

Bài toán xếp lịch thi đấu bóng đá cho $2n$ đội bóng và phương pháp đường tròn

Trương Phước Nhân, 06/02/2018

1. Đặt vấn đề:

Bài toán 1: Giả sử rằng có một giải đấu bóng đá bao gồm 8 đội bóng, mỗi đội đều tham gia thi đấu với tất cả các đội bóng khác một lần. Các trận đấu sẽ được tiến hành vào các ngày thứ bảy trong 7 tuần lễ, với 4 trận đấu được diễn ra trong mỗi tuần. Vấn đề đặt ra cho chúng ta là phải xây dựng lịch thi đấu cho giải bóng đá này như thế nào?

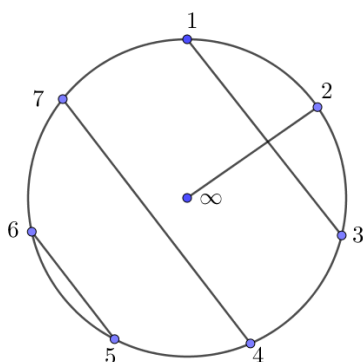
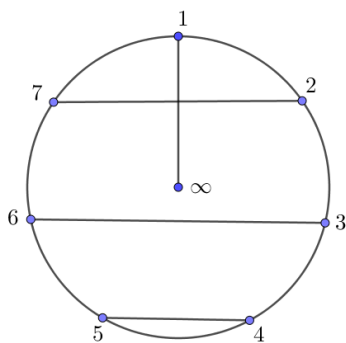
Bài toán 2: Giả sử có một bác sĩ muốn tiến hành so sánh 8 loại thuốc điều trị cho một chứng bệnh, bác sĩ này thực hiện chỉ so sánh hai loại thuốc 1 lần. Vào lần so sánh thứ nhất, bác sĩ này sẽ tiến hành thực hiện bốn phép so sánh, sử dụng tất cả 8 loại thuốc. Vào lần thứ hai, lại thực hiện 4 phép so sánh khác... Cứ như vậy thực hiện một lịch trình nghiên cứu trong 7 lần. Vấn đề đặt ra cho chúng ta là hãy giúp cho bác sĩ này xây dựng một lịch trình so sánh như vậy?

Hai vấn đề trên rõ ràng là tương đương với nhau. Thật vậy, chúng đều tương đương với việc phân hoạch tập các cạnh của một đồ thị K_8 thành 7 bộ sao cho mỗi bộ gồm 4 cạnh tách rời nhau (hay nói cách khác là thành 7 cách ghép cặp đầy đủ của đồ thị K_8), mỗi bộ như vậy chính là một phương án ghép cặp thi đấu cho mỗi tuần lễ.

2. Phương pháp đường tròn:

Trong trường hợp tổng quát đối với $2n$ đội bóng, ta sẽ cần tìm một phép chia tương ứng cho các cạnh của đồ thị K_{2n} thành $2n-1$ bộ. Sau đây ta sẽ trình bày **phương pháp đường tròn** để thực hiện phép chia như vậy:

Ta thực hiện đánh số các đội bóng bởi $\infty, 1, 2, \dots, 2n-1$ và đặt $1, 2, \dots, 2n-1$ cách nhau trên một đường tròn xung quanh ∞ , được ta đặt tại tâm. Trong trường hợp $2n=8$, ta có hình vẽ minh họa như sau:



Hình vẽ minh họa cách xếp lịch cho tuần thứ 1

Hình vẽ minh họa cách xếp lịch cho tuần thứ 2

....

Kết quả sau cùng như sau:

Tuần 1: $\infty v 1$ $7v2$ $6v3$ $5v4$

Tuần 2: $\infty v 2$ $1v3$ $7v4$ $6v5$

Tuần 3: $\infty v 3$ $2v4$ $1v5$ $7v6$

Tuần 4: $\infty v 4$ $3v5$ $2v6$ $1v7$

Tuần 5: $\infty v 5$ $4v6$ $3v7$ $2v1$

Tuần 6: $\infty v 6$ $5v7$ $4v1$ $3v2$

Tuần 7: $\infty v 7$ $6v1$ $5v2$ $4v3$

Bằng cách thực hiện tương tự ta có thể thu được cách xếp lịch cho một giải đấu gồm $2n$ đội bóng trong $2n-1$ tuần như sau :

Vào tuần lễ thứ i , ta sẽ cho đội i đấu với đội ∞ , đội $(i-1)$ với đội $(i+1)$, đội $(i-2)$ với đội $(i+2)$, ..., đội $i-(n-1)$ đấu với đội $i+(n-1)$, trong đó các phép toán được thực hiện theo mod $2n-1$ và nhận giá trị trong tập hợp $\{1, 2, \dots, 2n-1\}$. (Bởi vì ta chỉ cần “xoay” phương án cho tuần lễ thứ nhất đi i đơn vị thì ta sẽ thu được phương án cho tuần lễ thứ i).

Tài liệu tham khảo :

- [1]. Ian Anderson, A First Course in Discrete Mathematics, 1st.
- [2]. Trương Phước Nhân, Bài toán thực tế và lý thuyết trường hữu hạn, 23/07/2017
- [2]. Nguyễn Minh Hằng, Giáo trình Lý thuyết đồ thị, 1996.