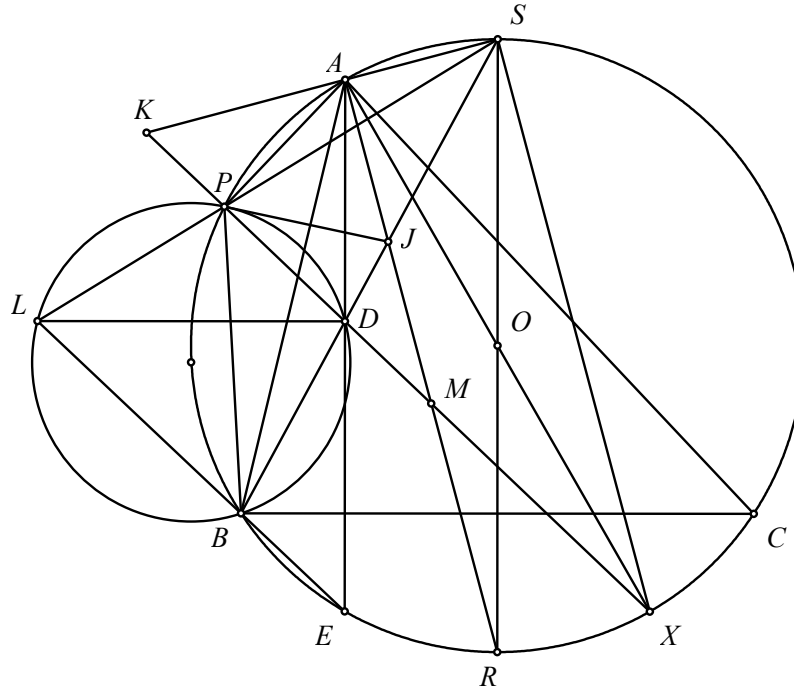


Bài toán số 2 trong kì thi IMO năm 2023

Nguyễn Văn Linh

Bài toán. Cho tam giác nhọn ABC nội tiếp (O) , với $AB < AC$. S là điểm chính giữa cung BC chứa A của (O) . Đường thẳng qua A vuông góc với BC cắt BS tại D và cắt (O) tại E khác A . Đường thẳng qua D song song với BC cắt BE tại L . (BDL) cắt (O) tại P khác B . Chứng minh rằng tiếp tuyến tại P của (BDL) cắt BS tại một điểm nằm trên phân giác $\angle BAC$.



Lời giải. Kẻ đường kính AX, SR của (O) .

Ta có $\angle LPB = \angle LDB = \angle DBC = \angle SCB = 180^\circ - \angle SPB$, suy ra L, P, S thẳng hàng.

Từ đó $\angle SPD = \angle LBD = \angle SXE = \angle SPX$, suy ra P, D, X thẳng hàng.

AR cắt BS, DX lần lượt tại J, M ; SA cắt PD tại K .

Ta có AR và AS là phân giác của $\angle DAX$ nên $(MK, DX) = -1$.

Suy ra $S(MA, JX) = S(MK, DX) = -1$.

Lại có $SX \parallel AM$ nên $JA = JM$.

Mà $\angle APM = 90^\circ$ nên $JA = JP = JM$.

Mặt khác, $\angle JAD = \frac{1}{2}sd \widehat{ER} = \frac{1}{2}sd \widehat{AS} = \angle ABD$.

Suy ra $JP^2 = JA^2 = JD \cdot JB$. Vậy JP là tiếp tuyến của (LDB) .

□