

Kỳ thi chọn học sinh giỏi thành phố

Năm 2012-2013

Câu 1.1) Giải phương trình nghiệm nguyên không âm:

$$y^2(x+1)=1576+x^2$$

2) Chứng minh $(\sum a^{2013})-(\sum a^{2009}):15$. Với $a \in \mathbb{N}$

Câu 2. 1) Giải phương trình : $\sqrt{4x^2+5x+1}-2\sqrt{x^2-x+1}=9x-3$

2) Giải hệ $x+y+z+\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}=\frac{51}{4}$

$$x^2+y^2+z^2+\frac{1}{x^2}+\frac{1}{y^2}+\frac{1}{z^2}=\frac{771}{16}$$

Câu 3.1) Cho x, y thỏa mã $8x^2+y^2+\frac{1}{4x^2}=4$. Tìm giá trị nhỏ nhất của xy.

2) a, b, c, d >0 thỏa mãn ab=cd. Chứng minh $\frac{a}{c}+\frac{b}{d} \geq 2$.

Câu 4.1) P nằm ngoài (O), tiếp tuyến PA, PB. M là giao điểm của OP VÀ AB, dây cung CD đi qua M. Tiếp tuyến tại C,D cắt tại Q. Tính OPQ.

2) Cho hình vuông ABCD có cạnh là a. Trên AB, BC lấy P, Q sao cho $BP=BQ$ và BH vuông góc với CP.

a) CMR: DHQ là góc vuông

b) AQ cắt CD tại M. Chứng minh $\frac{1}{AQ^2}+\frac{1}{AM^2}=\frac{1}{AB^2}$.

Kỳ thi chọn học sinh giỏi thành phố

Năm 2011-2012

Câu 1.1) Tồn tại hay không n nguyên sao cho: $n^3 + 2012n = 2011^{2011} + 1$.

2) CMR $A = 1 + 2^{2011} + 3^{2011} + \dots + 2010^{2011} \vdots 2011$.

Câu 2. 1) Giải phương trình $\frac{-x^2}{\sqrt{3x-2}} - \sqrt{3x-2} = 1-x$.

2) Giải hệ phương trình sau $3x = \frac{x^2+2}{y^2}$ và $3y = \frac{y^2+2}{x^2}$.

Câu 3. $a, b, c, d > 0$ sao cho $ab = cd = 1$. Chứng minh rằng:

$$(a+b)(c+d)+4 \geq 2(a+b+c+d) .$$

Câu 4. Cho $(O;R)$; $(O';R)$ tiếp xúc ngoài tại A. $\angle xAy = 90^\circ$ cắt 2 đường tròn trên tại B, C. AB cắt $(O';r)$ tại D.

1) Chứng minh OB song song O'D.

2) HA vuông góc với BC. Xác định vị trí 2 điểm B, C để AH nhỏ nhất. Tính giá trị đó.

Câu 5. a, b, c là độ dài ba cạnh của 1 tam giác vuông, c là cạnh huyền. Tìm giá trị

nhỏ nhất của biểu thức $P = \frac{a^2(b+c)+b^2(a+c)}{abc}$.

Kỳ thi chọn học sinh giỏi thành phố

Năm 2010-2011

Câu 1. 1) Cho $x = \frac{2}{\frac{1}{\sqrt{\sqrt{3}+1}+1} - \frac{1}{\sqrt{\sqrt{3}+1}-1}}$.

Tính giá trị biểu thức $P = (x^4 + x^3 - x^2 - 3x - 7)^{2011}$.

2) Cho x, y thỏa mãn $2x^2 + \frac{1}{x^2} + \frac{y^2}{4} = 4$. Tìm giá trị nhỏ nhất của xy .

Câu 2. 1) Giải phương trình $5\sqrt{1+x^3} - 4 = 2x^2$.

2) a, b, c là độ dài ba cạnh tam giác sao cho $a+b+c = 2$.

Chứng minh $a^2 + b^2 + c^2 + 2abc < 2$.

Câu 3. 1) Tìm x, y, z nguyên sao cho $x+2y+3z = 6$ và $(x-1)^3 + (2y-3)^3 + (3z-2)^3 = 18$

2) Hãy tìm 1 số có 2 chữ số phân biệt. Biết lấy bình phương của nó trừ đi bình phương của 1 số gồm 2 chữ số của số phải tìm nhưng viết theo thứ tự ngược lại thì được 1 số chính phương.

Câu 4. Cho đường tròn tâm O bán kính R . Đường thẳng d không đi qua O cắt (O) tại A, B . $M \in d$. Vẽ MN, MP là tiếp tuyến.

1) Xác định M sao cho $MNOP$ là hình vuông.

2) Chứng minh tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác MNP luôn chạy trên 1 đường thẳng cố định khi M di động.

Câu 5. Cho 1 ngũ giác sao cho tất cả các tam giác có 3 đỉnh là 3 đỉnh liên tiếp của ngũ giác có diện tích bằng 1. Tính diện tích của ngũ đó.

Kỳ thi chọn học sinh giỏi thành phố

Năm 2009-2010

CÂU 1. 1) Giải phương trình sau: $\sqrt[3]{2009-2010x} + 2007 = 2010x$.

2) Cho hệ trục tọa độ xOy. Xác định tọa độ điểm N đối xứng với $M(\frac{4}{\sqrt{3}}; 0)$ qua đường thẳng $y = \frac{1}{\sqrt{3}}x$.

Câu 2. Giải phương trình nghiệm nguyên $2y = \sqrt{5x-2\sqrt{5x-1}} + \sqrt{5x+2\sqrt{5x-1}}$.

Câu 3. Có 2 xe khách đi ngược chiều nhau 1 xe đi từ bến A đến bến B, 1 xe thì ngược lại. 2 xe bắt đầu từ 1 lúc và gặp nhau tại C cách A 40 Km, sau đó tiếp tục đi đến bến theo dự kiến. Sau khi trả khách và lấy khách 2 xe quay lại bến xuất phát gặp nhau tại điểm D cách B 20 Km. Tính AB, biết vận tốc 2 xe không đổi và thời gian trả khách như nhau.

Câu 4. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức sau $P = \frac{x_1^{2009} + x_2^{2009} + \dots + x_k^{2009}}{x_1^{2010} + x_2^{2010} + \dots + x_k^{2010}}$ trong đó

$$k \in \mathbb{N} \text{ và } \sum_x x \geq k$$

Câu 5. 2 đường thẳng song song a và b và điểm M. Hãy dựng bằng 2 cách đường tròn tròn tiếp xúc với a,b và đi qua điểm M.

Câu 6. Cho nửa đường tròn đường kính AB, M thuộc nửa đường tròn. Từ B kẻ tiếp tuyến BD. Đường tròn tâm M bán kính MH (H là chân đường vuông góc thuộc AB hạ từ M. D là tiếp điểm khác H.

1) Cm DM là tiếp tuyến của nửa đường tròn đã cho.

2) Nếu DM cắt (M; MH) tại C, BM cắt AC tại N. Tìm tập hợp điểm N khi M di chuyển.

