

Câu 1.(2,0 điểm) Cho hàm số $y = f(x) = \frac{2x+1}{x-1}$ (1)

- a). Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số (1).
b). Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) tại điểm M thuộc (C) và có tung độ bằng 3.

Câu 2.(1,0 điểm)

- a). Cho $0 < x < \frac{\pi}{4}$ và $x - y = \frac{3\pi}{4}$. Tính giá trị của biểu thức $A = (1 - \tan x)(1 + \tan y)$
b). Tìm số phức z và tính môđun z , biết $(3+i)\bar{z} + (1+i)(2-i) = 5-i$

Câu 3.(0,5 điểm) Giải phương trình $\log_3(x^2 + 3x) + \log_{\frac{1}{3}}(2x+2) = 0$

Câu 4.(1,0 điểm) Giải bất phương trình $2x+5 > \sqrt{2-x}(\sqrt{x-1} + \sqrt{3x+4})$

Câu 5.(1,0 điểm) Tính tích phân $I = \int_e^{e^2} (1 + \ln x) x dx$

Câu 6.(1,0 điểm) Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại C , $BC = 2a$. Tam giác SAB vuông cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt đáy, mặt bên (SAC) hợp với mặt đáy một góc 60° . Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABC$ và khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SCI) , biết rằng I là trung điểm của cạnh AB .

Câu 7.(1,0 điểm) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho hình thang $ABCD$ có $\widehat{BAD} = \widehat{ADC} = 90^\circ$, $AB = AD = 2$, $DC = 4$, đỉnh C nằm trên đường thẳng $d: 3x - y + 2 = 0$. Điểm M nằm trên cạnh AD sao cho $AM = 2MD$ và đường thẳng BM có phương trình là $3x - 2y + 2 = 0$. Tìm tọa độ của đỉnh C .

Câu 8.(1,0 điểm) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;3;-2)$ và mặt phẳng (P) có phương trình $2x - y + 2z - 1 = 0$. Viết phương trình mặt cầu (S) có tâm là A và tiếp xúc với (P) . Tìm tọa độ của tiếp điểm.

Câu 9.(0,5 điểm) Cho tập hợp $E = \{1;2;3;4;5;6\}$ và M là tập tất cả các số gồm hai chữ số phân biệt thuộc E . Lấy ngẫu nhiên một số thuộc M . Tính xác suất để tổng hai chữ số của số đó lớn hơn 7.

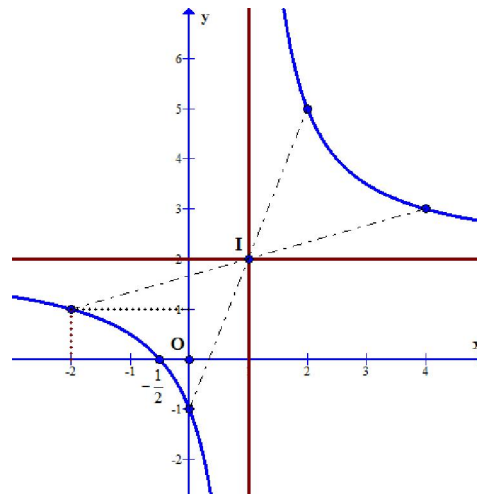
Câu 10.(1,0 điểm) Cho a, b, c là ba số thực dương và thỏa mãn điều kiện $3(a^2 + b^2 + c^2) = 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$Q = \sqrt{a^2 + b^2 + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}} + \sqrt{b^2 + c^2 + \frac{1}{c^2} + \frac{1}{a^2}} + \sqrt{c^2 + a^2 + \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2}}$$

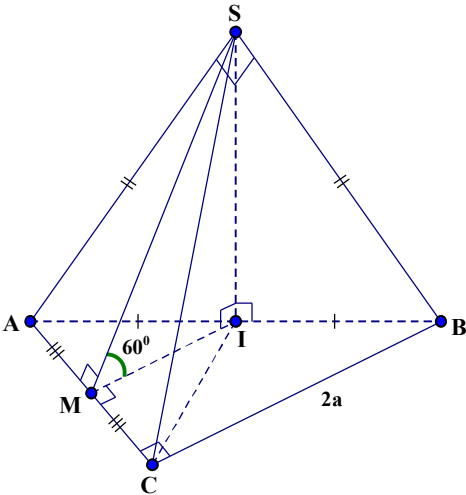
----- HẾT -----

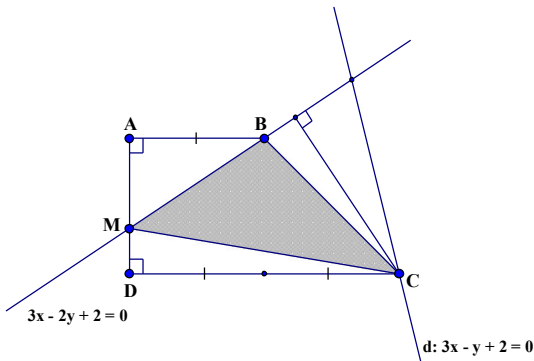
Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh:.....; Số báo danh:.....

CÂU	ĐÁP ÁN	ĐIỂM																		
1. (2,0 điểm)	Cho hàm số $y = f(x) = \frac{2x+1}{x-1}$ (1)																			
	a).(1,0đ) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số (1).																			
	+ Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$ + Giới hạn và tiệm cận: $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} y = 2 \Rightarrow$ tiệm cận ngang $y = 2$ $\lim_{x \rightarrow 1^-} y = -\infty; \lim_{x \rightarrow 1^+} y = +\infty \Rightarrow$ tiệm cận đứng $x = 1$	0,25																		
	+ Sự biến thiên: • Chiều biến thiên: $y' = \frac{-3}{(x-1)^2}; y' < 0, \forall x \in D$. Hàm số nghịch biến trên từng khoảng $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$. • Cực trị: Hàm số không có cực trị	0,25																		
	• Bảng biến thiên <table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td></td><td>1</td><td></td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>y'</td><td></td><td>—</td><td></td><td>—</td><td></td></tr><tr><td>y</td><td>2</td><td></td><td>$+\infty$</td><td></td><td>2</td></tr></table>	x	$-\infty$		1		$+\infty$	y'		—		—		y	2		$+\infty$		2	0,25
x	$-\infty$		1		$+\infty$															
y'		—		—																
y	2		$+\infty$		2															
	• Đồ thị: 	0,25																		
	b).(1,0đ) Viết phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm M có tung độ bằng 3.																			
	+ Gọi $M(x_0; 3) \in (C)$ ta có x_0 là nghiệm của phương trình $\frac{2x_0+1}{x_0-1} = 3 \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 \neq 1 \\ 2x_0+1 = 3(x_0-1) \end{cases} \Leftrightarrow x_0 = 4. \text{ Suy ra } M(4; 3)$	0,25																		
	+ Ta có $f'(x) = \frac{-3}{(x-1)^2} \Rightarrow$ hệ số góc của tiếp tuyến là $f'(4) = \frac{-3}{(4-1)^2} = -\frac{1}{3}$	0,25																		
	+ Phương trình tiếp tuyến của (C) tại $M(4; 3)$: $y = -\frac{1}{3}(x-4) + 3$	0,25																		
	+ Vậy phương trình tiếp tuyến cần tìm là $y = -\frac{1}{3}x + \frac{13}{3}$	0,25																		

CÂU	ĐÁP ÁN	ĐIỂM
2. (1,0 điểm)	a).(0,5đ) Cho $0 < x < \frac{\pi}{4}$ và $x - y = \frac{3\pi}{4}$. Tính giá trị của biểu thức $A = (1 - \tan x)(1 + \tan y)$	
	+ Ta có $x = \frac{3\pi}{4} + y$ và $\tan x = \tan\left(\frac{3\pi}{4} + y\right) = \frac{\tan \frac{3\pi}{4} + \tan y}{1 - \tan \frac{3\pi}{4} \tan y} = \frac{-1 + \tan y}{1 + \tan y}$	0,25
	+ Khi đó $A = \left[1 - \left(\frac{-1 + \tan y}{1 + \tan y}\right)\right](1 + \tan y) = 1 + \tan y + 1 - \tan y = 2$	0,25
	b).(0,5đ) Tìm số phức z và tính môđun z , biết $(3+i)\bar{z} + (1+i)(2-i) = 5-i$	
	+ Giả sử $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$), ta có $(1) \Leftrightarrow (3+i)(a-bi) = 2-2i$ $\Leftrightarrow (3a+b) + (a-3b)i = 2-2i$	0,25
	+ $\Leftrightarrow \begin{cases} 3a+b=2 \\ a-3b=-2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=\frac{2}{5} \\ b=\frac{4}{5} \end{cases}$ Vậy $z = \frac{2}{5} + \frac{4}{5}i$ và $ z = \frac{2\sqrt{5}}{5}$	0,25
3. (0,5điểm).	Giải phương trình $\log_3(x^2 + 3x) + \log_{\frac{1}{3}}(2x+2) = 0$ (1)	
	+ ĐK: $\begin{cases} x^2 + 3x > 0 \\ 2x+2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow x > 0$ (*) Ta có $(1) \Leftrightarrow \log_3(x^2 + 3x) - \log_3(2x+2) = 0 \Leftrightarrow \log_3(x^2 + 3x) = \log_3(2x+2)$	0,25
	+ $\Leftrightarrow x^2 + 3x = 2x+2 \Leftrightarrow x^2 + x - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=-2 \end{cases}$ Kết hợp với điều kiện (*), ta có nghiệm của phương trình là $x = 1$	0,25
4. (1,0 điểm)	Giải bất phương trình $2x+5 > \sqrt{2-x}(\sqrt{x-1} + \sqrt{3x+4})$ (1)	
	+ ĐK: $1 \leq x \leq 2$. Ta có $2x+5 = 3x+4 - (x-1) = (\sqrt{3x+4} + \sqrt{x-1})(\sqrt{3x+4} - \sqrt{x-1})$; (1) trở thành $(\sqrt{3x+4} + \sqrt{x-1})(\sqrt{3x+4} - \sqrt{x-1}) > \sqrt{2-x}(\sqrt{x-1} + \sqrt{3x+4})$ (2)	0,25
	+ Do $\sqrt{x-1} + \sqrt{3x+4} > 0, \forall x \in [1; 2]$ nên (2) $\Leftrightarrow \sqrt{3x+4} - \sqrt{x-1} > \sqrt{2-x} \Leftrightarrow \sqrt{3x+4} > \sqrt{2-x} + \sqrt{x-1} \Leftrightarrow 3x+3 > 2\sqrt{(2-x)(x-1)}$	0,25
	+ $\Leftrightarrow \sqrt{-x^2+3x-2} < \frac{3x+3}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{3x+3}{2} > 0 \\ -x^2+3x-2 \geq 0 \\ -x^2+3x-2 < \left(\frac{3x+3}{2}\right)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -1 \\ 1 \leq x \leq 2 \\ 13x^2 + 17 > 0 \end{cases}$	0,25
	+ $\Leftrightarrow \begin{cases} 1 \leq x \leq 2 \\ x \in \mathbb{R} \end{cases} \Leftrightarrow 1 \leq x \leq 2$ So với điều kiện và suy ra tập nghiệm của bất phương trình là $S = [1; 2]$	0,25
5. (1,0 điểm)	Tính tích phân $I = \int_e^{e^2} (1 + \ln x) x dx$	
	+ Ta có $I = \int_e^{e^2} x dx + \int_e^{e^2} x \ln x dx = I_1 + I_2$ (1)	0,25
	+ Tính $I_1 = \int_e^{e^2} x dx = \frac{1}{2} x^2 \Big _e^{e^2} = \frac{1}{2} (e^4 - e^2)$	0,25

CÂU	ĐÁP ÁN	ĐIỂM
	+ Tính $I_2 = \int_e^{e^2} x \ln x dx$. Đặt $\begin{cases} u = \ln x \\ v' = x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} u' = \frac{1}{x} \\ v = \frac{x^2}{2} \end{cases}$; ta có $I_2 = \left(\frac{x^2}{2} \ln x \right) \Big _e^{e^2} - \frac{1}{2} \int_e^{e^2} x dx$ $= \left(\frac{x^2}{2} \ln x \right) \Big _e^{e^2} - \left(\frac{1}{4} x^2 \right) \Big _e^{e^2} = \frac{1}{2} (2e^4 - e^2) - \frac{1}{4} (e^4 - e^2) = \frac{3e^4 - e^2}{4}$	0,25
	+ Vậy (1) $\Rightarrow I = I_1 + I_2 = \frac{e^4 - e^2}{2} + \frac{3e^4 - e^2}{4} = \frac{5e^4 - 3e^2}{4} = \frac{e^2(5e^2 - 3)}{4}$	0,25
6. (1,0 điểm)	Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại C, $BC = 2a$. Tam giác SAB vuông cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt đáy, mặt bên (SAC) hợp với mặt đáy một góc 60°. Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABC$ và khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SCI), biết rằng I là trung điểm của cạnh AB. 	
	+ Ta có ΔSAB vuông cân tại S, I là trung điểm $AB \Rightarrow SI \perp AB$ và $(SAB) \perp (ABC) \Rightarrow SI \perp (ABC)$. Gọi M là trung điểm AC, ta có $IM \parallel BC$, $IM = \frac{1}{2} BC = a \Rightarrow IM \perp AC$ và $IM \perp SI$ (do $SI \perp (ABC)$) $\Rightarrow SM \perp AC$ (đl 3 đv) $\Rightarrow \widehat{SMI} = 60^\circ$ là góc giữa hai mặt phẳng (SAC) và (ABC).	0,25
	+ ΔSMI vuông tại I, $\widehat{SMI} = 60^\circ \Rightarrow SI = IM \cdot \tan 60^\circ = a\sqrt{3}$; ΔSAB vuông cân tại $S \Rightarrow AB = 2SI = 2\sqrt{3}a$; ΔABC vuông tại $C \Rightarrow AC = \sqrt{AB^2 - BC^2} = 2\sqrt{2}a$. Do đó $V_{S.ABC} = \frac{1}{3} S_{ABC} \cdot SI = \frac{1}{6} CA \cdot CB \cdot SI = \frac{2\sqrt{6}}{3} a^3$	0,25
	+ Ta có $d(A, (SCI)) = \frac{3V_{A.SCI}}{S_{SCI}}$; $V_{A.SCI} = V_{S.ACI} = \frac{1}{2} V_{S.ABC} = \frac{\sqrt{6}}{3} a^3$	0,25
	+ Mặt khác $SI \perp (ABC)$, $IC \subset (ABC) \Rightarrow SI \perp IC \Rightarrow S_{SCI} = \frac{1}{2} IC \cdot SI = \frac{1}{2} \left(\frac{AB}{2} \right) SI = \frac{3}{2} a^2$ Suy ra $d(A, (SCI)) = \frac{3V_{A.SCI}}{S_{SCI}} = \frac{3 \left(\frac{\sqrt{6}}{3} a^3 \right)}{\frac{3a^2}{2}} = \frac{2\sqrt{6}}{3} a$	0,25

CÂU	ĐÁP ÁN	ĐIỂM
7. (1,0 điểm)	Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hình thang $ABCD$ có $\widehat{BAD} = \widehat{ADC} = 90^\circ$, $AB = AD = 2$, $DC = 4$, đỉnh C nằm trên đường thẳng $d: 3x - y + 2 = 0$. Điểm M nằm trên cạnh AD sao cho $AM = 2MD$ và đường thẳng BM có phương trình là $3x - 2y + 2 = 0$. Tìm tọa độ của đỉnh C. 	
	+ Ta có $C \in d: \begin{cases} x = t \\ y = 2 + 3t \end{cases} (t \in \mathbb{R}) \Rightarrow C(t; 2 + 3t) \Rightarrow d(C, BM) = \frac{ 3x_C - 2y_C + 2 }{\sqrt{3^2 + (-2)^2}} = \frac{ 2 + 3t }{\sqrt{13}} \quad (1)$	0,25
	+ Theo giả thiết: $M \in AD$, $AM = 2MD \Rightarrow MD = \frac{1}{3}AD = \frac{2}{3}$ và $AM = \frac{4}{3}$; $\triangle ABM$ vuông tại $A \Rightarrow S_{ABM} = \frac{1}{2}AM \cdot AB = \frac{4}{3}$; $\triangle CDM$ vuông tại $D \Rightarrow S_{MCD} = \frac{1}{2}MD \cdot DC = \frac{4}{3}$ và $S_{ABCD} = \frac{1}{2}(AB + CD)AD = 6 \Rightarrow S_{BMC} = S_{ABCD} - S_{ABM} - S_{MDC} = \frac{10}{3}$	0,25
	+ $\triangle ABM$ vuông tại $A \Rightarrow BM = \sqrt{AB^2 + AM^2} = \sqrt{4 + \frac{16}{9}} = \frac{2\sqrt{13}}{3}$ và ta lại có $S_{BMC} = \frac{1}{2}BM \cdot d(C, BM) \Leftrightarrow d(C, BM) = \frac{2 \cdot S_{BMC}}{BM} = \frac{2 \cdot \left(\frac{10}{3}\right)}{\frac{2\sqrt{13}}{3}} = \frac{10}{\sqrt{13}} \quad (2)$	0,25
	+ Từ (1) và (2) ta có $\frac{ 2 + 3t }{\sqrt{13}} = \frac{10}{\sqrt{13}} \Leftrightarrow 2 + 3t = 10 \Leftrightarrow \begin{cases} 2 + 3t = 10 \\ 2 + 3t = -10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = \frac{8}{3} \\ t = -4 \end{cases}$ Suy ra $C(-4; -10)$ hoặc $C\left(\frac{8}{3}; 10\right)$	0,25
8. (1,0 điểm)	Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1; 3; -2)$ và mặt phẳng (P) có phương trình $2x - y + 2z - 1 = 0$. Viết phương trình mặt cầu (S) có tâm là A và tiếp xúc với (P). Tìm tọa độ của tiếp điểm.	
	+ Vì mặt cầu (S) tâm A tiếp xúc với (P) nên bán kính của (S) là $R = d(A, (P)) = \frac{ 2 \cdot 1 - 3 + 2 \cdot (-2) - 1 }{\sqrt{4 + 1 + 4}} = 2$	0,25
	+ Suy ra $(S): (x - 1)^2 + (y - 3)^2 + (z + 2)^2 = 4$.	0,25
	+ Gọi d là đường thẳng qua A và vuông góc với (P). Gọi K là giao điểm của d và (P), ta có K là tiếp điểm của (P) và (S). Ta có một vector chỉ phương của d là $\vec{u} = (2; -1; 2)$ và phương trình tham số của $d: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 3 - t \\ z = -2 + 2t \end{cases} (t \in \mathbb{R}) \Rightarrow K(1 + 2t; 3 - t; -2 + 2t)$, vì $K \in d$	0,25
	+ Mặt khác $K(1 + 2t; 3 - t; -2 + 2t) \in (P) \Leftrightarrow 2(1 + 2t) - (3 - t) + 2(-2 + 2t) - 1 = 0 \Leftrightarrow 9t - 6 = 0$ $\Leftrightarrow t = \frac{2}{3}$; suy ra $K\left(\frac{7}{3}; \frac{7}{3}; -\frac{2}{3}\right)$.	0,25

CÂU	ĐÁP ÁN	ĐIỂM
9. (0,5 điểm)	Cho tập hợp $E = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$ và M là tập tất cả các số gồm hai chữ số phân biệt thuộc E . Lấy ngẫu nhiên một số thuộc M . Tính xác suất để tổng hai chữ số của số đó lớn hơn 7.	
	+ Số phần tử của tập M là $A_6^2 = 30$	0,25
	+ Các số có tổng hai chữ số lớn hơn 7 gồm: 26, 62, 35, 53, 36, 63, 45, 54, 46, 64, 56, 65. Có 12 số Suy ra xác suất cần tìm là $p = \frac{12}{30} = \frac{2}{5}$	0,25
10. (1,0 điểm)	Cho a, b, c là ba số thực dương và thỏa mãn điều kiện $3(a^2 + b^2 + c^2) = 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $Q = \sqrt{a^2 + b^2 + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}} + \sqrt{b^2 + c^2 + \frac{1}{c^2} + \frac{1}{a^2}} + \sqrt{c^2 + a^2 + \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2}}.$	
	+ Ta có $(a+b+c)^2 \leq 3(a^2 + b^2 + c^2) = 1$. Suy ra $a+b+c \leq 1$.	0,25
	+ Sử dụng bất đẳng thức Cauchy – Schwarz, ta có $\begin{aligned} \sqrt{2}Q &= \sqrt{2(a^2 + b^2) + 2\left(\frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}\right)} + \sqrt{2(b^2 + c^2) + 2\left(\frac{1}{c^2} + \frac{1}{a^2}\right)} + \sqrt{2(c^2 + a^2) + 2\left(\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2}\right)} \\ &\geq \sqrt{(a+b)^2 + \left(\frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right)^2} + \sqrt{(b+c)^2 + \left(\frac{1}{c} + \frac{1}{a}\right)^2} + \sqrt{(c+a)^2 + \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right)^2} \end{aligned}$	0,25
	+ Xét các vectơ $\vec{x} = \left(a+b; \frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right)$, $\vec{y} = \left(b+c; \frac{1}{c} + \frac{1}{a}\right)$, $\vec{z} = \left(c+a; \frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right)$ Ta có $\vec{x} + \vec{y} + \vec{z} = \left(2(a+b+c); 2\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right)\right)$ và $ \vec{x} + \vec{y} + \vec{z} \geq \vec{x} + \vec{y} + \vec{z} $ Khi đó $\sqrt{2}Q \geq \sqrt{4(a+b+c)^2 + 4\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right)^2} \geq 2\sqrt{(a+b+c)^2 + \frac{81}{(a+b+c)^2}}$	0,25
	+ Đặt $t = (a+b+c)^2 \Rightarrow 0 < t \leq 1$. Xét hàm $f(t) = t + \frac{81}{t}$ với $t \in (0; 1]$. Ta có $f'(t) = 1 - \frac{81}{t^2} < 0, \forall t \in (0; 1]$. Suy ra $f(t)$ là hàm nghịch biến trên $(0; 1] \Rightarrow f(t) \geq f(1) = 82 \Rightarrow \sqrt{2}Q \geq 2\sqrt{82}$ hay $Q \geq 2\sqrt{41}$ Dấu đẳng thức xảy ra $\Leftrightarrow a = b = c = \frac{1}{3}$. Vậy $\min Q = 2\sqrt{41}$ khi $a = b = c = \frac{1}{3}$	0,25

Chú ý: Mọi lời giải khác và đúng thì cho điểm tương ứng với câu đó theo thang điểm đã thống nhất.

----- HẾT -----