

ĐỀ THI LỚP 10 THPT LAM SƠN NĂM HỌC 2016 – 2017

Toán chung (Dành cho mọi thí sinh)

(Thời gian làm bài 120 phút)

Câu I (2.0 điểm) : Cho biểu thức $A = \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3} + \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-3} + \frac{3-11\sqrt{x}}{9-x}$ (Với $x \geq 0; x \neq 9$)

a/ Rút gọn A

b/ Tìm tất cả các giá trị của x để $A \geq 0$

Câu II (2.0 điểm) : a/ Trong hệ trục tọa độ Oxy cho hai đường thẳng (d1) :

$y = (m^2 - 1)x + 2m$ (m là tham số) và (d2) : $y = 3x + 4$. Tìm các giá trị của tham số m để đường thẳng (d1) và (d2) song song với nhau

b/ Cho phương trình : $x^2 - 2(m-1)x + 2m - 5 = 0$ (với m là tham số) . Tìm các giá trị của m để phương trình đó có hai nghiệm $x_1 ; x_2$ thỏa mãn $(x_1^2 - 2mx_1 + 2m - 1)(x_2 - 2) \leq 0$

Câu III (2.0 điểm) : a/ Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} 2\sqrt{x} + y^2 = 3 \\ 3\sqrt{x} - 2y^2 = 1 \end{cases}$$

b/ Giải phương trình : $x^2 + 4x - 7 = (x+4)\sqrt{x^2 - 7}$

Câu IV (3.0 điểm) : Cho hình bình hành ABCD với $\angle BAD < 90^\circ$, tia phân giác góc $\angle BCD < 90^\circ$ cắt đường tròn ngoại tiếp tam giác BCD tại O (Khác C), kẻ đường thẳng (d) đi qua A và vuông góc với CO. Đường thẳng (d) cắt đường thẳng CB, CD lần lượt tại M và N.

a/ Chứng minh $\angle OBM = \angle ODC$

b/ Chứng minh $\triangle OBM = \triangle ODC$ và O là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác CMN

c/ Gọi K là giao điểm của OC và BD, I là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác BCD.

Chứng minh rằng : $\frac{ND}{MB} = \frac{IB^2 - IK^2}{KD^2}$

Câu V (1.0 điểm) : Cho ba số thực x, y, z thỏa mãn $x + y + z \leq \frac{3}{2}$

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \frac{x(yz+1)^2}{z^2(zx+1)} + \frac{y(zx+1)^2}{x^2(xy+1)} + \frac{z(xy+1)^2}{y^2(yz+1)}$

Giáo viên : Nguyễn Đức Tính – TP Thanh hóa

HƯỚNG DẪN GIẢI ĐỀ

Câu	Nội dung	Điểm
Câu I	a/ Rút gọn A $A = \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3} + \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-3} + \frac{3-11\sqrt{x}}{9-x}$ $A = \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3} + \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-3} + \frac{11\sqrt{x}-3}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-3)}$ $A = \frac{2\sqrt{x}(\sqrt{x}-3) + (\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}+3) + 11\sqrt{x}-3}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-3)}$ $A = \frac{2x-6\sqrt{x}+x+4\sqrt{x}+3+11\sqrt{x}-3}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-3)}$ $A = \frac{3x+9\sqrt{x}}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-3)} = \frac{3\sqrt{x}(\sqrt{x}+3)}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-3)} = \frac{3\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3}$ Vậy với $x \geq 0; x \neq 9$ thì $A = \frac{3\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3}$	1.0
	b/ Tìm tất cả các giá trị của x để $A \geq 0$ $A \geq 0 \Leftrightarrow \frac{3\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3} \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 3\sqrt{x} \geq 0 \\ \sqrt{x}-3 > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \geq 9 \\ x = 0 \end{cases}$ Kết hợp điều kiện $\Rightarrow x > 9$ hoặc $x = 0$ thì $A \geq 0$	1.0
Câu I	a/ Để đường thẳng (d1) và (d2) song song với nhau thì $\begin{cases} a = a' \\ b \neq b' \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m^2 - 1 = 3 \\ 2m \neq 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m^2 = 4 \\ m \neq 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m = 2 \\ m = -2 \Rightarrow m = -2 \\ m \neq 2 \end{cases}$ Vậy với $m = -2$ thì đường thẳng (d1) song song với đường thẳng (d2)	0.5
	b/ $x^2 - 2(m-1)x + 2m - 5 = 0$ Ta có : $\Delta' = (m-1)^2 - 2m + 5 = m^2 - 4m + 6 = (m-2)^2 + 2 > 0$ với mọi m , nên phương trình luôn có 2 nghiệm phân biệt với mọi m Theo vi ét ta có	

	$\begin{cases} x_1 + x_2 = 2m - 2 \\ x_1 x_2 = 2m - 5 \end{cases}$ Đề $(x_1^2 - 2mx_1 + 2m - 1)(x_2 - 2) \leq 0$ $\Rightarrow [x_1^2 - 2(m-1)x_1 + 2m - 5 - 2x_1 + 4](x_2 - 2) \leq 0$ $\Rightarrow (4 - 2x_1)(x_2 - 2) \leq 0 \Rightarrow (2 - x_1)(x_2 - 2) \leq 0 \Rightarrow 2x_2 - 4 - x_1x_2 + 2x_1 \leq 0$ $\Rightarrow 2(x_2 + x_1) - x_1x_2 - 4 \leq 0$ Thay vào ta có : $2(2m - 2) - (2m - 5) - 4 \leq 0 \Rightarrow 4m - 4 - 2m + 5 - 4 \leq 0 \Rightarrow 2m - 3 \leq 0 \Rightarrow m \leq \frac{3}{2}$ Vậy $m \leq \frac{3}{2}$	0.5 1.0
Câu III	a/ Giải hệ phương trình $\begin{cases} 2\sqrt{x} + y^2 = 3 \\ 3\sqrt{x} - 2y^2 = 1 \end{cases}$ Điều kiện : $x, y \geq 0$ Đặt $\sqrt{x} = a, y^2 = b (a, b \geq 0)$. Ta có hệ phương trình $\begin{cases} 2a + b = 3 \\ 3a - 2b = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4a + 2b = 6 \\ 3a - 2b = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 7a = 7 \\ 2a + b = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 1 \end{cases} \Rightarrow$ $\begin{cases} \sqrt{x} = 1 \\ y^2 = 1 \end{cases} (TMDK) \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = \pm 1 \end{cases}$ Vậy hệ có 2 nghiệm : $\begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \end{cases}$ và $\begin{cases} x = 1 \\ y = -1 \end{cases}$	1.0
	b/ Giải phương trình : $x^2 + 4x - 7 = (x + 4)\sqrt{x^2 - 7}$. Điều kiện $\begin{cases} x \geq \sqrt{7} \\ x \leq -\sqrt{7} \end{cases}$ $x^2 + 4x - 7 = (x + 4)\sqrt{x^2 - 7} \Leftrightarrow (x^2 - 7) + 4(x + 4) - 16 = (x + 4)\sqrt{x^2 - 7}$ Đặt $\begin{cases} \sqrt{x^2 - 7} = a \geq 0 \\ x + 4 = b \end{cases}$, ta có phương trình $a^2 + 4b - 16 = ab \Leftrightarrow a^2 - 16 + 4b - ab = 0 \Leftrightarrow (a + 4)(a - 4) - b(a - 4) = 0$ $\Leftrightarrow (a - 4)(a + 4 - b) = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = 4 \\ a = b - 4 \end{cases}$ $\Rightarrow \begin{cases} \sqrt{x^2 - 7} = 4 \\ \sqrt{x^2 - 7} = x + 4 - 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \sqrt{x^2 - 7} = 4 \\ \sqrt{x^2 - 7} = x \end{cases} \Rightarrow x \pm \sqrt{23}$ Vậy phương trình có 2 nghiệm : $x \pm \sqrt{23}$	1.0

	$\Rightarrow CN - ND = CM - BC \Rightarrow BM = DC$ (5b) Từ 1b, 2b, 5b $\Rightarrow \triangle OBM = \triangle ODC$ (c.g.c) (ĐPCM) + Chứng minh O là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác CMN xét $\triangle OCM$ và $\triangle OCN$ có OC là cạnh chung (6b) ; $C_1 = C_2$ (gt) (7b) và $CM = CN$ (c/m trên) (8b) Từ 6b, 7b, 8b $\Rightarrow \triangle OCM = \triangle OCN$ (c.g.c) $\Rightarrow OM = ON$ mà $ON = OC$ $\Rightarrow OM = ON = OC \Rightarrow O$ là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác CMN (ĐPCM)	0.75
	c/ Chứng minh rằng : $\frac{ND}{MB} = \frac{IB^2 - IK^2}{KD^2}$ Gọi giao điểm của IK với đường tròn tâm I là G và H. Ta có $\frac{IB^2 - IK^2}{KD^2} = \frac{(IB - IK)(IB + IK)}{KD^2} = \frac{(IG - IK)(IH + IK)}{KD^2} = \frac{KG.KH}{KD^2}$ mà $KG.KH = KD.KB$ $\Rightarrow \frac{IB^2 - IK^2}{KD^2} = \frac{KD.KB}{KD^2} = \frac{KB}{KD} \quad (1c)$ Do $ND = AD = BC$ và $MB = CD$ (chứng minh trên) $\Rightarrow \frac{ND}{MB} = \frac{BC}{CD} \text{ mà } \frac{BC}{CD} = \frac{KB}{KD} \text{ (Tính chất tia phân giác)}$ $\Rightarrow \frac{ND}{MB} = \frac{KB}{KD} \quad (2c)$ Từ 1c, 2c $\Rightarrow \frac{ND}{MB} = \frac{IB^2 - IK^2}{KD^2}$ (ĐPCM)	0.5
Câu V	Ta có $P = \frac{x(yz+1)^2}{z^2(zx+1)} + \frac{y(zx+1)^2}{x^2(xy+1)} + \frac{z(xy+1)^2}{y^2(yz+1)}$ $P = \frac{\frac{(yz+1)^2}{z^2}}{\frac{(zx+1)}{x}} + \frac{\frac{(zx+1)^2}{x^2}}{\frac{(xy+1)}{y}} + \frac{\frac{(xy+1)^2}{y^2}}{\frac{(yz+1)}{z}}$ $P = \frac{\left(y + \frac{1}{z}\right)^2}{z + \frac{1}{x}} + \frac{\left(z + \frac{1}{x}\right)^2}{x + \frac{1}{y}} + \frac{\left(x + \frac{1}{y}\right)^2}{y + \frac{1}{z}}.$	1.0

$\text{Áp dụng BĐT : } \frac{a_1^2}{b_1} + \frac{a_2^2}{b_2} + \frac{a_3^2}{b_3} \geq \frac{(a_1 + a_2 + a_3)^2}{b_1 + b_2 + b_3}$ $\text{Dấu = xảy ra khi } \frac{a_1}{b_1} = \frac{a_2}{b_2} = \frac{a_3}{b_3}$ $P = \frac{\left(y + \frac{1}{z}\right)^2}{z + \frac{1}{x}} + \frac{\left(z + \frac{1}{x}\right)^2}{x + \frac{1}{y}} + \frac{\left(x + \frac{1}{y}\right)^2}{y + \frac{1}{z}} \geq \frac{\left(x + y + z + \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}\right)^2}{\left(x + y + z + \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}\right)}$ $P \geq \left(x + y + z + \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}\right)$ $\text{Áp dụng BĐT : } \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} \geq \frac{9}{x + y + z}$ $\Rightarrow P \geq x + y + z + \frac{9}{x + y + z} = \left[x + y + z + \frac{9}{4(x + y + z)} \right] + \frac{27}{4(x + y + z)}$ $\text{Ta có : } \left[x + y + z + \frac{9}{4(x + y + z)} \right] \geq 2\sqrt{\frac{9}{4}} = 3; \quad \frac{27}{4(x + y + z)} = \frac{27}{4 \cdot \frac{3}{2}} = \frac{9}{2}$ $\Rightarrow P \geq 3 + \frac{9}{2} = \frac{15}{2}. \text{ Vậy } P_{\min} = \frac{15}{2} \text{ khi } x = y = z = \frac{1}{2}$	
---	--

Ta có : $\left[x + y + z + \frac{9}{4(x + y + z)} \right] \geq 2\sqrt{\frac{9}{4}} = 3; \quad \frac{27}{4(x + y + z)} = \frac{27}{4 \cdot \frac{3}{2}} = \frac{9}{2}$

Giáo viên : Nguyễn Đức Tính – TP Thanh hóa