

VI PHÂN HÀM NHIỀU BIẾN

1. Tìm miền xác định :

$$\text{a) } f(x,y) = \frac{\ln(x^2 + y^2 - 1)}{\sqrt{4 - x^2 - y^2}}$$

$$\text{b) } f(x,y) = \sqrt{y \ln x}$$

$$\text{c) } f(x,y) = \sqrt{y} + \ln(1 - x^2 - y^2)$$

$$\text{d) } f(x,y) = \ln(36 - 4x^2 - 9y^2)$$

2. Tìm giới hạn :

$$\text{a) } f(x,y) = \frac{x-y}{x+y} \quad \text{khi } (x,y) \rightarrow (0,0)$$

$$\text{b) } f(x,y) = \frac{x+y}{x^2 - xy + y^2} \quad \text{khi } (x,y) \rightarrow (\infty, \infty)$$

3. Xét sự liên tục của các hàm số sau đây tại điểm (0,0) :

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{x^2 y}{x^2 + y^2} & \text{khi } (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & \text{khi } (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

4. Tính các đạo hàm riêng cấp 1 :

$$\text{a) } f(x,y) = x^3 + y^3 + x^2 y + x y^2 + x y$$

$$\text{b) } f(x,y) = \sin x \cos y$$

$$\text{c) } f(x,y) = \arcsin(x+3y)$$

$$\text{d) } f(x,y) = \arctg \frac{y}{x}$$

5. Tính vi phân toàn phần cấp 1 :

$$\text{a) } u = e^x (\cos y + x \sin y)$$

$$\text{b) } u = e^{\frac{x}{y}}$$

$$\text{c) } u = x^4 + y^4 + x y^3 + x^3 y$$

$$\text{d) } u = x e^y + y e^z + z e^x$$

6. Tính các đạo hàm riêng cấp 2 :

$$\text{a) } f(x,y) = x y^2 + y \sqrt{x}$$

$$\text{b) } f(x,y) = x \ln(x+y)$$

$$\text{c) } f(x,y) = \sin(xy)$$

$$\text{d) } f(x,y) = x^2 + xy + y^2 - \ln x - \ln y$$

7. Tìm cực trị của các hàm số :

$$\text{a) } f(x,y) = (x-1)^2 + 2y^2$$

$$\text{b) } f(x,y) = x^3 - 3xy + y^3$$

$$\text{c) } f(x,y) = x^2 + y^2 - 2xy + 2x - 2y$$

$$\text{d) } f(x,y) = x^4 + y^4 - 2x^2 + 4xy - 2y^2$$

8. Tìm cực trị có điều kiện :

$$\text{a) } f(x,y) = xy \quad \text{với điều kiện } x + y = 1$$

$$\text{b) } f(x,y) = x^2 + y^2 \quad \text{với điều kiện } \frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 1$$