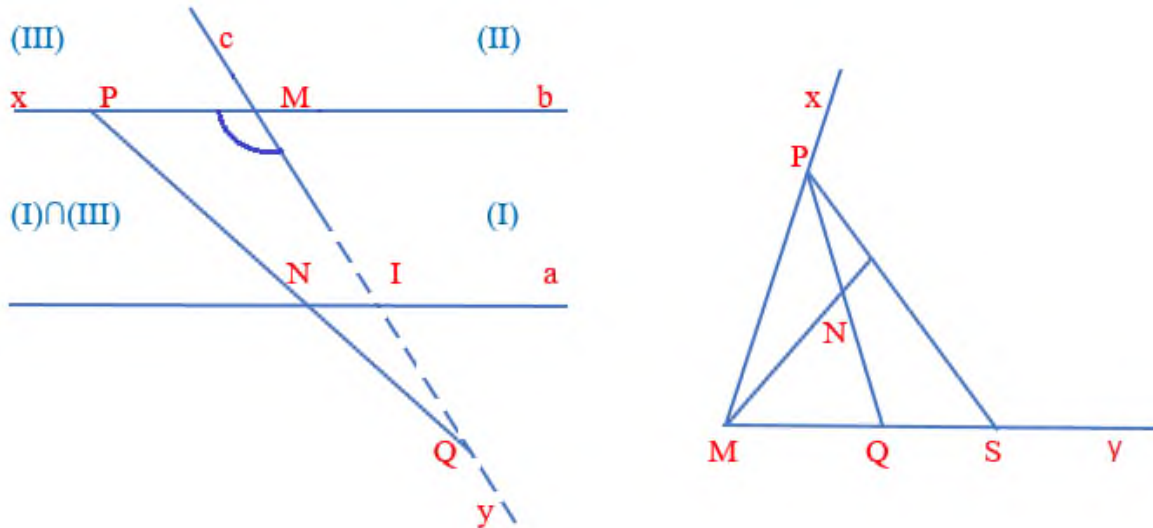


ĐỊNH LÝ EUCLID

Định lý Euclid: Cho điểm M ở ngoài đường thẳng a . Đường thẳng đi qua M và song song với a là duy nhất (Tiên đề Euclid)



Chứng minh:

Giả sử qua M có hai đường thẳng b và c cùng song song với a.

Đường thẳng b chia mặt phẳng thành 2 phần là nửa mặt phẳng (I) và nửa mặt phẳng (II). Vì $b//a$ nên đường thẳng a phải nằm trong một nửa mặt phẳng nào đó có bờ là b . Giả sử $a \subset \text{nmp (I)}$. Tương tự c chia mặt phẳng thành 2 phần là nửa mặt phẳng (III) và nửa mặt phẳng (IV) do $c//a$ nên $a \subset \text{nmp (III)}$

Vậy đường thẳng a phải nằm trong phần chung của hai nửa mặt phẳng (I) và (III)

Từ đó a nằm trong góc xMy với $Mx \subset b$, $My \subset c$ do hai đường thẳng b, c cắt nhau tại M tạo ra. ($\widehat{xMy} = \text{ntp(I)} \cap \text{ntp(III)}$)

Lấy một điểm N bất kì thuộc a . Do a nằm trong góc xMy nên điểm N cũng nằm trong góc xMy . Khi đó rõ ràng điểm N sẽ nằm trên một miền nào đó của góc xMy . Do đó phải có một miền tam giác MPS nào đó của góc xMy chứa điểm N với P nằm trên Mx , S nằm trên My và $P \neq M \neq S$.

Với điểm N nằm trong miền tam giác MPS (với $P \in Mx$, $S \in My$, $P \neq M \neq S$) của góc xMy khi đó N sẽ nằm trong góc $\widehat{MPS}$ nên tia PN sẽ nằm giữa hai tia PM và PS do đó tia PN sẽ cắt đoạn thẳng MS tại Q nằm giữa M và S. Lúc này ta có N nằm giữa P và Q (vì tia MN nằm giữa hai tia MP và MQ) với $P \in Mx$, $Q \in My$, $P \neq M \neq Q$.

Đường thẳng a đi qua điểm N nằm giữa P và Q (chú ý đường thẳng $PQ \neq a$) nên P và Q sẽ nằm trên hai nửa mặt phẳng đối nhau có chung bờ a . Hay P nằm trong nửa mặt phẳng đối của nửa mặt phẳng bờ a chứa Q

$P \in Mx \subset b \rightarrow P \in b$ và $M \in b$ nên P, M và b cùng thuộc một nửa mặt phẳng bờ a do đó P, M, b cùng nằm trong nửa mặt phẳng đối của nửa mặt phẳng bờ a chứa O .

Vì M và Q nằm trên hai nửa mặt phẳng đối nhau có chung bờ a . Nên đường thẳng MQ sẽ luôn cắt a tại một điểm I nào đó.

Do $M \in c$, $Q \in c$ (vì $Q \in My \subset c$) nên $c \equiv MQ$ hay ta có c cắt a tại I dẫn đến mâu thuẫn với $c \parallel a$. Vậy điều giả sử là không đúng. Có nghĩa là qua M không thể có hai đường thẳng b và c cùng song song với a . Hay nói cách khác chỉ có một đường thẳng đi qua M và song song với a .

Định lí Euclid đã được chứng minh. $\square$