + \frac{k2\pi}{3} \end{array}\right.$ | 0.25 |

| | | | |
|---|---|---|---|
| Câu 3 | 1đ | **Tính tích phân:** $I=\int_1^2 x\left(\ln x+\frac{1}{1+x^2}\right)dx$ | |
| | | Tách I = $I_1 + I_2$ | 0,25 |
| | | • Tính $I_1=\int_1^2 x\ln x dx$<br>+ Đặt $\begin{cases}u=\ln x\\ xdx=dv\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}du=\frac{1}{x}dx\\ v=\frac{x^2}{2}\end{cases}$<br>+ $I_1=\frac{x^2}{2}\ln x\Big\|_1^2-\int_1^2\frac{x}{2}dx=2\ln 2-\frac{x^2}{4}\Big\|_1^2=2\ln 2-\frac{3}{4}$ | 0.25 |
| | | • Tính $I_2=\int_1^2\frac{x}{1+x^2}dx$<br>+ Đặt $t=1+x^2\Rightarrow dt=2xdx\Rightarrow xdx=\frac{dt}{2}$<br>+ Đổi cận: x = 1 ⇒ t = 2; x = 2 ⇒ t = 5<br>+ $I_2=\frac{1}{2}\int_2^5\frac{1}{t}dt=\frac{1}{2}\ln\|t\|\Big\|_2^5=\frac{1}{2}\ln\frac{5}{2}$ | 0.25 |
| | | Kết luận: $I=2\ln 2-\frac{3}{4}+\frac{1}{2}\ln\frac{5}{2}$ | 0.25 |
| Câu 4 | 1đ | **Giải hệ phương trình:** $\begin{cases}x^2+6y-4=\sqrt{2(1-y)(x^3+1)} & (1)\\ (3-x)\sqrt{2-x}-2y\sqrt{2y-1}=0 & (2)\end{cases}$ | |
| | | + Đ k: $\begin{cases}x\le 2\\ y\ge\frac{1}{2}\\ (1-y)(x^3+1)\ge 0\end{cases}$<br>+ Ta có<br>$(3-x)\sqrt{2-x}-2y\sqrt{2y-1}=0\Leftrightarrow\left[1+(2-x)\right]\sqrt{2-x}=\left[1+(2y-1)\right]\sqrt{2y-1}$ | 0.25 |
| | | • Xét hàm số *f(t) = (1 + t²)t = t³ + t*<br>*f'(t) = 3t² + 1 > 0 ∀t ∈ R. Hàm số tăng trên R*<br>• mà $f\left(\sqrt{2-x}\right)=f\left(\sqrt{2y-1}\right)\Leftrightarrow\sqrt{2-x}=\sqrt{2y-1}$<br>⇔ 2 – x = 2y – 1 ⇔ 2y = 3 – x | 0.25 |
| | | + Với 2y = 3 – x, thay vào phương trình (1) ta có:<br>$x^2+6y-4=\sqrt{2(1-y)(x^3+1)}\Leftrightarrow x^2+3(3-x)-4=\sqrt{(2-(3-x))(x^3+1)}$<br>$\Leftrightarrow x^2-3x+5=\sqrt{(x-1)(x^3+1)}$<br>$\Leftrightarrow 3\left(x^2-x+1\right)-2(x^2-1)=\sqrt{\left(x^2-1\right)(x^2-x+1)}$<br>$\Leftrightarrow 3-\frac{2(x^2-1)}{x^2-x+1}=\sqrt{\frac{x^2-1}{x^2-x+1}}$<br>$\Leftrightarrow x=2$ | 0.25 |
| | | + So đk, kết luận nghiệm của hệ phương trình : $\begin{cases}x=2\\ y=\frac{1}{2}\end{cases}$ | 0.25 |

| | | | |
|---|---|---|---|
| Câu 5 | 1 (0.5đ) | **1. Tìm phần thực, phần ảo của số phức z thỏa mãn** $(1+i)z = 1+(1-i)z$. | |
| | | + Biến đổi đẳng thức về được $z=-\frac{1}{2}i$ | 0,25 |
| | | + Kết luận: Phần thực là 0; Phần ảo là $-\frac{1}{2}$ | 0,25 |
| | 2 (0.5đ) | **2. Cuối năm học, số học sinh giỏi của lớp 11A, 11B, 11C của Trường trung học phổ thông X lần lượt là 7, 4, 5. Chọn ngẫu nhiên 4 học sinh trong số đó tham gia giao lưu với Trường bạn. Tính xác suất để 4 học sinh được chọn phải có đủ ở cả 3 lớp.** | |
| | | + Tính được $n(\Omega)=C_{16}^4$<br>+ Gọi A là biến cố cần tính xác suất<br>+ Tính $n(A)=C_7^2.4.5+7.C_4^2.5+7.4.C_5^2$ | 0.25 |
| | | + Tính $P(A)=\frac{n(A)}{n(\Omega)}=\frac{C_7^2.4.5+7.C_4^2.5+7.4.C_5^2}{C_{16}^4}=\frac{1}{2}$ | 0,25 |
| Câu 6 | (1đ) | **Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình chữ nhật, tâm O. Cạnh SA vuông góc với mặt phẳng (ABCD) và SA = $a\sqrt{3}$. Biết bán kính đường tròn ngoại tiếp hình chữ nhật ABCD bằng $\frac{a\sqrt{3}}{3}$ và góc $\widehat{ACB}=30^0$. Tính theo a thể tích của khối chóp S.ABCD và khoảng cách giữa hai đường thẳng AC; SB.** | |
| | |  | |
| | | *** $V_{S.ABCD}$ = ?**<br>+ Tính AC = 2AO = 2R = $\frac{2a\sqrt{3}}{3}$. Suy ra BC = AC.cos30$^0$ = a;<br>AB = AC.sin30$^0$ = $\frac{a\sqrt{3}}{3}$ | 0.25 |
| | | + $S_{ABCD}=AB.BC=\frac{a^2\sqrt{3}}{3}$. Suy ra $V_{S.ABCD}=\frac{1}{3}S_{ABCD}.SA=\frac{a^3}{3}$ | 0.25 |

| | | | |
|---|---|---|---|
| | | * d(AC ; SB) = ?<br>+ Gọi E là giao điểm của đường thẳng CD và đường thẳng đi qua B và song song với AC. Khi đó AC // (SBE).<br>Vậy d(AC ; SB) = d(AC ; (SBE)) = d(A ; (SBE))<br>+ Từ A kẻ AF ⊥ BE. Ta có (SBE) ⊥ (SAF)<br>+ Kẻ AH ⊥ SF ⇒ AH ⊥ (SBE). Vậy d(AC ; SB) = d(A ; (SBE)) = AH<br>+ Tính được AH = $\frac{a\sqrt{39}}{13}$ | <br><br><br><br><br>0.25<br>0.25 |
| | | | |
| Câu 7 | 1đ | **Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy cho hình chữ nhật ABCD có diện tích bằng 12, $I\left(\frac{9}{2};\frac{3}{2}\right)$ là tâm hình chữ nhật và M(3;0) là trung điểm của cạnh AD. Tìm tọa độ các đỉnh của hình chữ nhật, biết tung độ của điểm D là một số thực âm.** | |
| | | + Phương trình đường thẳng (AD): x + y − 3 = 0<br>+ $AB = 2MI = 3\sqrt{2}$. Từ $S_{ABCD} = 12 \Rightarrow MA = MD = \sqrt{2}$<br>+ Phương trình đường tròn tâm M bán kính $R = \sqrt{2}$ là: $(x-3)^2 + y^2 = 2$<br>+ Tọa độ điểm A, D là nghiệm của hệ phương trình:<br>$\begin{cases} x+y-3=0 \\ (x-3)^2+y^2=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=1 \end{cases} \vee \begin{cases} x=4 \\ y=-1 \end{cases}$<br>Vậy A(2;1), D(4;-1). Suy ra C(7;2), B(5;4) | 0.25<br>0.25<br>0.25<br>0.25 |
| Câu 8 | | **Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz cho điểm A(1;1;- 5), B(2;4;3), C(1;5;2).**<br>**a) Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua A và vuông góc với BC.**<br>**b) Viết phương trình mặt cầu tâm I và tiếp xúc với mặp phẳng (Q): 2x − y + z − 6 = 0. Với I là điểm đối xứng của điểm A qua đường thẳng BC.** | |
| | 1 (0.5đ) | 1) + Tính $\overrightarrow{BC}(-1;1;-1)$<br>+ Phương trình (P) đi qua A và có VTPT $\overrightarrow{BC}(-1;1;-1)$ có phương trình là: x − y + z + 5 = 0 | 0.25<br>0.25 |
| | 2 (0.5đ) | 2) + pt (BC): $\begin{cases} x=1-t \\ y=5+t, \text{ t} \in \text{R} \\ z=2-t \end{cases}$<br>+ Gọi H = (BC) ∩ (P). Suy ra tọa độ của H là nghiệm của hệ phương trình: $\begin{cases} x=1-t \\ y=5+t \\ z=2-t \\ x-y+z+5=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t=1 \\ x=0 \\ y=6 \\ z=1 \end{cases}$<br>Vậy H(0; 6; 1). Do I đối xứng với A qua BC nên H là trung điểm của AI. Suy ra I(-1;11; 7)<br>+ Gọi (S) là mặt cầu tâm I và tiếp xúc với (Q). Suy ra bán kính mặt cầu là R = d(I; (Q)) = $2\sqrt{6}$<br>+ (S): $(x+1)^2 + (y-11)^2 + (z-7)^2 = 24$ | <br><br><br>0.25<br><br>0.25 |

| | | | |
|---|---|---|---|
| | | | |
| Câu 9 | 1đ | **Cho các số thực dương a, b, c thỏa mãn** $a^2+b^2+c^2=1$**. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:**<br>$P=\frac{1}{\sqrt{a^2+ab}}+\frac{1}{\sqrt{b^2+ab}}+\frac{2\sqrt{3}}{1+c}$ | |
| | | + Áp dụng bất đẳng thức Cauchy ta có:<br>$\frac{1}{\sqrt{a^2+ab}}+\frac{1}{\sqrt{b^2+ab}}\geq\frac{2}{\sqrt[4]{(a^2+ab)(b^2+ab)}}\geq\frac{2}{\sqrt{\frac{a^2+ab+b^2+ab}{2}}}\geq\frac{2}{\sqrt{a^2+b^2}}$ | 0.25 |
| | | Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi a = b<br>+ $P\geq\frac{2}{\sqrt{a^2+b^2}}+\frac{2\sqrt{3}}{c+1}=\frac{2}{\sqrt{1-c^2}}+\frac{2\sqrt{3}}{c+1}$ | 0.25 |
| | | + Xét hàm $f(c)=\frac{2}{\sqrt{1-c^2}}+\frac{2\sqrt{3}}{c+1};\ c\in(0;1)$<br>Ta có $f'(c)=\frac{2c}{(1-c^2)\sqrt{1-c^2}}-\frac{2\sqrt{3}}{(1+c)^2}=\frac{2c(1+c)^2-2\sqrt{3}(1-c^2)\sqrt{1-c^2}}{(1+c)^2(1-c^2)\sqrt{1-c^2}}$<br>+ $f'(c)=0\Leftrightarrow 2c(1+c)^2-2\sqrt{3}(1-c^2)\sqrt{1-c^2}=0;\ c\in(0;1)$<br>$\Leftrightarrow\begin{cases}4c^3-8c^2+9c-3=0\\ c\in(0;1)\end{cases}\Leftrightarrow c=\frac{1}{2}$ | 0.25 |
| | | + Lập bảng biến thiên của hàm f(c) trên (0;1). Tìm được<br>$M\text{in}\,P=\frac{8\sqrt{3}}{3}$ xảy ra khi $a=b=\frac{\sqrt{6}}{4},c=\frac{1}{2}$ | 0.25 |