SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
THANH HOÁ

KỲ THI TUYỂN SINH THPT CHUYÊN LAM SƠN
NĂM HỌC: 2009 - 2010

Đề chính thức

MÔN: TOÁN (Dành cho thí sinh thi vào lớp chuyên Toán)
Thời gian làm bài: 150 phút *(không kể thời gian giao đề)*
Ngày thi: 19 tháng 6 năm 2009

Câu 1: *(2,0 điểm)*

1. Cho số x $(x \in R; x > 0)$ thoả mãn điều kiện: $x^2 + \dfrac{1}{x^2} = 7$

Tính giá trị các biểu thức: $A = x^3 + \dfrac{1}{x^3}$ và $B = x^5 + \dfrac{1}{x^5}$

2. Giải hệ phương trình: $\begin{cases} \dfrac{1}{\sqrt{x}} + \sqrt{2 - \dfrac{1}{y}} = 2 \\ \dfrac{1}{\sqrt{y}} + \sqrt{2 - \dfrac{1}{x}} = 2 \end{cases}$

Câu 2: *(2,0 điểm)* Cho ph- ơng trình: $ax^2 + bx + c = 0\ (a \neq 0)$ có hai nghiệm x_1, x_2 thoả mãn điều kiện: $0 \le x_1 \le x_2 \le 2$.Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức:

$$Q = \frac{2a^2 - 3ab + b^2}{2a^2 - ab + ac}$$

Câu 3: *(2,0 điểm)*

1. Giải ph- ơng trình: $\sqrt{x-2} + \sqrt{y+2009} + \sqrt{z-2010} = \dfrac{1}{2}(x+y+z)$

2. Tìm tất cả các số nguyên tố p để $4p^2+1$ và $6p^2+1$ cũng là số nguyên tố.

Câu 4: *(3,0 điểm)*

1. Cho hình vuông $ABCD$ có hai đ- ờng chéo cắt nhau tại E. Một đ- ờng thẳng qua A, cắt cạnh BC tại M và cắt đ- ờng thẳng CD tại N. Gọi K là giao điểm của các đ- ờng thẳng EM và BN. Chứng minh rằng: $CK \perp BN$.

2. Cho đường tròn (O) bán kính $R=1$ và một điểm A sao cho OA=$\sqrt{2}$.Vẽ các tiếp tuyến AB, AC với đường tròn (O) (B, C là các tiếp điểm).Một góc xOy có số đo bằng 45^0 có cạnh Ox cắt đoạn thẳng AB tại D và cạnh Oy cắt đoạn thẳng AC tại E. Chứng minh rằng: $2\sqrt{2} - 2 \le DE < 1$.

Câu 5: *(1,0 điểm)* Cho biểu thức $P = a^2 + b^2 + c^2 + d^2 + ac + bd$,trong đó $ad - bc = 1$.

Chứng minh rằng: $P \ge \sqrt{3}$.

...Hết ...

Họ và tên thí sinh:……….................................Số báo danh ……………………………..

Họ tên và chữ ký giám thị 1 Họ tên và chữ ký giám thị 2

……………………………… ………………………………

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO THANH HOÁ

KỲ THI TUYỂN VÀO LỚP 10 CHUYÊN LAM SƠN

NĂM HỌC 2009-2010

ĐÁP ÁN ĐỀ THI CHÍNH THỨC

Môn: Toán (Dành cho thí sinh thi vào lớp chuyên Toán)

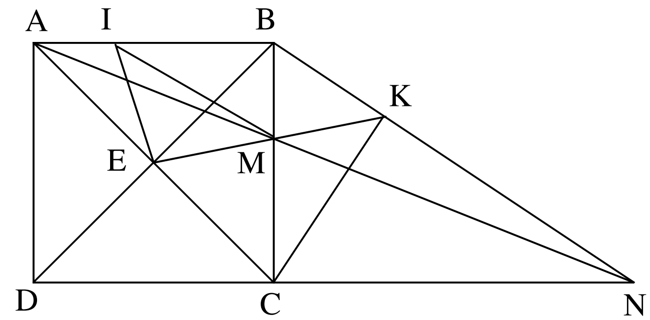
Ngày thi: 19 tháng 6 năm 2009

(Đáp án này gồm 04 trang)

Câu	ý	Nội dung	Điểm
1			
	1	Từ giả thiết suy ra: $(x + \frac{1}{x})^2 = 9 \Rightarrow x + \frac{1}{x} = 3$ (do $x > 0$) $\Rightarrow 21 = (x + \frac{1}{x})(x^2 + \frac{1}{x^2}) = (x^3 + \frac{1}{x^3}) + (x + \frac{1}{x}) \Rightarrow A = x^3 + \frac{1}{x^3} = 18$ $\Rightarrow 7.18 = (x^2 + \frac{1}{x^2})(x^3 + \frac{1}{x^3}) = (x^5 + \frac{1}{x^5}) + (x + \frac{1}{x})$ $\Rightarrow B = x^5 + \frac{1}{x^5} = 7.18 - 3 = 123$	0.25 0.25 0.25 0.25
	2	Từ hệ suy ra $\frac{1}{\sqrt{x}} + \sqrt{2 - \frac{1}{y}} = \frac{1}{\sqrt{y}} + \sqrt{2 - \frac{1}{x}}$ (2) Nếu $\frac{1}{\sqrt{x}} > \frac{1}{\sqrt{y}}$ thì $\sqrt{2 - \frac{1}{y}} > \sqrt{2 - \frac{1}{x}}$ nên (2) xảy ra khi và chỉ khi x=y thế vào hệ ta giải được x=1, y=1	0.5 0.5
2		Theo Viét, ta có: $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$, $x_1.x_2 = \frac{c}{a}$. Khi đó $Q = \frac{2a^2 - 3ab + b^2}{2a^2 - ab + ac} = \frac{2 - 3.\frac{b}{a} + \left(\frac{b}{a}\right)^2}{2 - \frac{b}{a} + \frac{c}{a}}$ (Vì $a \neq 0$) $= \frac{2 + 3(x_1 + x_2) + (x_1 + x_2)^2}{2 + (x_1 + x_2) + x_1x_2}$ Vì $0 \le x_1 \le x_2 \le 2$ nên $x_1^2 \le x_1x_2$ và $x_2^2 \le 4$ $\Rightarrow x_1^2 + x_2^2 \le x_1x_2 + 4 \Rightarrow (x_1 + x_2)^2 \le 3x_1x_2 + 4$ Do đó $Q \le \frac{2 + 3(x_1 + x_2) + 3x_1x_2 + 4}{2 + (x_1 + x_2) + x_1x_2} = 3$ Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $x_1 = x_2 = 2$ hoặc $x_1 = 0, x_2 = 2$	0.25 0.25 0.25 0.25 0.25 0.25 0.25

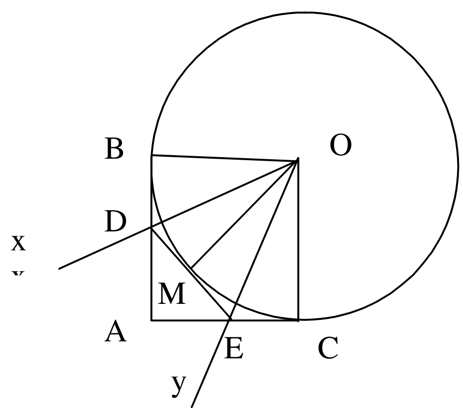
		Tức là $\left[\begin{array}{l}\begin{cases}-\dfrac{b}{a}=4\\ \dfrac{c}{a}=4\end{cases}\\ \begin{cases}-\dfrac{b}{a}=2\\ \dfrac{c}{a}=0\end{cases}\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} c=-b=4a\\ \begin{cases}b=-2a\\ c=0\end{cases}\end{array}\right.$ Vậy max Q =3	0.25
3			
	1	ĐK: $x \geq 2$, $y \geq -2009$, $z \geq 2010$ Ph- ơng trình đã cho t- ơng đ- ơng với: $x + y + z = 2\sqrt{x-2} + 2\sqrt{y+2009} + 2\sqrt{z-2010}$ $\Leftrightarrow (\sqrt{x-2} - 1)^2 + (\sqrt{y+2009} - 1)^2 + (\sqrt{z-2010} - 1)^2 = 0$ $\begin{cases}\sqrt{x-2} - 1 = 0\\ \sqrt{y+2009} - 1 = 0\\ \sqrt{z-2010} - 1 = 0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x = 3\\ y = -2008\\ z = 2011\end{cases}$	0.25 0.25 0.25 0.25
	2	***<u>Nhận xét</u>***: p là số nguyên tố $\Rightarrow 4p^2 + 1 > 5$ và $6p^2 + 1 > 5$ Đặt $x = 4p^2 + 1 = 5p^2 - (p - 1)(p + 1)$ $y = 6p^2 + 1 \Rightarrow 4y = 25p^2 - (p - 2)(p + 2)$ Khi đó: - Nếu p chia cho 5 d- 4 hoặc d- 1 thì $(p - 1)(p + 1)$ chia hết cho 5 $\Rightarrow$ x chia hết cho 5 mà $x > 5 \Rightarrow$ x không là số nguyên tố - Nếu p chia cho 5 d- 3 hoặc d- 2 thì $(p - 2)(p + 2)$ chia hết cho 5 $\Rightarrow$ 4y chia hết cho 5 mà UCLN(4, 5) = 1 $\Rightarrow$ y chia hết cho 5 mà $y > 5$ $\Rightarrow$ y không là số nguyên tố Vậy p chia hết cho 5, mà p là số nguyên tố $\Rightarrow p = 5$ Thử với p =5 thì x =101, y =151 là các số nguyên tố **Đáp số**: p =5	0.25 0.25 0.25 0.25
4			

1.



Trên cạnh AB lấy điểm I sao cho IB = CM 0.25
Ta có Δ IBE = Δ MCE (c.g.c).
Suy ra EI = EM , $\angle MEC = \angle BEI \Rightarrow \Delta$ MEI vuông cân tại E 0.25
Suy ra $\angle EMI = 45^0 = \angle BCE$ 0.25
Mặt khác: $\frac{IB}{AB} = \frac{CM}{CB} = \frac{MN}{AN} \Rightarrow$ IM // BN 0.25
$\angle BCE = \angle EMI = \angle BKE \Rightarrow$ tứ giác BECK nội tiếp 0.25
$\angle BEC + \angle BKC = 180^0$
Lại có: $\angle BEC = 90^0 \Rightarrow \angle BKC = 90^0$. Vậy $CK \perp BN$ 0.25

2.



Vì AO = $\sqrt{2}$, OB=OC=1 và $\angle$ABO=$\angle$ACO=90^0 suy ra OBAC là hình vuông 0.25
Trên cung nhỏ BC lấy điểm M sao cho $\angle$DOM = $\angle$DOB $\Rightarrow\angle$MOE=$\angle$COE
Suy ra Δ MOD=Δ BOD $\Rightarrow \angle$DME=90^0 0.25
Δ MOE=Δ COE $\Rightarrow\angle$EMO=90^0 0.25
suy ra D,M,E thẳng hàng, suy ra DE là tiếp tuyến của (O).
Vì DE là tiếp tuyến suy ra DM=DB, EM=EC
Ta có DE<AE+AD $\Rightarrow$2DE<AD+AE+BD+CE =2 suy ra DE<1 0.25
Đặt DM= x, EM=y ta có $AD^2 + AE^2 = DE^2$
$\Leftrightarrow (1-x)^2 + (1-y)^2 = (x+y)^2$ 0.25
$\Leftrightarrow$ 1- (x+y) = xy $\le \frac{(x+y)^2}{4}$ suy ra $DE^2 + 4.DE - 4 \ge 0$
$\Leftrightarrow DE \ge 2\sqrt{2} - 2$
0.25

5.	Vậy $2\sqrt{2}-2 \le \text{DE}<1$ Ta có: $(ac+bd)^2+(ad-bc)^2 = a^2c^2+2abcd+b^2d^2+a^2d^2-2abcd+b^2c^2$ $=a^2(c^2+d^2)+b^2(d^2+c^2)=(a^2+b^2)(c^2+d^2)$ Vì $ad-bc=1$ nên $1+(ac+bd)^2=(a^2+b^2)(c^2+d^2)$ (1) áp dụng bất đẳng thức Cosi cho hai số không âm (a^2+b^2) ;(c^2+d^2) có: $P=a^2+b^2+c^2+d^2+ac+bd \ge 2\sqrt{(a^2+b^2)(c^2+d^2)}+ac+bd$ $\Rightarrow P \ge 2\sqrt{1+(ac+bd)^2}+ac+bd$ (theo (1)) Rõ ràng $P>0$ vì: $2\sqrt{1+(ac+bd)^2} > \|ac+bd\|^2$ Đặt $x=ac+bd$,ta có: $P \ge 2\sqrt{1+x^2}+x$ $\Leftrightarrow P^2 \ge 4(1+x^2)+4x\sqrt{1+x^2}+x^2=(1+x^2)+4x\sqrt{1+x^2}+4x^2+3$ $=(\sqrt{1+x^2}+2x)^2+3 \ge 3$ Vậy $P \ge 3$	 0.25 0.25 0.25 0.25