SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO THANH HOÁ

Đề chính thức

KỲ THI TUYỂN SINH THPT CHUYÊN LAM SƠN

NĂM HỌC: 2009 — 2010

MÔN: TOÁN (Dành cho thí sinh thi vào lớp chuyên tin)

Thời gian làm bài : 150 phút(*Không kể thời gian giao đề*)

Ngày thi:19 tháng 6 năm 2009

Câu 1 *(2,0 điểm)*

Cho biểu thức: $T = \dfrac{2x^2+4}{1-x^3} - \dfrac{1}{1+\sqrt{x}} - \dfrac{1}{1-\sqrt{x}}$

1. Tìm điều kiện của x để T xác định. Rút gọn T
2. Tìm giá trị lớn nhất của T.

Câu 2 *(2,0 điểm)*

1. Giải hệ ph- ơng trình: $\begin{cases} 2x^2 - xy = 1 \\ 4x^2 + 4xy - y^2 = 7 \end{cases}$
2. Giải ph- ơng trình: $\sqrt{x-2} + \sqrt{y+2009} + \sqrt{z-2010} = \dfrac{1}{2}(x+y+z)$

Câu 3 *(2,0 điểm)*

1. Tìm các số nguyên a để ph- ơng trình: $x^2 - (3+2a)x + 40 - a = 0$ có nghiệm nguyên. Hãy tìm các nghiệm nguyên đó.

2. Cho a,b,c là các số thoả mãn điều kiện: $\begin{cases} a \ge 0 \\ b \ge 0 \\ 19a + 6b + 9c = 12 \end{cases}$

Chứng minh rằng ít nhất một trong hai ph- ơng trình sau có nghiệm

$$x^2 - 2(a+1)x + a^2 + 6abc + 1 = 0$$
$$x^2 - 2(b+1)x + b^2 + 19abc + 1 = 0$$

Câu 4 *(3,0 điểm)*

Cho tam giác ABC có ba góc nhọn, nội tiếp trong đ- ờng tròn tâm O đ- ờng kính AD. Gọi H là trực tâm của tam giác ABC, E là một điểm trên cung BC không chứa điểm A.

1. Chứng minh rằng tứ giác BHCD là hình bình hành.

2. Gọi P và Q lần l- ợt là các điểm đối xứng của E qua các đ- ờng thẳng AB và AC. Chứng minh rằng 3 điểm P, H, Q thẳng hàng.

3. Tìm vị trí của điểm E để PQ có độ dài lớn nhất.

Câu 5 *(1,0 điểm)*

Gọi a,b,c là độ dài ba cạnh của một tam giác có ba góc nhọn. Chứng minh rằng với mọi số thực x,y,z ta luôn có: $\dfrac{x^2}{a^2} + \dfrac{y^2}{b^2} + \dfrac{z^2}{c^2} > \dfrac{2x^2+2y^2+2z^2}{a^2+b^2+c^2}$

------*Hết*-----

Họ và tên thí sinh:.................... *Số báo danh:.....................*

Họ tên và chữ ký của giám thị 1 *Họ tên và chữ ký của giám thị 2*

....

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO Thanh Hoá

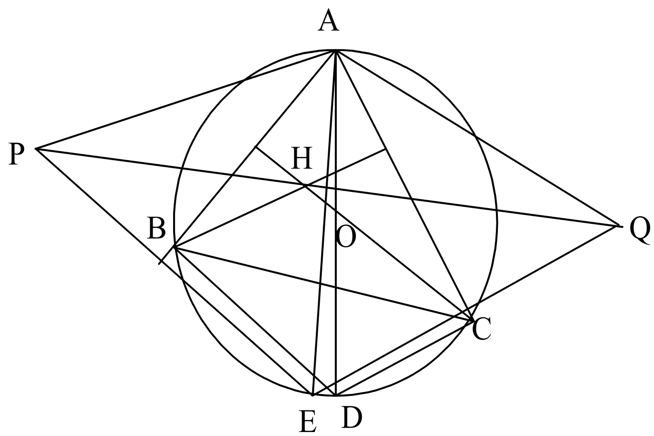
KỲ THI TUYỂN VÀO LỚP 10 CHUYÊN LAM SƠN

NĂM HỌC 2009-2010

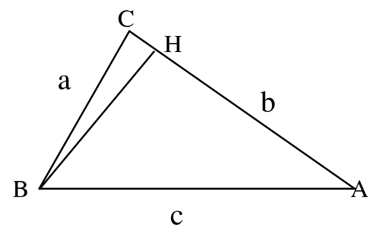
ĐÁP ÁN ĐỀ THI CHÍNH THỨC

Môn: Toán (Dành cho học sinh thi vào lớp chuyên Tin)

Câu	ý	Nội dung	Điểm
1			2,0
	1	Điều kiện: $x \ge 0; x \ne 1$ $T = \dfrac{2x^2+4}{1-x^3} - \dfrac{2}{1-x} = \dfrac{2-2x}{1-x^3} = \dfrac{2}{x^2+x+1}$	0,25 0,75
	2	T lớn nhất khi x^2+x+1 nhỏ nhất, điều này xẩy ra khi $x=0$ Vậy T lớn nhất bằng 2	0,5 0,5
2	1	Giải hệ ph- ơng trình: $2x^2 - xy = 1$ (1) $4x^2 + 4xy - y^2 = 7$ (2) Nhận thấy x = 0 không thoả mãn hệ nên từ (1) $\Rightarrow$ y = $\dfrac{2x^2-1}{x}$ (*) Thế vào (2) đ- ợc: $4x^2 + 4x.\dfrac{2x^2-1}{x} - (\dfrac{2x^2-1}{x})^2 = 7$ $\Leftrightarrow 8x^4 - 7x^2 - 1 = 0$ Đặt $t = x^2$ với $t \ge 0$ ta đ- ợc $8t^2 - 7t - 1 = 0$ $\Leftrightarrow$ t = 1 $t = -\dfrac{1}{8}$ (loại) với t =1 ta có $x^2 = 1 \Leftrightarrow x = \pm 1$ thay vào (*) tính đ- ợc $y = \pm 1$ Hệ ph- ơng trình đã cho có 2 nghiệm: x = 1, y = 1 và x = -1, y = -1	0,25 0,25 0,25 0,25
	2	ĐK: $x \ge 2; y \ge -2009; z \ge 2010$ Ph- ơng trình đã cho t- ơng đ- ơng với: $x+y+z = 2\sqrt{x-2} + 2\sqrt{y+2009} + 2\sqrt{z-2010}$ $\Leftrightarrow \left(\sqrt{x-2}-1\right)^2 + \left(\sqrt{y+2009}-1\right)^2 + \left(\sqrt{z-2010}-1\right)^2 = 0$ $\Leftrightarrow x = 3; y = -2008; z = 2011$	0,25 0,25 0,25 0,25
3	1	PT đã cho có biệt số $\Delta = 4a^2 + 16a - 151$ PT có nghiệm nguyên thì $\Delta = n^2$ với $n \in N$ Hay $4a^2 + 16a - 151 = n^2 \Leftrightarrow (4a^2 + 16a + 16) - n^2 = 167$	0,25 0,25

		$\Leftrightarrow (2a + 4)^2 - n^2 = 167 \Leftrightarrow (2a + 4 + n)(2a + 4 - n) = 167$ Vì 167 là số nguyên tố và 2a + 4 + n > 2a + 4 - n nên phải có: $\left[\begin{array}{l} \begin{cases} 2a + 4 + n = 167 \\ 2a + 4 - n = 1 \end{cases} \\ \begin{cases} 2a + 4 + n = -1 \\ 2a + 4 - n = -167 \end{cases} \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} 4a + 8 = 168 \\ 4a + 8 = -168 \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} a = 40 \\ a = -44 \end{array}\right.$ với a = 40 được PT: $x^2 - 83x = 0$ có 2 nghiệm nguyên x = 0, x = 83 với a = - 44 thì PT có 2 nghiệm nguyên là x= -1, x = - 84	0,25 0,25
	2	Ta có: $\Delta_1' = a(2-6bc)$; $\Delta_2' = b(2-19ac)$ Suy ra $\Delta_1' + \Delta_2' = a(2-6bc) + b(2-19ac)$ Từ giả thiết $19a + 6b + 9c = 12$, ta có tổng $(2-6bc) + (2-19ac) = 4 - c(19a+6b) = 4 - c(12-9c)$ $= 9c^2 - 12c + 4 = (3c-2)^2 \geq 0$. Do đó ít nhất một trong hai số $(2-6bc)$; $(2-19ac)$ không âm Mặt khác, theo giả thiết ta có $a \geq 0$; $b \geq 0$. Từ đó suy ra ít nhất một trong hai số Δ_1' ; Δ_2' không âm, suy ra ít nhất một trong hai ph- ơng trình đã cho có nghiệm (đpcm)	0,25 0,25 0,25 0,25
4	1		

	2	Vì H là trực tâm tam giác ABC nên $BH \perp AC$ (1) Mặt khác AD là đ- ờng kính của đ- ờng tròn tâm O nên $DC \perp AC$ (2) Từ (1) và (2) suy ra BH // DC. Hoàn toàn t- ơng tự, suy ra BD // HC. Suy ra tứ giác BHCD là hình bình hành (Vì có 2 cặp cạnh đối song song).	0,25 0,25 0,25 0,25 0,25 0,25
	3	Theo giả thiết, ta có: P đối xứng với E qua AB suy ra AP=AE $\angle PAB = \angle EAB$ $\Rightarrow \quad \Delta PAB = \Delta EAB$ (c.g. c) $\Rightarrow \angle APB = \angle AEB$ Lại có $\angle AEB = \angle ACB$ (góc nội tiếp cùng chắn một cung) $\Rightarrow \angle APB = \angle ACB$ Mặt khác $\angle AHB + \angle ACB = 180^0 \Rightarrow \angle APB + \angle AHB = 180^0 \Rightarrow$ tứ giác APHB là tứ giác nội tiếp $\Rightarrow \angle PAB = \angle PHB$ (góc nội tiếp cùng chắn một cung) Mà $\angle PAB = \angle EAB \Rightarrow \angle PHB = \angle EAB$ Hoàn toàn t- ơng tự, ta có: $\angle CHQ = \angle EAC$ .Do đó: $\angle PHQ = \angle PHB + \angle EHC + \angle CHQ = \angle BAE + \angle EAC + \angle BHC =$ $= \angle BAC + \angle BHC = 180^0$ Suy ra ba điểm P, H, Q thẳng hàng Vì P, Q lần l- ợt là điểm đối xứng của E qua AB và AC nên ta có	0,25 0,25 0,25 0,25 0,25 0,25

5		AP = AE = AQ suy ra tam giác APQ là tam giác cân đỉnh A Mặt khác, cũng do tính đối xứng ta có $\angle PAQ = 2\angle BAC$ (không đổi) Do đó cạnh đáy PQ của tam giác cân APQ lớn nhất khi và chỉ khi AP, AQ lớn nhất $\Leftrightarrow$ AE lớn nhất. Điều này xảy ra khi và chỉ khi AE là đ- ờng kính của đ- ờng tròn tâm O ngoại tiếp tam giác ABC $\Leftrightarrow$ E $\equiv$ D 	
		Vì $a^2+b^2+c^2>0$ ta có: $\left(a^2+b^2+c^2\right)\left(\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}\right)=$ $=x^2\left(2+\frac{b^2+c^2-a^2}{a^2}\right)+y^2\left(2+\frac{a^2+c^2-b^2}{b^2}\right)+z^2\left(2+\frac{a^2+b^2-c^2}{c^2}\right)$ $=2x^2+2y^2+2z^2+x^2\left(\frac{b^2+c^2-a^2}{a^2}\right)+y^2\left(\frac{a^2+c^2-b^2}{b^2}\right)+z^2\left(\frac{a^2+b^2-c^2}{c^2}\right)$ (*) Giả sử $a \le b \le c$ thì $c^2-a^2 \ge 0; c^2-b^2 \ge 0$. Với cạnh c lớn nhất $\angle ACB$ nhọn (gt) do vậy kẻ đ- ờng cao BH ta có $c^2 = BH^2 + HA^2 \le BC^2 + CA^2 = a^2 + b^2$ từ đó suy ra biểu thức (*) là không âm suy ra điều phải chứng minh	0,25 0,25 0,5