

Môn thi: TOÁN

Ngày thi: 01/8/1995

Thời gian làm bài: 150 phút

Bài 1. (2.5 điểm)

Cho biểu thức:

$$A = \left(\frac{1}{\sqrt{a} - 1} - \frac{1}{\sqrt{a}} \right) : \left(\frac{\sqrt{a} + 1}{\sqrt{a} - 2} - \frac{\sqrt{a} + 2}{\sqrt{a} - 1} \right)$$

a/ Rút gọn A.

b/ Tìm giá trị của a để $A > \frac{1}{6}$.

Bài 2. (2.5 điểm)

Cho phương trình:

$$x^2 - 2(m+2)x + m+1 = 0 \quad (x \text{ là ẩn})$$

a/ Giải phương trình khi $m = -\frac{3}{2}$.

b/ Tìm các giá trị của m để phương trình có hai nghiệm trái dấu.

c/ Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình. Tìm giá trị của m để:

$$x_1(1 - 2x_2) + x_2(1 - 2x_1) = m^2$$

Bài 3. (4 điểm)

Cho tam giác ABC ($AC > AB$; $\widehat{BAC} > 90^\circ$): I, K theo thứ tự là các trung điểm của AB, AC. Các đường tròn đường kính AB, AC cắt nhau tại điểm thứ hai D; tia BA cắt đường tròn (K) tại điểm thứ hai E; tia CA cắt đường tròn (I) tại điểm thứ hai F.

a/ Chứng minh ba điểm B, C, D thẳng hàng.

b/ Chứng minh tứ giác BFEC nội tiếp được.

c/ Chứng minh ba đường thẳng AD, BF, CE đồng qui.

d/ Gọi H là giao điểm thứ hai của tia DF với đường tròn ngoại tiếp tam giác AEF. Hãy so sánh độ dài các đoạn thẳng DH, DE.

Bài 4. (1 điểm)

Xét các phương trình bậc hai:

$$ax^2 + bx + c = 0 \quad (1)$$

$$cx^2 + bx + a = 0 \quad (2)$$

Tìm hệ thức giữa a, b, c là điều kiện cần và đủ để hai phương trình có một nghiệm chung duy nhất.