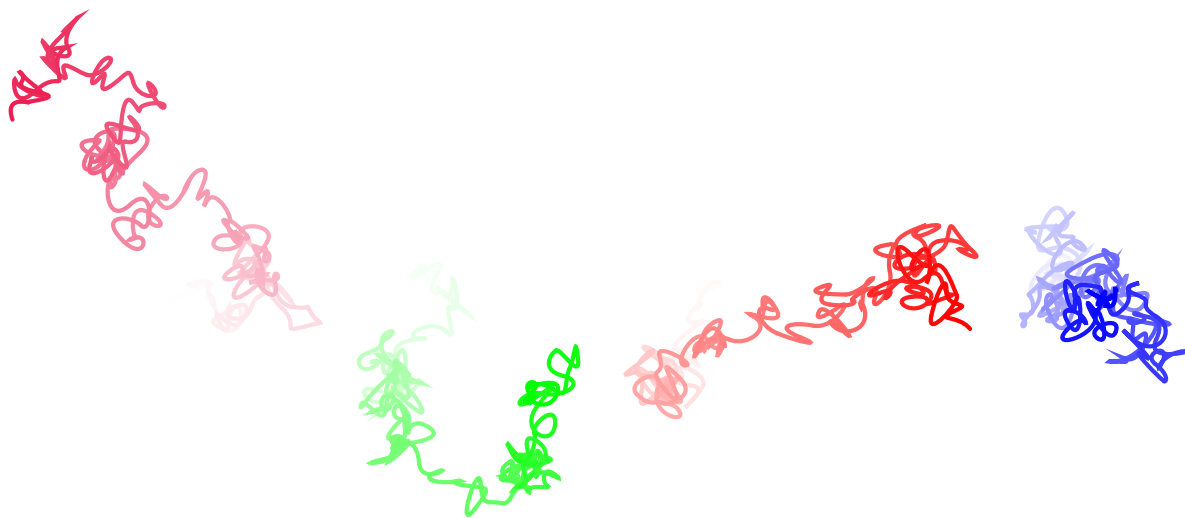




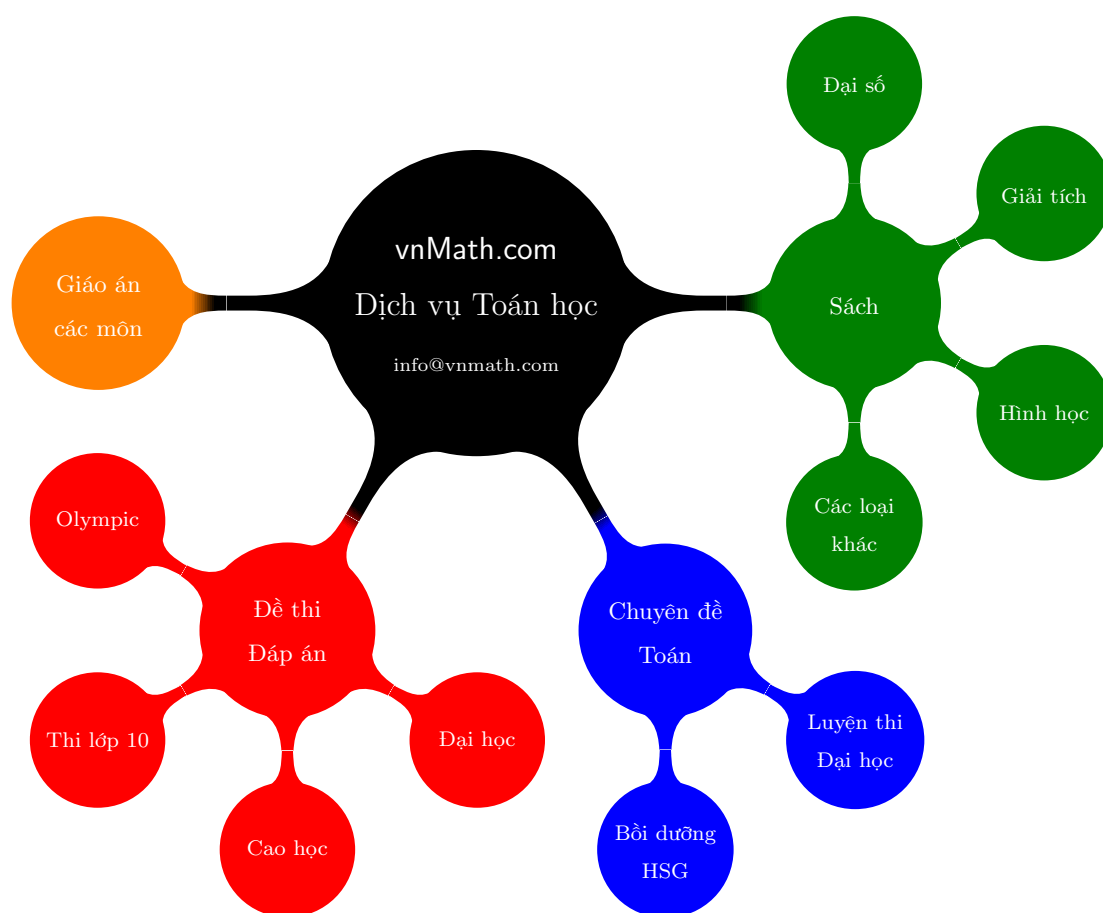
Dịch Vụ Toán Học

TUYỂN TẬP ĐỀ THI VÀO LỚP 10
NĂM HỌC 2010 - 2011 CỦA CÁC TRƯỜNG THPT
TRÊN CẢ NƯỚC
(CÓ ĐÁP ÁN)

MÔN TOÁN



WWW.VNMATH.COM



Bài 1: (2 điểm)

Giải các phương trình và hệ phương trình sau:

a) $2x^2 - 3x - 2 = 0$

b) $\begin{cases} 4x + y = -1 \\ 6x - 2y = 9 \end{cases}$

c) $4x^4 - 13x^2 + 3 = 0$

d) $2x^2 - 2\sqrt{2}x - 1 = 0$

Bài 2: (1,5 điểm)

a) Vẽ đồ thị (P) của hàm số $y = -\frac{x^2}{2}$ và đường thẳng (D): $y = \frac{1}{2}x - 1$ trên cùng một hệ trục tọa độ.

b) Tìm tọa độ các giao điểm của (P) và (D) bằng phép tính.

Bài 3: (1,5 điểm)

Thu gọn các biểu thức sau:

$$A = \sqrt{12 - 6\sqrt{3}} + \sqrt{21 - 12\sqrt{3}}$$

$$B = 5 \left(\sqrt{2 + \sqrt{3}} + \sqrt{3 - \sqrt{5}} - \sqrt{\frac{5}{2}} \right)^2 + \left(\sqrt{2 - \sqrt{3}} + \sqrt{3 + \sqrt{5}} - \sqrt{\frac{3}{2}} \right)^2$$

Bài 4: (1,5 điểm)

Cho phương trình $x^2 - (3m + 1)x + 2m^2 + m - 1 = 0$ (x là ẩn số)

a) Chứng minh rằng phương trình luôn luôn có 2 nghiệm phân biệt với mọi giá trị của m.

b) Gọi x_1, x_2 là các nghiệm của phương trình. Tìm m để biểu thức sau đạt giá trị lớn nhất: $A = x_1^2 + x_2^2 - 3x_1x_2$.

Bài 5: (3,5 điểm)

Cho đường tròn tâm O đường kính $AB = 2R$. Gọi M là một điểm bất kỳ thuộc đường tròn (O) khác A và B. Các tiếp tuyến của (O) tại A và M cắt nhau tại E. Vẽ MP vuông góc với AB (P thuộc AB), vẽ MQ vuông góc với AE (Q thuộc AE).

a) Chứng minh rằng AEMO là tứ giác nội tiếp đường tròn và APMQ là hình chữ nhật.

b) Gọi I là trung điểm của PQ. Chứng minh O, I, E thẳng hàng.

c) Gọi K là giao điểm của EB và MP. Chứng minh hai tam giác EAO và MPB đồng dạng. Suy ra K là trung điểm của MP.

d) Đặt $AP = x$. Tính MP theo R và x. Tìm vị trí của M trên (O) để hình chữ nhật APMQ có diện tích lớn nhất.

BÀI GIẢI

Bài 1: (2 điểm)

Giải các phương trình và hệ phương trình sau:

a) $2x^2 - 3x - 2 = 0$ (1)

$$\Delta = 9 + 16 = 25$$

$$(1) \Leftrightarrow x = \frac{3-5}{4} = \frac{-1}{2} \text{ hay } x = \frac{3+5}{4} = 2$$

b)
$$\begin{cases} 4x + y = -1 & (1) \\ 6x - 2y = 9 & (2) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x + y = -1 & (1) \\ 14x = 7 & (pt(2) + 2pt(1)) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -3 \\ x = \frac{1}{2} \end{cases}$$

c) $4x^4 - 13x^2 + 3 = 0$ (3), đặt $u = x^2$,
phương trình thành: $4u^2 - 13u + 3 = 0$ (4)

$$(4) \text{ có } \Delta = 169 - 48 = 121 = 11^2 \quad (4) \Leftrightarrow u = \frac{13-11}{8} = \frac{1}{4} \text{ hay } u = \frac{13+11}{8} = 3$$

$$\text{Do đó (3)} \Leftrightarrow x = \pm \frac{1}{2} \text{ hay } x = \pm \sqrt{3}$$

d) $2x^2 - 2\sqrt{2}x - 1 = 0$ (5)

$$\Delta' = 2 + 2 = 4$$

$$\text{Do đó (5)} \Leftrightarrow x = \frac{\sqrt{2}-2}{2} \text{ hay } x = \frac{\sqrt{2}+2}{2}$$

Bài 2:

a) Đồ thị: học sinh tự vẽ

Lưu ý: (P) đi qua $O(0;0)$, $\left(\pm 1; -\frac{1}{2}\right)$, $(\pm 2; -2)$.

(D) đi qua $\left(1; -\frac{1}{2}\right)$, $(-2; -2)$

Do đó (P) và (D) có 2 điểm chung là: $\left(1; -\frac{1}{2}\right)$, $(-2; -2)$.

b) PT hoành độ giao điểm của (P) và (D) là

$$\frac{-x^2}{2} = \frac{1}{2}x - 1 \Leftrightarrow x^2 + x - 2 = 0 \quad \Leftrightarrow x = 1 \text{ hay } x = -2$$

Vậy tọa độ giao điểm của (P) và (D) là $\left(1; -\frac{1}{2}\right)$, $(-2; -2)$.

Bài 3:

$$A = \sqrt{12-6\sqrt{3}} + \sqrt{21-12\sqrt{3}} = \sqrt{(3-\sqrt{3})^2} + \sqrt{3(2-\sqrt{3})^2} = 3-\sqrt{3} + (2-\sqrt{3})\sqrt{3} = \sqrt{3}$$

$$B = 5 \left(\sqrt{2+\sqrt{3}} + \sqrt{3-\sqrt{5}} - \sqrt{\frac{5}{2}} \right)^2 + \left(\sqrt{2-\sqrt{3}} + \sqrt{3+\sqrt{5}} - \sqrt{\frac{3}{2}} \right)^2$$

$$2B = 5 \left(\sqrt{4+2\sqrt{3}} + \sqrt{6-2\sqrt{5}} - \sqrt{5} \right)^2 + \left(\sqrt{4-2\sqrt{3}} + \sqrt{6+2\sqrt{5}} - \sqrt{3} \right)^2$$



$$\begin{aligned}
&= 5 \left(\sqrt{(1+\sqrt{3})^2} + \sqrt{(\sqrt{5}-1)^2} - \sqrt{5} \right)^2 + \left(\sqrt{(\sqrt{3}-1)^2} + \sqrt{(\sqrt{5}+1)^2} - \sqrt{3} \right)^2 \\
&= 5 \left((1+\sqrt{3}) + (\sqrt{5}-1) - \sqrt{5} \right)^2 + \left((\sqrt{3}-1) + (\sqrt{5}+1) - \sqrt{3} \right)^2 \\
&= 5.3 + 5 = 20 \Rightarrow B = 10.
\end{aligned}$$

Bài 4:

a) $\Delta = (3m+1)^2 - 8m^2 - 4m + 4 = m^2 + 2m + 5 = (m+1)^2 + 4 > 0 \forall m$

Suy ra phương trình luôn luôn có 2 nghiệm phân biệt với mọi m.

b) Ta có $x_1 + x_2 = 3m + 1$ và $x_1 x_2 = 2m^2 + m - 1$

$$A = x_1^2 + x_2^2 - 3x_1 x_2 = (x_1 + x_2)^2 - 5x_1 x_2$$

$$= (3m+1)^2 - 5(2m^2 + m - 1) = -m^2 + m + 6 = 6 + \frac{1}{4} - \left(m - \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{25}{4} - \left(m - \frac{1}{2}\right)^2$$

Do đó giá trị lớn nhất của A là : $\frac{25}{4}$. Đạt được khi $m = \frac{1}{2}$

Bài 5:

a) Ta có góc $\angle EMO = 90^\circ = \angle EAO$

$\Rightarrow$ EAOM nội tiếp.

Tứ giác APMQ có 3 góc vuông :

$$\angle EAO = \angle APM = \angle PMQ = 90^\circ$$

$\Rightarrow$ Tứ giác APMQ là hình chữ nhật

b) Ta có : I là giao điểm của 2 đường chéo AM và PQ của hình chữ nhật APMQ nên I là trung điểm của AM.

Mà E là giao điểm của 2 tiếp tuyến tại M và tại A nên theo định lý ta có : O, I, E thẳng hàng.

c) Cách 1: hai tam giác AEO và MPB đồng dạng vì chúng là 2 tam giác vuông có 1 góc bằng nhau là $\angle AOE = \angle ABM$, vì $OE \parallel BM$

$$\Rightarrow \frac{AO}{BP} = \frac{AE}{MP} \quad (1)$$

Mặt khác, vì $KP \parallel AE$, nên ta có tỉ số $\frac{KP}{AE} = \frac{BP}{AB} \quad (2)$

Từ (1) và (2) ta có : $AO \cdot MP = AE \cdot BP = KP \cdot AB$,

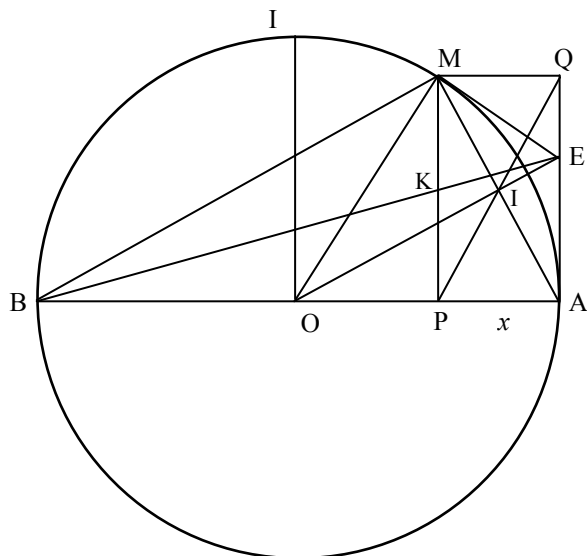
mà $AB = 2 \cdot OA \Rightarrow MP = 2 \cdot KP$

Vậy K là trung điểm của MP.

Cách 2 : Ta có $\frac{EK}{EB} = \frac{AP}{AB} \quad (3)$ do $AE \parallel KP$,

mặt khác, ta có $\frac{EI}{EO} = \frac{AP}{AB} \quad (4)$ do 2 tam giác EOA và MAB đồng dạng

So sánh (3) & (4), ta có : $\frac{EK}{EB} = \frac{EI}{EO}$.



Theo định lý đảo Thales $\Rightarrow KI \parallel OB$, mà I là trung điểm AM
 $\Rightarrow K$ là trung điểm MP.

d) Ta dễ dàng chứng minh được :

$$abcd \leq \left(\frac{a+b+c+d}{4} \right)^4 \quad (*)$$

Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi $a = b = c = d$

$$MP = \sqrt{MO^2 - OP^2} = \sqrt{R^2 - (x - R)^2} = \sqrt{2Rx - x^2}$$

$$\text{Ta có: } S = S_{APMQ} = MP \cdot AP = x\sqrt{2Rx - x^2} = \sqrt{(2R - x)x^3}$$

$$S \text{ đạt max} \Leftrightarrow (2R - x)x^3 \text{ đạt max} \Leftrightarrow x \cdot x \cdot x(2R - x) \text{ đạt max}$$

$$\Leftrightarrow \frac{x}{3} \cdot \frac{x}{3} \cdot \frac{x}{3}(2R - x) \text{ đạt max}$$

$$\text{Áp dụng } (*) \text{ với } a = b = c = \frac{x}{3}$$

$$\text{Ta có: } \frac{x}{3} \cdot \frac{x}{3} \cdot \frac{x}{3}(2R - x) \leq \frac{1}{4^4} \left(\frac{x}{3} + \frac{x}{3} + \frac{x}{3} + (2R - x) \right)^4 = \frac{R^4}{16}$$

$$\text{Do đó } S \text{ đạt max} \Leftrightarrow \frac{x}{3} = (2R - x) \Leftrightarrow x = \frac{3}{2}R.$$

TS. Nguyễn Phú Vinh 
 (TT BDVH và LTĐH Vĩnh Viễn)



ĐỀ CHÍNH THỨC

Câu 1 : (4 điểm)

1) Giải hệ phương trình :
$$\begin{cases} \frac{1}{x+1} + y = 1 \\ \frac{2}{x+1} + 5y = 3 \end{cases}$$

2) Giải phương trình: $(2x^2 - x)^2 + 2x^2 - x - 12 = 0$

Câu 2 : (3 điểm)

Cho phương trình $x^2 - 2(2m + 1)x + 4m^2 + 4m - 3 = 0$ (x là ẩn số)

Tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 ($x_1 < x_2$) thỏa $|x_1| = 2|x_2|$

Câu 3 : (2 điểm)

Thu gọn biểu thức: $A = \frac{\sqrt{7+\sqrt{5}} + \sqrt{7-\sqrt{5}}}{\sqrt{7+2\sqrt{11}}} - \sqrt{3-2\sqrt{2}}$

Câu 4 : (4 điểm)

Cho tam giác ABC cân tại A nội tiếp đường tròn (O). Gọi P là điểm chính giữa của cung nhỏ AC. Hai đường thẳng AP và BC cắt nhau tại M. Chứng minh rằng:

a) $\widehat{ABP} = \widehat{AMB}$

b) $MA \cdot MP = BA \cdot BM$

Câu 5 : (3 điểm)

a) Cho phương trình: $2x^2 + mx + 2n + 8 = 0$ (x là ẩn số và m, n là các số nguyên). Giả sử phương trình có các nghiệm đều là số nguyên.

Chứng minh rằng: $m^2 + n^2$ là hợp số.

b) Cho hai số dương a, b thỏa $a^{100} + b^{100} = a^{101} + b^{101} = a^{102} + b^{102}$. Tính $P = a^{2010} + b^{2010}$

Câu 6 : (2 điểm)

Cho tam giác OAB vuông cân tại O với $OA = OB = 2a$. Gọi (O) là đường tròn tâm O bán kính a. Tìm điểm M thuộc (O) sao cho $MA + 2MB$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Câu 7 : (2 điểm)

Cho a, b là các số dương thỏa $a^2 + 2b^2 \leq 3c^2$. Chứng minh $\frac{1}{a} + \frac{2}{b} \geq \frac{3}{c}$.

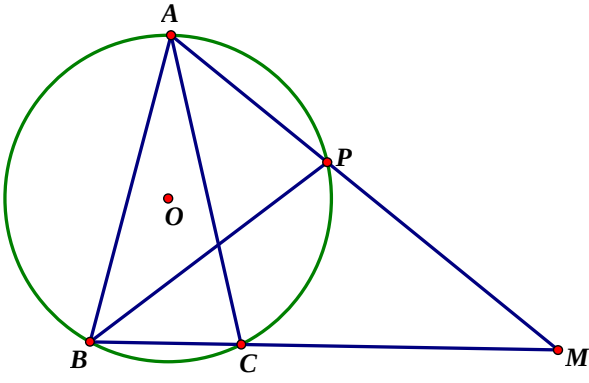
HẾT

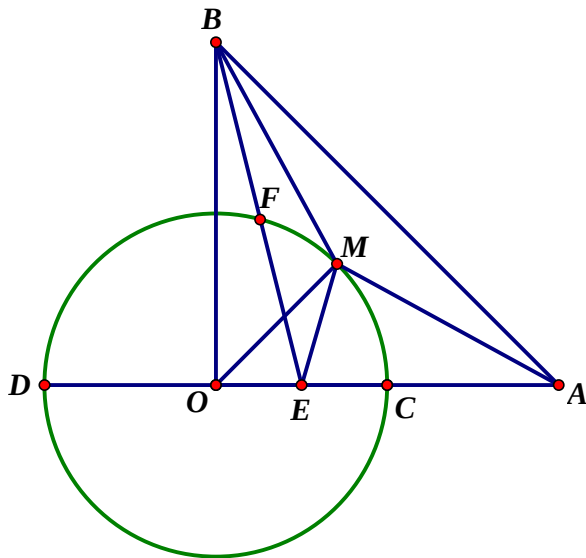
Họ và tên thí sinh:Số báo danh:

Chữ ký giám thị 1 : Chữ ký giám thị 2 :

Câu	Hướng dẫn chấm	Điểm
1 (4 đ)	Câu 1 : (4 điểm) 1) Giải hệ phương trình : $\begin{cases} \frac{1}{x+1} + y = 1 \\ \frac{2}{x+1} + 5y = 3 \end{cases}$ $\begin{cases} \frac{1}{x+1} + y = 1 \\ \frac{2}{x+1} + 5y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{-2}{x+1} - 2y = -2 \\ \frac{2}{x+1} + 5y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3y = 1 \\ \frac{2}{x+1} + 5y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ y = \frac{1}{3} \end{cases}$ 2) Giải phương trình: $(2x^2 - x)^2 + 2x^2 - x - 12 = 0$ Đặt $t = 2x^2 - x$, pt trở thành $t^2 + t - 12 = 0 \Leftrightarrow t = 3$ hay $t = -4$ $t = 3 \Leftrightarrow 2x^2 - x = 3 \Leftrightarrow x = -1$ hay $x = 3/2$ $t = -4 \Leftrightarrow 2x^2 - x = -4$ (vô nghiệm) Vậy phương trình có 2 nghiệm là $x = -1, x = 3/2$	0,5x4 0,5đ 0,5đ 0,5đ 0,5đ
2 (3 đ)	Câu 2 : (3 điểm) Cho phương trình $x^2 - 2(2m + 1)x + 4m^2 + 4m - 3 = 0$ (x là ẩn số) (*) Tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 ($x_1 < x_2$) thỏa $x_1 = 2 x_2$ $\Delta' = (2m + 1)^2 - (4m^2 + 4m - 3) = 4 > 0$, với mọi m Vậy (*) luôn có 2 nghiệm phân biệt với mọi m. $x_1 = 2m - 1, x_2 = 2m + 3$ $x_1 = 2 x_2 \Leftrightarrow 2m - 1 = 2 2m + 3$ $\begin{cases} 2m - 1 = 2(2m + 3) \\ 2m - 1 = -2(2m + 3) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = -\frac{7}{2} \\ m = -\frac{5}{6} \end{cases}$	0,5 đ 0,5đ 0,5đ 1,5đ
3 (2 đ)	Câu 3 : (2 điểm) Thu gọn biểu thức: $A = \frac{\sqrt{7+\sqrt{5}} + \sqrt{7-\sqrt{5}}}{\sqrt{7+2\sqrt{11}}} - \sqrt{3-2\sqrt{2}}$ Xét $M = \frac{\sqrt{7+\sqrt{5}} + \sqrt{7-\sqrt{5}}}{\sqrt{7+2\sqrt{11}}}$ Ta có $M > 0$ và $M^2 = \frac{14+2\sqrt{44}}{7+2\sqrt{11}} = 2$ suy ra $M = \sqrt{2}$ $A = \sqrt{2} - (\sqrt{2} - 1) = 1$	1 đ 1đ



4 (4đ)	Câu 4 : (4 điểm) Cho tam giác ABC cân tại A nội tiếp đường tròn (O). Gọi P là điểm chính giữa cung nhỏ AC. Hai đường thẳng AP và BC cắt nhau tại M. Chứng minh rằng: a) $\widehat{ABP} = \widehat{AMB}$ b) $MA \cdot MP = BA \cdot BM$  a) $\widehat{AMB} = \frac{1}{2}(\text{sđ}\widehat{AB} - \text{sđ}\widehat{PC}) = \frac{1}{2}(\text{sđ}\widehat{AC} - \text{sđ}\widehat{PC}) = \frac{1}{2}\text{sđ}\widehat{AP} = \widehat{ABP}$ b) $\widehat{PA} = \widehat{PC} \Rightarrow \widehat{CAP} = \widehat{ABP} = \widehat{AMB}$ suy ra $CM = AC = AB$ $\triangle MAC \sim \triangle MBP$ (g - g) $\Rightarrow \frac{MA}{MB} = \frac{MC}{MP} \Rightarrow MA \cdot MP = MB \cdot MC = MB \cdot AB$	2đ 1đ 1đ
5 (3 đ)	Câu 5 : (3 điểm) a) Cho phương trình: $2x^2 + mx + 2n + 8 = 0$ (x là ẩn số và m, n là các số nguyên) Giả sử phương trình có các nghiệm đều là số nguyên. Chứng minh rằng: $m^2 + n^2$ là hợp số. Gọi x_1, x_2 là 2 nghiệm của phương trình $\Rightarrow x_1, x_2$ nguyên, $x_1 + x_2 = -\frac{m}{2}, x_1x_2 = n + 4$ $m^2 + n^2 = (2x_1 + 2x_2)^2 + (x_1x_2 - 4)^2 = 4x_1^2 + 4x_2^2 + x_1^2x_2^2 + 16$ $= (x_1^2 + 4)(x_2^2 + 4)$ $x_1^2 + 4, x_2^2 + 4$ là các số nguyên lớn hơn 1 nên $m^2 + n^2$ là hợp số. b) Cho hai số dương a, b thỏa $a^{100} + b^{100} = a^{101} + b^{101} = a^{102} + b^{102}$. Tính $P = a^{2010} + b^{2010}$ Ta có $0 = a^{100} + b^{100} - (a^{101} + b^{101}) = a^{101} + b^{101} - (a^{102} + b^{102})$. $\Rightarrow a^{100}(1 - a) + b^{100}(1 - b) = a^{101}(1 - a) + b^{101}(1 - b)$ $\Rightarrow a^{100}(1 - a)^2 + b^{100}(1 - b)^2 = 0$ $\Rightarrow a = b = 1$ $\Rightarrow P = a^{2010} + b^{2010} = 2$	0,5đ 0,5đ 0,5đ 1đ 0,5đ
6 (2đ)	Câu 6 : (2 điểm) Cho tam giác OAB vuông cân tại O với $OA = OB = 2a$. Gọi (O) là đường tròn tâm O bán kính a. Tìm điểm M thuộc (O) sao cho $MA + 2MB$ đạt giá trị nhỏ nhất.	



Đường thẳng OA cắt (O) tại C và D với C là trung điểm của OA. Gọi E là trung điểm của OC.

* Trường hợp M không trùng với C và D: Hai tam giác OEM và OMA đồng dạng ($\widehat{MOE} = \widehat{AOM}, \frac{OM}{OA} = \frac{1}{2} = \frac{OE}{OM}$).

$$\Rightarrow \frac{ME}{AM} = \frac{OM}{OA} = \frac{1}{2} \Rightarrow MA = 2EM$$

* Trường hợp M trùng với C: $MA = CA = 2EC = 2EM$

* Trường hợp M trùng với D: $MA = DA = 2ED = 2EM$

Vậy luôn có $MA = 2EM$

$MA + 2MB = 2(EM + MB) \geq 2EB = \text{hằng số.}$

Dấu “=” xảy ra khi M là giao điểm của đoạn BE với đường tròn (O).

Vậy $MA + 2MB$ nhỏ nhất khi M là giao điểm của đoạn BE với đường tròn (O).

1đ

0,5 đ

0,5đ

7(2đ) Câu 7 : (2 điểm)

Cho a, b là các số dương thỏa $a^2 + 2b^2 \leq 3c^2$. Chứng minh $\frac{1}{a} + \frac{2}{b} \geq \frac{3}{c}$.

Ta có

$$\frac{1}{a} + \frac{2}{b} \geq \frac{9}{a+2b} \quad (1) \Leftrightarrow (a+2b)(b+2a) \geq 9ab$$

$$\Leftrightarrow 2a^2 - 4ab + 2b^2 \geq 0 \Leftrightarrow 2(a-b)^2 \geq 0 \quad (\text{Đúng})$$

$$a+2b \leq \sqrt{3(a^2+2b^2)} \quad (2) \Leftrightarrow (a+2b)^2 \leq 3(a^2+2b^2)$$

$$\Leftrightarrow 2a^2 - 4ab + 2b^2 \geq 0 \Leftrightarrow 2(a-b)^2 \geq 0 \quad (\text{Đúng})$$

$$\text{Từ (1) và (2) suy ra } \frac{1}{a} + \frac{2}{b} \geq \frac{9}{a+2b} \geq \frac{9}{\sqrt{3(a^2+2b^2)}} \geq \frac{3}{c} \quad (\text{do } a^2 + 2b^2 \leq 3c^2)$$

0,5 đ

0,5đ

1đ

**SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
HÀ NỘI
ĐỀ CHÍNH THỨC**

KỶ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT

Năm học: 2010 – 2011

MÔN: TOÁN

Thời gian làm bài: 120 phút

Bài I (2,5 điểm)

Cho biểu thức $A = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3} + \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3} - \frac{3x+9}{x-9}$, với $x \geq 0$ và $x \neq 9$

- 1) Rút gọn biểu thức A.
- 2) Tìm giá trị của x để $A = \frac{1}{3}$.
- 3) Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức A

Bài II (2,5 điểm)

Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình:

Một mảnh đất hình chữ nhật có độ dài đường chéo là 13m và chiều dài lớn hơn chiều rộng 7m. Tính chiều dài và chiều rộng của mảnh đất đó.

Bài III (1,0 điểm)

Cho parabol (P) : $y = -x^2$ và đường thẳng (d) : $y = mx - 1$

1) Chứng minh rằng với mọi giá trị của m thì đường thẳng (d) luôn cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt.

2) Gọi x_1, x_2 lần lượt là hoành độ các giao điểm của đường thẳng (d) và parabol (P). Tìm giá trị của m để : $x_1^2 x_2 + x_2^2 x_1 - x_1 x_2 = 3$

Bài IV (3,5 điểm)

Cho đường tròn (O) có đường kính AB = 2R và điểm C thuộc đường tròn đó (C khác A, B). Lấy điểm D thuộc dây BC (D khác B, C). Tia AD cắt cung nhỏ BC tại điểm E, tia AC cắt tia BE tại điểm F.

- 1) Chứng minh FCDE là tứ giác nội tiếp.
- 2) Chứng minh DA.DE = DB.DC
- 3) Chứng minh $\widehat{CFD} = \widehat{OCB}$. Gọi I là tâm đường tròn ngoại tiếp tứ giác FCDE, chứng minh IC là tiếp tuyến của đường tròn (O).
- 4) Cho biết DF = R, chứng minh $\widehat{AFB} = 2^\circ$.

Bài V (0,5 điểm)

Giải phương trình : $x^2 + 4x + 7 = (x+4)\sqrt{x^2+7}$

BÀI GIẢI

Bài I: (2,5 điểm) Với $x \geq 0$ và $x \neq 9$ ta có :

- 1)
$$A = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3} + \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3} - \frac{3x+9}{x-9} = \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}-3)}{x-9} + \frac{2\sqrt{x}(\sqrt{x}+3)}{x-9} - \frac{3x+9}{x-9}$$
$$= \frac{x-3\sqrt{x}+2x+6\sqrt{x}-3x-9}{x-9} = \frac{3\sqrt{x}-9}{x-9} = \frac{3(\sqrt{x}-3)}{x-9} = \frac{3}{\sqrt{x}+3}$$
- 2) $A = \frac{1}{3} = \frac{3}{\sqrt{x}+3} \Leftrightarrow \sqrt{x}+3=9 \Leftrightarrow \sqrt{x}=6 \Leftrightarrow x=36$



$$3) A = \frac{3}{\sqrt{x}+3} \text{ lớn nhất} \Leftrightarrow \sqrt{x}+3 \text{ nhỏ nhất} \Leftrightarrow \sqrt{x}=0 \Leftrightarrow x=0$$

Bài II: (2,5 điểm)

Gọi x (m) là chiều rộng của hình chữ nhật ($x > 0$)

$\Rightarrow$ chiều dài của hình chữ nhật là $x + 7$ (m)

Vì đường chéo là 13 (m) nên ta có : $13^2 = x^2 + (x+7)^2 \Leftrightarrow 2x^2 + 14x + 49 - 169 = 0$

$$\Leftrightarrow x^2 + 7x - 60 = 0 \quad (1), \quad (1) \text{ có } \Delta = 49 + 240 = 289 = 17^2$$

$$\text{Do đó } (1) \Leftrightarrow x = \frac{-7-17}{2} \text{ (loại) hay } x = \frac{-7+17}{2} = 5$$

Vậy hình chữ nhật có chiều rộng là 5 m và chiều dài là $(x+7)$ m = 12 m

Bài III: (1,0 điểm)

1) Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d) là:

$$-x^2 = mx - 1 \Leftrightarrow x^2 + mx - 1 = 0 \quad (2), \text{ phương trình } (2) \text{ có } a.c = -1 < 0 \text{ với mọi } m$$

$\Rightarrow (2)$ có 2 nghiệm phân biệt trái dấu với mọi $m \Rightarrow (d)$ luôn cắt (P) tại 2 điểm phân biệt.

2) x_1, x_2 là nghiệm của (2) nên ta có :

$$x_1 + x_2 = -m \text{ và } x_1 x_2 = -1$$

$$x_1^2 x_2 + x_2^2 x_1 - x_1 x_2 = 3 \Leftrightarrow x_1 x_2 (x_1 + x_2 - 1) = 3 \Leftrightarrow -1(-m-1) = 3$$

$$\Leftrightarrow m+1 = 3 \Leftrightarrow m = 2$$

Bài IV: (3,5 điểm)

1) Tứ giác FCDE có 2 góc đối $\widehat{FED} = 90^\circ = \widehat{FCD}$ nên chúng nội tiếp.

2) Hai tam giác vuông đồng dạng ACD và DEB vì hai góc $\widehat{CAD} = \widehat{EBD}$ cùng chắn cung CE, nên ta có tỉ số : $\frac{DC}{DA} = \frac{DE}{DB} \Rightarrow DC.DB = DA.DE$

3) Gọi I là tâm vòng tròn ngoại tiếp với tứ giác FCDE, ta có $\widehat{CFD} = \widehat{CEA}$ (cùng chắn cung CD)
Mặt khác $\widehat{CEA} = \widehat{CBA}$ (cùng chắn cung AC)
và vì tam OCB cân tại O, nên $\widehat{CFD} = \widehat{OCB}$.

$$\text{Ta có : } \widehat{ICD} = \widehat{HDC} = \widehat{HDB}$$

$$\widehat{OCD} = \widehat{OBD} \text{ và } \widehat{HDB} + \widehat{OBD} = 90^\circ$$

$\Rightarrow \widehat{OCD} + \widehat{DCI} = 90^\circ$ nên IC là tiếp tuyến với đường tròn tâm O.

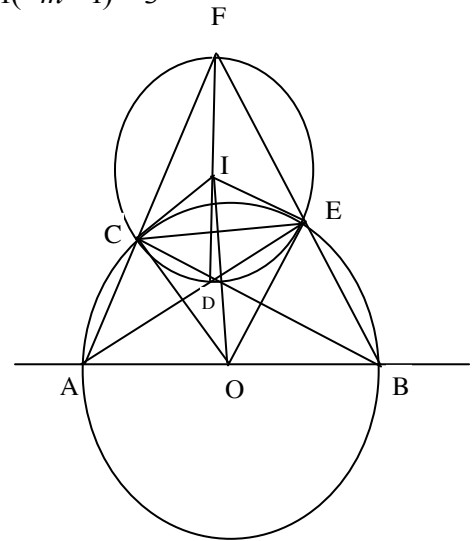
Tương tự IE là tiếp tuyến với đường tròn tâm O.

4) Ta có 2 tam giác vuông đồng dạng ICO và FEA vì có 2 góc nhọn
 $\widehat{CAE} = \frac{1}{2} \widehat{COE} = \widehat{COI}$ (do tính chất góc nội tiếp)

$$\text{Mà } \tan \widehat{CIO} = \frac{CO}{IC} = \frac{R}{\frac{R}{2}} = 2 \Rightarrow \tan \widehat{AFB} = \tan \widehat{CIO} = 2.$$

Bài V: (0,5 điểm)

$$\text{Giải phương trình : } x^2 + 4x + 7 = (x+4)\sqrt{x^2+7}$$



Đặt $t = \sqrt{x^2 + 7}$, phương trình đã cho thành : $t^2 + 4x = (x + 4)t$

$$\Leftrightarrow t^2 - (x + 4)t + 4x = 0 \Leftrightarrow (t - x)(t - 4) = 0 \Leftrightarrow t = x \text{ hay } t = 4,$$

Do đó phương trình đã cho $\Leftrightarrow \sqrt{x^2 + 7} = 4 \text{ hay } \sqrt{x^2 + 7} = x$

$$\Leftrightarrow x^2 + 7 = 16 \text{ hay } \begin{cases} x^2 + 7 = x^2 \\ x \geq \sqrt{7} \end{cases} \Leftrightarrow x^2 = 9 \Leftrightarrow x = \pm 3$$

Cách khác :

$$x^2 + 4x + 7 = (x + 4)\sqrt{x^2 + 7} \Leftrightarrow x^2 + 7 + 4(x + 4) - 16 - (x + 4)\sqrt{x^2 + 7} = 0$$

$$\Leftrightarrow (x + 4)(4 - \sqrt{x^2 + 7}) + (\sqrt{x^2 + 7} - 4)(\sqrt{x^2 + 7} + 4) = 0$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{x^2 + 7} - 4 = 0 \text{ hay } -(x + 4) + \sqrt{x^2 + 7} + 4 = 0$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{x^2 + 7} = 4 \text{ hay } \sqrt{x^2 + 7} = x \Leftrightarrow x^2 = 9 \Leftrightarrow x = \pm 3$$

TS. Nguyễn Phú Vinh
(TT BDVH và LTĐH Vĩnh Viễn)



Bài 1: (2,25 điểm) Không sử dụng máy tính cầm tay:

a) Giải phương trình và hệ phương trình sau:

1) $5x^2 - 7x - 6 = 0$.

2)
$$\begin{cases} 2x - 3y = -13 \\ 3x + 5y = 9 \end{cases}$$

b) Rút gọn biểu thức: $P = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}-2} - 2\sqrt{5}$.

Bài 2: (2,5 điểm) Cho hàm số $y = ax^2$.

a) Xác định hệ số a biết rằng đồ thị của hàm số đã cho đi qua điểm $M(-2; 8)$.

b) Vẽ trên cùng một mặt phẳng tọa độ đồ thị (P) của hàm số đã cho với giá trị a vừa tìm được và đường thẳng (d) đi qua $M(-2; 8)$ có hệ số góc bằng -2 . Tìm tọa độ giao điểm khác M của (P) và (d).

Bài 3: (1,25 điểm) Hai người đi xe đạp cùng xuất phát từ A để đến B với vận tốc bằng nhau. Đi được $\frac{2}{3}$ quãng đường AB, người thứ nhất bị hỏng xe nên dừng lại 20 phút và đón ô tô quay về A, còn người thứ hai không dừng lại mà tiếp tục đi với vận tốc cũ để tới B. Biết rằng khoảng cách từ A đến B là 60 km, vận tốc ô tô hơn vận tốc xe đạp là 48 km/h và khi người thứ hai tới B thì người thứ nhất đã về A trước đó 40 phút. Tính vận tốc của xe đạp.

Bài 4: (2,5 điểm) Cho tam giác ABC vuông tại A và $AC > AB$, D là một điểm trên cạnh AC sao cho $CD < AD$. Vẽ đường tròn (D) tâm D và tiếp xúc với BC tại E. Từ B vẽ tiếp tuyến thứ hai của đường tròn (D) với F là tiếp điểm khác E.

a) Chứng minh rằng năm điểm A, B, E, D, F cùng thuộc một đường tròn.

b) Gọi M là trung điểm của BC. Đường thẳng BF lần lượt cắt AM, AE, AD theo thứ tự tại các điểm N, K, I. Chứng minh: $\frac{IK}{IF} = \frac{AK}{AF}$. Suy ra: $IF \cdot BK = IK \cdot BF$.

c) Chứng minh rằng tam giác ANF là tam giác cân.

Bài 5: (1,5 điểm)

Từ một tấm thiếc hình chữ nhật ABCD có chiều rộng $AB = 3,6\text{dm}$, chiều dài $AD = 4,85\text{dm}$, người ta cắt một phần tấm thiếc để làm mặt xung quanh của một hình nón với đỉnh là A và đường sinh bằng $3,6\text{dm}$, sao cho diện tích mặt xung quanh này lớn nhất. Mặt đáy của hình nón được cắt trong phần còn lại của tấm thiếc hình chữ nhật ABCD.

a) Tính thể tích của hình nón được tạo thành.

b) Chứng tỏ rằng có thể cắt được nguyên vẹn hình tròn đáy mà chỉ sử dụng phần còn lại của tấm thiếc ABCD sau khi đã cắt xong mặt xung quanh hình nón nói trên.

————— Hết —————

SBD thí sinh:.....

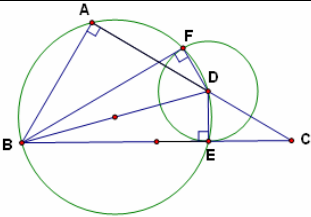
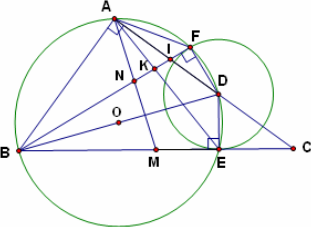
Chữ ký của GT 1:.....

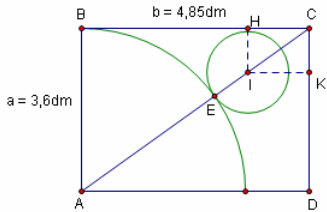


**SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
THỪA THIÊN HUẾ
ĐỀ CHÍNH THỨC**

**KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT TP. HUẾ
Môn: TOÁN - Khóa ngày: 25/6/2010
ĐÁP ÁN VÀ THANG ĐIỂM**

Bài	Ý	Nội dung	Điểm
1			2,25
	a.1 (0,75)	Giải phương trình $5x^2 - 7x - 6 = 0$ (1): $\Delta = 49 + 120 = 169 = 13^2$, $\sqrt{\Delta} = 13$, $x_1 = \frac{7-13}{10} = -\frac{3}{5}$ và $x_2 = \frac{7+13}{10} = 2$. Vậy phương trình có hai nghiệm: $x_1 = -\frac{3}{5}$, $x_2 = 2$	0,25 0,25 0,25
	a.2 (0,75)	Giải hệ phương trình $\begin{cases} 2x - 3y = -13 \\ 3x + 5y = 9 \end{cases}$: $\begin{cases} 2x - 3y = -13 \\ 3x + 5y = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6x - 9y = -39 \\ 6x + 10y = 18 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - 3y = -13 \\ 19y = 57 \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} y = 3 \\ 2x = 9 - 13 = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ y = 3 \end{cases}$	0,50 0,25
	b. (0,75)	$P = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}-2} - 2\sqrt{5} = \frac{\sqrt{5}(\sqrt{5}+2)}{5-4} - 2\sqrt{5}$ $= 5 + 2\sqrt{5} - 2\sqrt{5} = 5$	0,50 0,25
2			2,5
	2.a (0,75)	+ Đồ thị (P) của hàm số $y = ax^2$ đi qua điểm $M(-2; 8)$, nên: $8 = a \cdot (-2)^2 \Leftrightarrow a = 2$. Vậy: $a = 2$ và hàm số đã cho là: $y = 2x^2$	0,50 0,25
	2.b (1,75)	+ Đường thẳng (d) có hệ số góc bằng -2, nên có phương trình dạng: $y = -2x + b$ + (d) đi qua điểm $M(-2; 8)$, nên: $8 = -2 \cdot (-2) + b \Leftrightarrow b = 4$, (d): $y = -2x + 4$ + Vẽ (P) + Vẽ (d) + Hoành độ giao điểm của (P) và (d) là nghiệm của phương trình: $2x^2 = -2x + 4 \Leftrightarrow x^2 + x - 2 = 0$. + Phương trình có hai nghiệm: $x_1 = 1$; $x_2 = -2$ Do đó hoành độ giao điểm thứ hai của (P) và (d) là $x = 1 \Rightarrow y = 2 \cdot 1^2 = 2$. Vậy giao điểm khác M của (P) và (d) có tọa độ: $N(1; 2)$	0,25 0,25 0,50 0,25 0,25 0,25

3			1,25
		Gọi x (km/h) là vận tốc của xe đạp, thì $x + 48$ (km/h) là vận tốc của ô tô. Điều kiện: $x > 0$.  Hai người cùng đi xe đạp một đoạn đường $AC = \frac{2}{3}AB = 40 \text{ km}$ Đoạn đường còn lại người thứ hai đi xe đạp để đến B là: $CB = AB - AC = 20 \text{ km}$. Thời gian người thứ nhất đi ô tô từ C về A là: $\frac{40}{x+48}$ (giờ) và người thứ hai đi từ C đến B là: $\frac{20}{x}$ (giờ). Theo giả thiết, ta có phương trình: $\frac{40}{x+48} + \frac{1}{3} = \frac{20}{x} - \frac{2}{3} \Leftrightarrow \frac{40}{x+48} + 1 = \frac{20}{x}$ Giải phương trình trên: $40x + x(x+48) = 20(x+48) \text{ hay } x^2 + 68x - 960 = 0$ Giải phương trình ta được hai nghiệm: $x_1 = -80 < 0$ (loại) và $x_2 = 12$. Vậy vận tốc của xe đạp là: 12 km/h	0,25 0,25 0,25 0,25
4			2,5
	4.a (1,0)	 Hình vẽ đúng. Theo tính chất tiếp tuyến, ta có: $\angle BED = \angle BFD = 90^\circ$ Mà $\angle BAD = \angle BAC = 90^\circ$ (giả thiết) Do đó: $\angle BED = \angle BFD = \angle BAD = 90^\circ$ Vậy: Năm điểm A, B, E, D, F cùng thuộc đường tròn đường kính BD.	0,25 0,25 0,25 0,25
	4.b (1,0)	 Gọi (O) là đường tròn đường kính BD. Trong đường tròn (O), ta có: $\angle DE = \angle DF \text{ (do DE, DF là bán kính đường tròn (D))} \Rightarrow \angle EAD = \angle DAF$ Suy ra: AD là tia phân giác $\angle EAF$ hay AI là tia phân giác của $\triangle KAF$ Theo tính chất phân giác ta có $\frac{IK}{IF} = \frac{AK}{AF}$ (1) Vì $AB \perp AI$ nên AB là tia phân giác ngoài tại đỉnh A của $\triangle KAF$. Theo tính chất phân giác ta có: $\frac{BK}{BF} = \frac{AK}{AF}$ (2)	0,25 0,25 0,25

		Từ (1) và (2) suy ra : $\frac{IK}{IF} = \frac{BK}{BF}$. Vậy $IF \cdot BK = IK \cdot BF$ (đpcm)	0,25
4.c (0,5)	Ta có: AM là trung tuyến thuộc cạnh huyền BC nên AM = MC, do đó Δ AMC cân tại M, suy ra: $\widehat{MCA} = \widehat{MAC}$. Từ đó: $\widehat{NAF} = \widehat{MAC} + \widehat{DAF} = \widehat{MCA} + \widehat{EAC}$ (vì AI là tia phân giác của góc EAF) Mà $\widehat{AEB} = \widehat{MCA} + \widehat{EAC}$ (góc ngoài của tam giác AEC) Nên $\widehat{NAF} = \widehat{AEB}$ Mặt khác, $\widehat{AFB} = \widehat{AEB}$ (góc nội tiếp cùng chắn cung AB) Suy ra: $\widehat{NAF} = \widehat{BFA} = \widehat{NFA}$ Vậy : Δ ANF cân tại N (đpcm)	0,25	
5			1,5
	 a) Hình khai triển của mặt xung quanh của hình nón có đỉnh tại A, đường sinh $l = 3,6dm = AB$ là hình quạt tâm A bán kính AB. Mặt xung quanh này có diện tích lớn nhất khi góc ở tâm của hình quạt bằng 90°. + Diện tích hình quạt cũng là diện tích xung quanh của hình nón có bán kính đáy là r nên: $S_{xq} = \frac{\pi l^2 \times 90}{360} = \frac{\pi l^2}{4} = \pi r l$ Suy ra: $r = \frac{l}{4} = 0,9dm$ Do đó thể tích của hình nón được tạo ra là: $V = \frac{1}{3} \pi r^2 h = \frac{1}{3} \pi r^2 \sqrt{l^2 - r^2} = \frac{\pi r^3 \sqrt{15}}{3} \approx 2,96(dm^3)$ b) Trên đường chéo AC, vẽ đường tròn tâm I bán kính $r = 0,9dm$ ngoại tiếp cung quạt tròn tại E. IH và IK là các đoạn vuông góc kẻ từ I đến BC và CD. Ta có: $CI = AC - AI = \sqrt{3,6^2 + 4,85^2} - (3,6 + 0,9) \approx 1,54dm$ $IH // AB \Rightarrow \frac{HI}{AB} = \frac{CI}{AC} \Rightarrow IH = \frac{AB \times CI}{AC} > 0,91dm > r = 0,9dm$ Tương tự: $IK > r = 0,9dm$ Vậy sau khi cắt xong mặt xung quanh, phần còn lại của tấm thiếc ABCD có thể cắt được mặt đáy của hình nón.	0,25	
			0,25
			0,25
			0,25

Ghi chú:

- Học sinh làm cách khác đáp án nhưng đúng vẫn cho điểm tối đa.
- Điểm toàn bài không làm tròn.

Bài 1: (1,5 điểm)

Xác định tham số m để phương trình $(m+1)x^2 - 2(m-1)x + m - 2 = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn: $4(x_1 + x_2) = 7x_1x_2$.

Bài 2: (2,0 điểm)

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = x^2 + xy + y^2 - 2x - 3y + 2010$ khi các số thực x, y thay đổi. Giá trị nhỏ nhất đó đạt được tại các giá trị nào của x và y .

Bài 3: (2,5 điểm)

a) Giải phương trình : $\sqrt[3]{x+3} + \sqrt[3]{5-x} = 2$.

b) Giải hệ phương trình :
$$\begin{cases} x + y + \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + 4 = 0 \\ xy + \frac{1}{xy} + \frac{x}{y} + \frac{y}{x} - 4 = 0 \end{cases}$$

Bài 4: (2,0 điểm)

Cho tam giác ABC có $BC = 5a$, $CA = 4a$, $AB = 3a$. Đường trung trực của đoạn AC cắt đường phân giác trong của góc BAC tại K.

a) Gọi (K) là đường tròn có tâm K và tiếp xúc với đường thẳng AB. Chứng minh rằng đường tròn (K) tiếp xúc với đường tròn ngoại tiếp của tam giác ABC.

b) Chứng minh rằng trung điểm của đoạn AK cũng là tâm đường tròn nội tiếp của tam giác ABC.

Bài 5: (2,0 điểm)

a) Với bộ số (6 ; 5 ; 2), ta có đẳng thức đúng : $\frac{65}{26} = \frac{5}{2}$.

Hãy tìm tất cả các bộ số (a ; b ; c) gồm các chữ số hệ thập phân a, b, c đôi một khác nhau và khác 0 sao cho đẳng thức $\frac{ab}{ca} = \frac{b}{c}$ đúng.

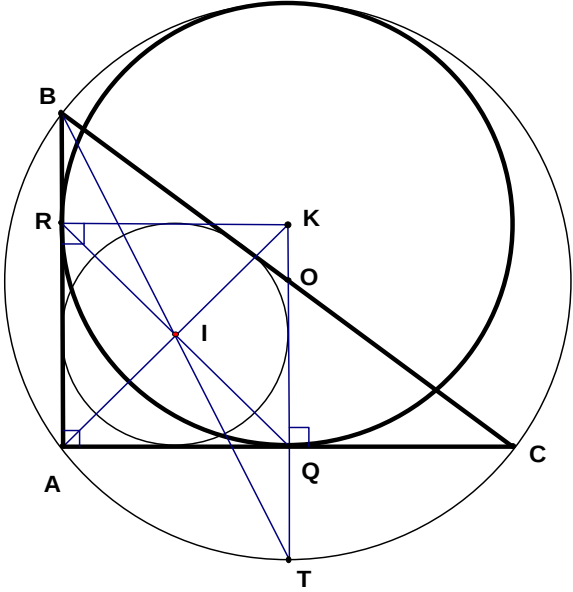
b) Cho tam giác có số đo một góc bằng trung bình cộng của số đo hai góc còn lại và độ dài các cạnh a, b, c của tam giác đó thỏa mãn: $\sqrt{a+b-c} = \sqrt{a} + \sqrt{b} - \sqrt{c}$.

Chứng minh rằng tam giác này là tam giác đều.

----- HẾT -----

HƯỚNG DẪN CHẤM

Bài	Nội dung	Điểm
Bài 1		(1,5đ)
	Phương trình có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \begin{cases} a \neq 0 \\ \Delta' > 0 \end{cases}$	0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} m+1 \neq 0 \\ 3-m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq -1 \\ m < 3 \end{cases} (*)$	0,25
	Ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{2(m-1)}{m+1} \\ x_1 x_2 = \frac{m-2}{m+1} \end{cases}$	0,25
	$4(x_1 + x_2) = 7x_1 x_2 \Leftrightarrow 4 \frac{2(m-1)}{m+1} = 7 \frac{m-2}{m+1}$	0,25
	$\Leftrightarrow 8(m-1) = 7(m-2) \Leftrightarrow m = -6$ Thỏa mãn (*) Vậy: $m = -6$ thỏa mãn yêu cầu bài toán .	0,5
BÀI 2		(2đ)
	Ta có: $P = x^2 + (y-2)x + y^2 - 3y + 2010$	0,25
	$P = \left(x + \frac{y-2}{2}\right)^2 - \frac{(y-2)^2}{4} + y^2 - 3y + 2010$	0,5
	$P = \frac{1}{4}(2x + y - 2)^2 + \frac{3}{4}\left(y - \frac{4}{3}\right)^2 + \frac{6023}{3}$	0,5
	$P \geq \frac{6023}{3}$ với mọi x, y.	0,25
	$P = \frac{6023}{3}$ khi và chỉ khi: $\begin{cases} 2x + y - 2 = 0 \\ y - \frac{4}{3} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{3} \\ y = \frac{4}{3} \end{cases}$	0,25
	Vậy giá trị nhỏ nhất của P là $P_{\min} = \frac{6023}{3}$ đạt khi $x = \frac{1}{3}$ và $y = \frac{4}{3}$	0,25
Bài 3		(2,5đ)
3.a (1đ)	Lập phương hai vế phương trình $\sqrt[3]{x+3} + \sqrt[3]{5-x} = 2$ (1), ta được: $8 + 3\sqrt[3]{(x+3)(5-x)}(\sqrt[3]{x+3} + \sqrt[3]{5-x}) = 8$	0,25
	Dùng (1) ta có: $\sqrt[3]{(x+3)(5-x)} = 0$ (2)	0,25
	Giải (2) và thử lại tìm được : $x = -3, x = 5$ là hai nghiệm của phương trình đã cho.	0,5

3.b (1đ,5)	Điều kiện : $x \neq 0; y \neq 0$.	0,25
	Viết lại hệ : $\begin{cases} \left(x + \frac{1}{x}\right) + \left(y + \frac{1}{y}\right) = -4 \\ \left(x + \frac{1}{x}\right) \cdot \left(y + \frac{1}{y}\right) = 4 \end{cases}$	0,5
	Đặt : $u = x + \frac{1}{x}$; $v = y + \frac{1}{y}$, ta có hệ : $\begin{cases} u + v = -4 \\ uv = 4 \end{cases}$	0,25
	Giải ra được : $u = -2$; $v = -2$.	0,25
	Giải ra được : $x = -1$; $y = -1$. Hệ đã cho có nghiệm : $(x ; y) = (-1 ; -1)$.	0,25
BÀI 4 (2đ)		
4. a (1đ)	Do $BC^2 = AC^2 + AB^2$ nên tam giác ABC vuông tại A.	0,25
	Đường tròn (O) ngoại tiếp ΔABC có tâm là trung điểm O của BC, có bán kính $r = \frac{5}{2}a$.	0,25
	Gọi Q là trung điểm AC và R là tiếp điểm của (K) và AB. KQAR là hình vuông cạnh $2a$. Đường tròn (K) có bán kính $\rho = 2a$	0,25
	Do $OK = KQ - OQ = 2a - \frac{3}{2}a = \frac{1}{2}a = r - \rho$, nên (K) tiếp xúc trong với (O).	0,25
4.b (1đ)	Gọi I là trung điểm AK, nối BI cắt OQ tại T. Ta chứng minh T thuộc đường tròn (O).	0,25
	Hai tam giác IQT và IRB bằng nhau nên $QT = RB = a$	0,25
	Vì $OT = OQ + QT = \frac{3}{2}a + a = r$ nên T thuộc đường tròn (O).	0,25
	Từ đó T là trung điểm của cung AC của đường tròn (O). Suy ra BI là phân giác của góc ABC. Vì vậy I là tâm nội tiếp của ΔABC .	0,25

BÀI 5		(2đ)
5.a (1đ)	Hãy tìm tất cả các bộ số (a ; b ; c) gồm các chữ số a , b, c khác nhau và khác 0 sao cho đẳng thức: $\frac{ab}{ca} = \frac{b}{c}$ (1) đúng.	
	Viết lại (1): $(10a + b)c = (10c + a)b \Leftrightarrow 2.5.c(a - b) = b(a - c).$ Suy ra: 5 là ước số của $b(a - c).$	0,25
	Do 5 nguyên tố và $1 \leq a, b, c \leq 9; a \neq c$ nên: 1) hoặc $b = 5$ 2) hoặc $a - c = 5$ 3) hoặc $c - a = 5$	0,25
	+ Với $b = 5$: $2c(a - 5) = a - c \Leftrightarrow c = \frac{a}{2a-9} \Leftrightarrow 2c = 1 + \frac{9}{2a-9}.$ Suy ra: $2a - 9 = 3 ; 9$ ($a \neq 5$, do $a \neq c$) Trường hợp này tìm được: (a; b; c) = (6; 5; 2), (9; 5; 1) + Với $a = c + 5$: $2c(c + 5 - b) = b \Leftrightarrow b = \frac{2c^2 + 10c}{2c + 1}.$ Viết lại: $2b = 2c + 9 - \frac{9}{2c + 1}$ Suy ra: $2c + 1 = 3 ; 9$ ($c \neq 0$). Trường hợp này tìm được: (a; b; c) = (6; 4; 1), (9; 8; 4). + Với $c = a + 5$: $2(a + 5)(a - b) = -b \Leftrightarrow b = \frac{2a^2 + 10a}{2a - 9}.$ Viết lại : $2b = 2a + 19 + \frac{9.19}{2a - 9}.$ Suy ra: $b > 9$, không xét . + Vậy: Các bộ số thỏa bài toán: (a ; b ; c) = (6 ; 5 ; 2), (9 ; 5 ; 1), (6; 4 ; 1), (9 ; 8 ; 4).	0,5
5.b (1đ)	Từ giả thiết số đo một góc bằng trung bình cộng của số đo hai góc còn lại, suy ra tam giác đã cho có ít nhất một góc bằng 60° . Ví dụ: Từ $2A = B + C$ suy ra $3A = A + B + C = 180^\circ$. Do đó $A = 60^\circ$.	0,25
	Từ $\sqrt{a+b-c} = \sqrt{a} + \sqrt{b} - \sqrt{c}$ (*), suy ra tam giác đã cho là tam giác cân. Thật vậy, bình phương các vế của (*): $a + b - c = a + b + c + 2\sqrt{ab} - 2\sqrt{cb} - 2\sqrt{ac} \Rightarrow \sqrt{c}(\sqrt{c} - \sqrt{a}) + \sqrt{b}(\sqrt{a} - \sqrt{c}) = 0$ $\Rightarrow (\sqrt{a} - \sqrt{c})(\sqrt{b} - \sqrt{c}) = 0$ Vì vậy tam giác này có $a = c$ hoặc $b = c$.	0,5
	Tam giác đã cho là tam giác cân và có góc bằng 60° nên là tam giác đều.	0,25

Gợi ý lời giải môn Toán

Kỳ thi tuyển sinh vào lớp 10 THPT tại Hà nội

Bài I (2,5 điểm)

Cho biểu thức: $A = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3} + \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3} - \frac{3x+9}{x-9}$, với $x \geq 0$ và $x \neq 9$

1/ Rút gọn biểu thức A.

2/ Tìm giá trị của x để $A = \frac{1}{3}$

3/ Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức A.

Lời giải

$$\begin{aligned} 1/ A &= \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}-3)}{x-9} + \frac{2\sqrt{x}(\sqrt{x}+3)}{x-9} - \frac{3x+9}{x-9} \\ &= \frac{x-3\sqrt{x}+2x+6\sqrt{x}-3x-9}{x-9} = \frac{3\sqrt{x}-9}{x-9} = \frac{3(\sqrt{x}-3)}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)} = \frac{3}{\sqrt{x}+3} \end{aligned}$$

$$2/ A = \frac{1}{3} \Leftrightarrow \frac{3}{\sqrt{x}+3} = \frac{1}{3} \Leftrightarrow \sqrt{x} + 3 = 9 \Leftrightarrow \sqrt{x} = 6 \Leftrightarrow x = 36 \text{ (T/m)}$$

Vậy $x = 36$ thì $A = 1/3$.

$$3/ \text{ Do } \sqrt{x} \geq 0 \Leftrightarrow \sqrt{x} + 3 \geq 3 \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{x}+3} \leq \frac{1}{3} \Leftrightarrow \frac{3}{\sqrt{x}+3} \leq 1.$$

$$\Leftrightarrow A \leq 1$$

$$\Leftrightarrow A_{\max} = 1 \Leftrightarrow x = 0 \text{ (T/m)}$$

Bài II (2,5 điểm)

Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình:

Một mảnh đất hình chữ nhật có độ dài đường chéo là 13 m và chiều dài lớn hơn chiều rộng 7 m. Tính chiều dài và chiều rộng của mảnh đất đó.

Lời giải

Gọi chiều rộng của hình chữ nhật là x ($x > 0$; đơn vị: m)

$$\Leftrightarrow \text{Chiều dài hình chữ nhật là: } x+7 \text{ (m)}$$

Vì đường chéo hình chữ nhật là 13m, nên theo Pytago ta có phương trình:

$$x^2 + (x+7)^2 = 169$$

$$\Rightarrow x^2 + x^2 + 14x + 49 = 169$$

$$\Leftrightarrow 2x^2 + 14x - 120 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 7x - 60 = 0$$

$$\Delta = 49 + 240 = 289$$



$$x_1 = \frac{-7+17}{2} = 5 \text{ (tmdk)}; \quad x_2 = \frac{-7-17}{2} = -12 \text{ (loại)}$$

Vậy chiều rộng hình chữ nhật là 5m; chiều dài là 12m.

Bài III (1,0 điểm)

Cho parabol (P): $y = -x^2$ và đường thẳng (d): $y = mx - 1$

1/ Chứng minh rằng với mọi giá trị của m thì đường thẳng (d) luôn cắt parabol (P) tại 2 điểm phân biệt

2/ Gọi x_1, x_2 lần lượt là hoành độ các giao điểm của đường thẳng (d) và parabol (P). Tìm giá trị của m để: $x_1^2 x_2 + x_2^2 x_1 - x_1 x_2 = 3$.

Lời giải

1/ Xét phương trình hoành độ giao điểm (P) và (d): $-x^2 = mx - 1$

$$\Leftrightarrow x^2 + mx - 1 = 0 (*)$$

Có: $ac = -1 < 0 \Rightarrow$ phương trình đã cho có 2 nghiệm phân biệt với $\forall m$

$$2/ \quad x_1^2 x_2 + x_2^2 x_1 - x_1 x_2 = 3$$

$$\Leftrightarrow x_1 x_2 (x_1 + x_2) - x_1 x_2 = 3 \quad (1)$$

Vì phương trình (*) luôn có 2 nghiệm với $\forall m$ nên:

$$\text{Theo Viét ta có: } x_1 + x_2 = \frac{-b}{a} = -m; \quad x_1 x_2 = \frac{c}{a} = -1$$

$$(1) \Leftrightarrow -1 \cdot (-m) + 1 = 3 \Rightarrow m + 1 = 3 \Rightarrow m = 2.$$

Vậy với $m = 2$ thì $x_1^2 x_2 + x_2^2 x_1 - x_1 x_2 = 3$.

Bài IV (3,5 điểm)

Cho đường tròn (O) có đường kính $AB = 2R$ và điểm C thuộc đường tròn đó (C khác A, B). Lấy điểm D thuộc dây BC (D khác B, C). Tia AD cắt cung nhỏ BC tại điểm E, tia AC cắt tia BE tại điểm F.

1/ Chứng minh FCDE là tứ giác nội tiếp.

2/ Chứng minh $DA \cdot DE = DB \cdot DC$

3/ Chứng minh $\widehat{CFD} = \widehat{OCB}$. Gọi I là tâm đường tròn ngoại tiếp tứ giác FCDE, chứng minh IC là tiếp tuyến của đường tròn (O).

4/ Cho biết $DF = R$, chứng minh $\widehat{AFB} = 2$.

Lời giải

$$1/ \quad \widehat{AEB} = 90^\circ \text{ (góc nội tiếp chắn } \frac{1}{2} \text{ đường tròn)} \Rightarrow \widehat{AEF} = 90^\circ$$

$$\widehat{ACB} = 90^\circ \text{ (góc nội tiếp chắn } \frac{1}{2} \text{ đường tròn)} \Rightarrow \widehat{FCB} = 90^\circ$$

Tứ giác CFED có: $\widehat{C} + \widehat{E} = 180^\circ \Rightarrow$ tứ giác CFED nội tiếp (tứ giác có tổng 2 góc đối bằng 180°)



2/ Xét $\triangle ACD$ và $\triangle BED$:

$$\widehat{C} = \widehat{E} = 90^\circ \quad (1)$$

$$\widehat{A_1} = \widehat{B_1} \quad (2 \text{ góc nội tiếp cùng chắn cung CE}) \quad (2)$$

(1) và (2) $\Rightarrow \triangle ACD$ đồng dạng $\triangle BED$ (góc - góc)

$$\Rightarrow \frac{AD}{BD} = \frac{CD}{DE} \Rightarrow AD \cdot DE = BD \cdot CD$$

3/ * Có D là trực tâm của $\triangle FAB$ (do $AE \perp FB$, $BC \perp AF$) $\Rightarrow FD \perp AB$ tại H.

$$\Rightarrow \widehat{F_1} + \widehat{FAH} = 90^\circ$$

$$\text{Mà } \widehat{B_2} + \widehat{FAH} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{F_1} = \widehat{B_2}$$

Có $\triangle COB$ cân tại O ($CO = OB = R$) $\Rightarrow$ góc $C_1 =$ góc $B_2 \Rightarrow$ góc $C_1 =$ góc F_1 (cùng = góc B_2)

* Tâm I của đường tròn ngoại tiếp tứ giác FCDE là trung điểm của FD $\Rightarrow CI = IF = 1/2 FD$
(do góc DCF = 90° tính chất trung tuyến ứng với cạnh huyền)

$\Rightarrow \triangle CIF$ cân tại I $\Rightarrow$ góc $C_2 =$ góc F_1

Có $\triangle CAO$ cân tại O ($CO = OA = R$) $\Rightarrow$ góc $C_3 =$ góc CAO

Mà góc $F_1 +$ góc CAO = $90^\circ \Rightarrow$ góc $C_2 +$ góc $C_3 = 90^\circ \Rightarrow$ góc ICO = $90^\circ \Rightarrow IC \perp CO$, mà $C \in (O) \Rightarrow$ IC là tiếp tuyến của đường tròn (O) (ĐPCM)

4/ Xét $\triangle ICO$ và $\triangle EIO$ có: IC = IE (cùng bằng bán kính của đường tròn (I)) (3)

$$CO = OE (=R) \quad (4)$$

$$IO \text{ chung} \quad (5)$$

Từ (3), (4) và (5) $\Rightarrow \triangle ICO = \triangle EIO$ (c.c.c)

$$\Rightarrow \text{góc COI} = \text{góc EOI}$$

$$\Rightarrow \text{góc COI} = \frac{1}{2} \text{ góc COE} = \frac{1}{2} \text{ số cung CE (góc COE là góc ở tâm)}$$

mà góc $A_1 = \frac{1}{2}$ số cung CE (góc A_1 là góc nội tiếp chắn cung CE)

$$\Rightarrow \text{góc } A_1 = \text{góc COI.}$$

Xét $\triangle ACD$ và $\triangle OCI$ có: góc $A_1 =$ góc COI (cmt) (6)

$$\text{Góc ACD} = \text{góc OCI} (= 90^\circ) \quad (7)$$

$$\text{Từ (6) và (7)} \Rightarrow \triangle ACD \text{ đồng dạng } \triangle OCI \text{ (g.g)} \Rightarrow \frac{AC}{OC} = \frac{CD}{CI} \Rightarrow \frac{AC}{CD} = \frac{OC}{CI} \quad (8)$$

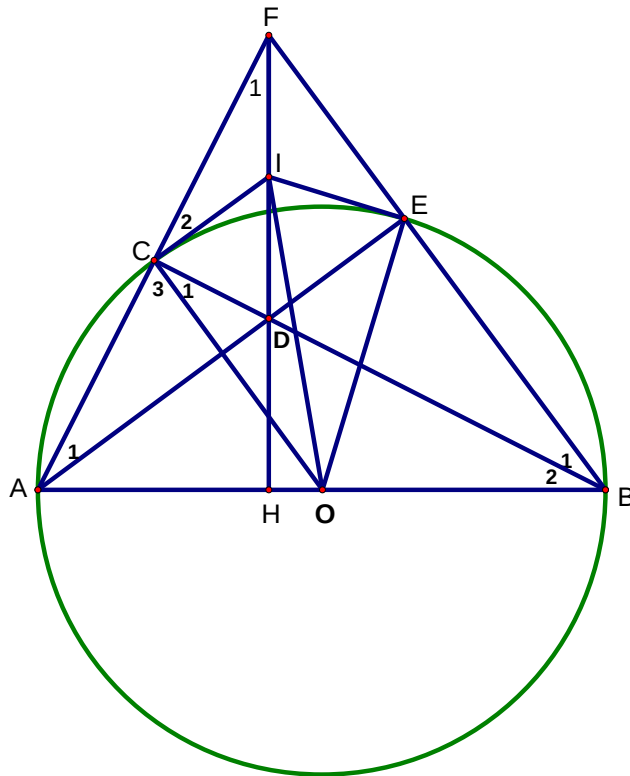
$$\triangle OCI \text{ có } CI = R/2 \text{ (do } CI = \frac{1}{2} FD \text{)} ; CO = R \Rightarrow \frac{OC}{CI} = 2 \quad (9)$$

Tứ giác CFED nội tiếp $\Rightarrow$ góc CFE = góc CDA (góc ngoài của tứ giác nội tiếp = góc trong tại đỉnh đối) (10)



Xét $\triangle CAD$ có góc $C = 90^\circ \Rightarrow \tan \text{góc CDA} = \frac{AC}{CD}$ (11)

Từ (8) (9) (10) và (11) $\Rightarrow \tan \text{góc CFE} = 2$



(hình vẽ của Bài IV)

Bài V (0,5 điểm)

Giải phương trình: $x^2 + 4x + 7 = (x+4)\sqrt{x^2 + 7}$

Lời giải

$$x^2 + 4x + 7 = x\sqrt{x^2 + 7} + 4\sqrt{x^2 + 7}$$

$$x^2 + 7 - 4\sqrt{x^2 + 7} + 4x - x\sqrt{x^2 + 7} = 0$$

$$\sqrt{x^2 + 7}(\sqrt{x^2 + 7} - 4) - x(\sqrt{x^2 + 7} - 4) = 0$$

$$(\sqrt{x^2 + 7} - x)(\sqrt{x^2 + 7} - 4) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x^2 + 7} - x = 0 \\ \sqrt{x^2 + 7} - 4 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x^2 + 7} = x \\ \sqrt{x^2 + 7} = 4 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + 7 = x^2 \\ x^2 + 7 = 16 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \in \emptyset \\ x^2 = 9 \Leftrightarrow x = \pm 3 \end{cases}$$

Vậy $x = \pm 3$ là nghiệm của phương trình.

Gợi ý lời giải của cô giáo Lưu Kim Mai - Giáo viên trường THCS Giảng Võ - Hà Nội.

**SỞ GD VÀ ĐÀO TẠO
HÀ NỘI**

ĐỀ CHÍNH THỨC

**KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT CHUYÊN
Năm học 2010 – 2011
MÔN: TOÁN**

Ngày thi: 24 tháng 6 năm 2010
Thời gian Làm bài 150 phút

BÀI I (2,0 điểm)

- 1) Cho n là số nguyên, chứng minh $A = n^3 + 11n$ chia hết cho 6
- 2) Tìm tất cả các số tự nhiên n để $B = n^4 - 3n^2 + 1$ là số nguyên tố

BÀI II (2,0 điểm)

Cho phương trình : $(m^2 + 2m + 2)x^2 - (m^2 - 2m + 2)x - 1 = 0$. Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình đã cho.

- 1) Tìm các giá trị của m để $x_1^2 + x_2^2 = 2x_1x_2(2x_1x_2 - 1)$.
- 2) Tìm giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của biểu thức $S = x_1 + x_2$

BÀI III (2.0 điểm)

- 1) Cho a là số bất kì, chứng minh rằng: $\frac{a^{2010} + 2010}{\sqrt{a^{2010} + 2009}} > 2$
- 2) Tìm các số nguyên x, y thỏa mãn phương trình $y^2 - x(x-2)(x^2 - 2x + 2) = 0$

BÀI IV (3,0 điểm)

Cho đường tròn $(O;R)$ và một điểm M nằm ngoài đường tròn. Đường tròn đường kính OM cắt đường tròn $(O;R)$ tại hai điểm E, F .

1) Chứng minh giao điểm I của đoạn thẳng OM với đường tròn $(O;R)$ là tâm đường tròn nội tiếp tam giác MEF .

2) Cho A là một điểm bất kì của cung EF chứa điểm M của đường tròn đường kính OM (A khác E, F). Đoạn thẳng OA cắt đoạn thẳng EF tại điểm B . Chứng minh $OA \cdot OB = R^2$.

3) Cho biết $OM = 2R$ và N là một điểm bất kì thuộc cung EF chứa điểm I của đường tròn $(O;R)$ (N khác E, F). Gọi d là đường thẳng qua F và vuông góc với đường thẳng EN tại điểm P , d cắt đường tròn đường kính OM tại điểm K (K khác F). Hai đường thẳng FN và KE cắt nhau tại điểm Q . chứng minh rằng: $PN \cdot PK + QN \cdot QK \leq \frac{\sqrt{3}}{2} R^2$

BÀI V (1,0 điểm)

Giải phương trình: $x^8 - x^7 + x^5 - x^4 + x^3 - x + 1 = 0$

Lưu ý: Giám thị không giải thích gì thêm



KÌ THI TUYỂN SINH LỚP 10 TRUNG HỌC PHỔ THÔNG
KHÓA NGÀY 21 THÁNG 6 NĂM 2010 tại Đà Nẵng
MÔN THI : TOÁN

Bài 1 (2,0 điểm)

a) Rút gọn biểu thức $A = (\sqrt{20} - \sqrt{45} + 3\sqrt{5}) \cdot \sqrt{5}$

b) Tính $B = \sqrt{(\sqrt{3} - 1)^2} - \sqrt{3}$

Bài 2 (2,0 điểm)

a) Giải phương trình $x^4 - 13x^2 - 30 = 0$

b) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} \frac{3}{x} - \frac{1}{y} = 7 \\ \frac{2}{x} - \frac{1}{y} = 8 \end{cases}$$

Bài 3 (2,5 điểm)

Cho hai hàm số $y = 2x^2$ có đồ thị (P) và $y = x + 3$ có đồ thị (d).

a) Vẽ các đồ thị (P) và (d) trên cùng một mặt phẳng tọa độ Oxy.

b) Gọi A là giao điểm của hai đồ thị (P) và (d) có hoành độ âm. Viết phương trình của đường thẳng (Δ) đi qua A và có hệ số góc bằng -1.

c) Đường thẳng (Δ) cắt trục tung tại C, cắt trục hoành tại D. Đường thẳng (d) cắt trục hoành tại B. Tính tỉ số diện tích của hai tam giác ABC và tam giác ABD.

Bài 4 (3,5 điểm)

Cho hai đường tròn (C) tâm O, bán kính R và đường tròn (C') tâm O', bán kính R' ($R > R'$) cắt nhau tại hai điểm A và B. Vẽ tiếp tuyến chung MN của hai đường tròn ($M \in (C)$, $N \in (C')$). Đường thẳng AB cắt MN tại I (B nằm giữa A và I).

a) Chứng minh rằng $\widehat{BMN} = \widehat{MAB}$

b) Chứng minh rằng $IN^2 = IA \cdot IB$

c) Đường thẳng MA cắt đường thẳng NB tại Q; đường thẳng NA cắt đường thẳng MB tại P. Chứng minh rằng MN song song với QP.

BÀI GIẢI

Bài 1: (2 điểm)

a) Rút gọn biểu thức

$$A = (\sqrt{20} - \sqrt{45} + 3\sqrt{5}) \cdot \sqrt{5} = (2\sqrt{5} - 3\sqrt{5} + 3\sqrt{5})\sqrt{5} = 10$$

b) Tính $B = \sqrt{(\sqrt{3} - 1)^2} - \sqrt{3} = \sqrt{3} - 1 - \sqrt{3} = -1$

Bài 2: (2 điểm)

a) Giải phương trình : $x^4 - 13x^2 - 30 = 0$ (1)

Đặt $u = x^2 \geq 0$, pt (1) thành : $u^2 - 13u - 30 = 0$ (2)

(2) có $\Delta = 169 + 120 = 289 = 17^2$

Do đó (2) $\Leftrightarrow u = \frac{13-17}{2} = -2$ (loại) hay $u = \frac{13+17}{2} = 15$

Do đó (1) $\Leftrightarrow x = \pm\sqrt{15}$



b) Giải hệ phương trình :
$$\begin{cases} \frac{3}{x} - \frac{1}{y} = 7 \\ \frac{2}{x} - \frac{1}{y} = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{x} = -1 \\ \frac{2}{x} - \frac{1}{y} = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ \frac{1}{y} = -10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = -\frac{1}{10} \end{cases}$$

Bài 3:

a) Đồ thị: học sinh tự vẽ

Lưu ý: (P) đi qua $O(0;0)$, $(\pm 1; 2)$.

(d) đi qua $(0;3)$, $(-1;2)$

b) PT hoành độ giao điểm của (P) và (d) là: $2x^2 = x + 3 \Leftrightarrow 2x^2 - x - 3 = 0$

$$\Leftrightarrow x = -1 \text{ hay } x = \frac{3}{2}$$

Vậy tọa độ giao điểm của (P) và (d) là $(-1;2)$, $\left(\frac{3}{2}; \frac{9}{2}\right) \Rightarrow A(-1;2)$

Phương trình đường thẳng (Δ) đi qua A có hệ số góc bằng -1 là :

$$y - 2 = -1(x + 1) \Leftrightarrow (\Delta) : y = -x + 1$$

c) Đường thẳng (Δ) cắt trục tung tại C $\Rightarrow$ C có tọa độ $(0; 1)$

Đường thẳng (Δ) cắt trục hoành tại D $\Rightarrow$ D có tọa độ $(1; 0)$

Đường thẳng (d) cắt trục hoành tại B $\Rightarrow$ B có tọa độ $(-3; 0)$

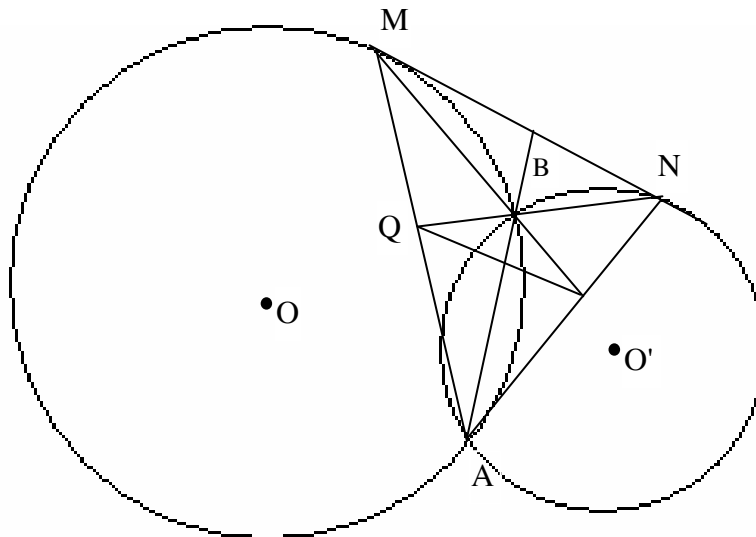
Vì $x_A + x_D = 2x_C$ và A, C, D thẳng hàng (vì cùng thuộc đường thẳng (Δ))

$\Rightarrow$ C là trung điểm AD

2 tam giác BAC và BAD có chung đường cao kẻ từ đỉnh B và $AC = \frac{1}{2}AD$

$$\text{Nên ta có } \frac{S_{ABC}}{S_{ABD}} = \frac{AC}{AD} = \frac{1}{2}$$

Bài 4:



a) Trong đường tròn tâm O:

Ta có $\widehat{BMN} = \widehat{MAB}$ (cùng chắn cung $\widehat{BM}$)

b) Trong đường tròn tâm O':

Ta có $IN^2 = IA \cdot IB$

c) Trong đường tròn tâm O:

$\widehat{MAB} = \widehat{BMN}$ (góc chắn cung $\widehat{BM}$) (1)

Trong đường tròn tâm O':

$\widehat{BAN} = \widehat{BNM}$ (góc chắn cung $\widehat{BN}$) (2)

Từ (1)&(2) $\Rightarrow \widehat{MAB} + \widehat{BAN} + \widehat{MBN} = \widehat{BMN} + \widehat{BNM} + \widehat{MBN} = 180^\circ$

Nên tứ giác APBQ nội tiếp.

$\Rightarrow \widehat{BAP} = \widehat{BQP} = \widehat{QNM}$ (góc nội tiếp và góc chắn cung)

mà $\widehat{QNM}$ và $\widehat{BQP}$ ở vị trí so le trong $\Rightarrow PQ \parallel MN$

Võ Lý Văn Long
(TT BDVH và LTĐH Vĩnh Viễn)



MÔN THI : TOÁN (Chuyên Toán - Hệ số 2)
Thời gian : 150 phút (không tính thời gian giao đề)
ĐỀ CHÍNH THỨC

Bài 1: (2, 0 điểm)

a. Rút gọn biểu thức : $A = \sqrt{3+2\sqrt{2}} + \sqrt{18-8\sqrt{2}}$

b. Cho hai số dương thỏa mãn điều kiện $x + 4y = 5\sqrt{xy}$. Tính $\frac{y}{x}$.

Bài 2: (2, 0 điểm)

a. Giải phương trình $x^2 - 2x|x-2| + 4 = 0$

b. Cho phương trình $2x^4 - 4(m+2)x^2 + 2m^2 + 1 = 0$ (m là tham số). Tìm m để phương trình có 4 nghiệm phân biệt x_1, x_2, x_3, x_4 thỏa mãn $x_1^4 + x_2^4 + x_3^4 + x_4^4 = 66$.

Bài 3: (2, 0 điểm)

a. Chứng minh rằng $70 \cdot 27^{1001} + 31 \cdot 38^{101}$ chia hết cho 13

b. Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} \frac{2}{x} + \frac{3}{y} + \frac{3}{z} = -2 \\ \frac{4}{xy} - \frac{3}{z^2} - \frac{2}{y} = 3 \end{cases}$$

Bài 4: (3, 5 điểm)

Cho hình vuông ABCD cạnh a. Trên cạnh BC lấy điểm E (E khác B và C), trên cạnh CD lấy điểm F sao cho góc $EAF = 45^\circ$. Đường chéo BD cắt AE, AF lần lượt tại H và G.

a. Gọi I là giao điểm của EG và FH. Chứng minh rằng I là trực tâm của tam giác AEF

b. Chứng minh rằng $\frac{GH}{EF}$ không đổi.

c. Đường thẳng AI cắt EF tại K. Chứng minh hai đường thẳng BK và HF song song.

d. Tìm giá trị nhỏ nhất của diện tích tam giác AEF khi E thay đổi trên đoạn BC (E khác B, C), F thay đổi trên đoạn CD thỏa điều kiện góc $EAF = 45^\circ$.

Bài 5: (0, 5 điểm)

Cho a, b, c là ba số dương thỏa mãn $abc < 1$. Chứng minh rằng :

$$\frac{1}{1+a+ab} + \frac{1}{1+b+bc} + \frac{1}{1+c+ca} < 1$$

-----HẾT-----



Thi vào 10 của ĐHSP HN năm 2010

Ngày 19 tháng 6 năm 2010

Cảm ơn bạn kaka math trên Mathscope và bạn Đức ở lớp ôn thi đã cung cấp đề thi này.

Vòng 1

Bài 1. Cho biểu thức

$$A = \left(\frac{3}{2} - \left(x^4 - \frac{x^4 + 1}{x^2 + 1} \right) \cdot \frac{x^3 - x(4x - 1) - 4}{x^7 + 6x^6 - x - 6} \right) : \frac{x^2 + 29x + 78}{3x^2 + 12x - 36}$$

a) Rút gọn A ;

b) Tìm tất cả x nguyên để A nguyên.

Bài 2. Cho hai đường thẳng $d_1 : y = (2m^2 + 1)x + 2m - 1, d_2 : y = m^2x + m - 2$.

a) Tìm tọa độ giao điểm I của d_1 và d_2 theo m ;

b) Chứng minh rằng điểm I luôn thuộc một đường thẳng cố định khi m thay đổi.

Bài 3. Giả sử bộ ba các số thực (x, y, z) thỏa mãn điều kiện $x + 1 = y + z$ và $xy + z^2 - 7z + 10 = 0$.

a) Chứng minh $x^2 + y^2 = -z^2 + 12z - 19$;

b) Tìm tất cả các số thực thỏa mãn điều kiện trên nếu $x^2 + y^2 = 17$.

Bài 4. Cho hình vuông $ABCD$ có cạnh a . Trong hình vuông lấy điểm K để $\triangle ABK$ đều. Các đường thẳng BK và AD cắt nhau tại P .

a) Tính KC theo a ;

b) Trên đoạn AD lấy I để $DI = \frac{a\sqrt{3}}{3}$, các đường thẳng CI và BP cắt nhau tại H . Chứng minh $CHDP$ nội tiếp;

c) Gọi M, L là trung điểm của các đoạn CP và KD . Chứng minh $LM = \frac{a}{2}$.



Bài 5. Giải phương trình $(x^2 - 5x + 1)(x^2 - 4) = 6(x - 1)^2$.

Vòng 2

Bài 1. a) Cho a, b là các số dương khác nhau thoả mãn $a - b = \sqrt{1 - b^2} - \sqrt{1 - a^2}$. Chứng minh

$$a^2 + b^2 = 1.$$

b) Chứng minh $\sqrt{2009^2 + 2009^2 \times 2010^2 + 2010^2} \in \mathbb{N}^*$.

Bài 2. a, b, c, d là bốn số thực đôi một khác nhau và thoả mãn đồng thời hai điều kiện

i) $x^2 - 2cx - 5d = 0$ có hai nghiệm là a, b ;

ii) $x^2 - 2ax - 5b = 0$ có hai nghiệm là c, d .

Chứng minh $a - c = c - b = d - a$ và $a + b + c + d = 30$.

Bài 3. m, n là các số nguyên dương với $n > 1$. Đặt $S = m^2n^2 - 4m + 4n$.

Chứng minh

a) Nếu $m > n$ thì $(mn^2 - 2)^2 < n^2S < m^2n^4$;

b) Nếu S chính phương thì $m = n$.

Bài 4. Cho tam giác ABC có $AB > AC, AB > BC$. Trên cạnh AB lấy M và N để $BC = BM$ và $AC = AN$.

a) Chứng minh N nằm trong đoạn BM ;

b) Qua M, N kẻ $MP \parallel BC, NQ \parallel CA$. Chứng minh $CP = CQ$;

c) Cho $\widehat{ACB} = 90^\circ, \widehat{CAB} = 30^\circ, AB = a$. Tính diện tích tam giác MCN theo a .

Bài 5. Trên bảng đen viết ba số $\sqrt{2}, 2, 1/\sqrt{2}$. Ta bắt đầu thực hiện trò chơi sau: Tại mỗi bước, ta chọn hai số trên bảng, chẳng hạn a, b ; xoá chúng và thay vào hai số $(a+b)/\sqrt{2}, (|a-b|)/\sqrt{2}$. Chứng minh rằng dù chơi bao nhiêu lần ta cũng không thể có đồng thời ba số $1/2\sqrt{2}, \sqrt{2}, 1 + \sqrt{2}$ trên bảng.

Chú ý: Ngày trong tài liệu không phải ngày thi mà là ngày gõ đề này.

Được gõ bằng LaTeX bởi

Nguyễn Trung Tuân

THPT chuyên Hạ Long, Quảng Ninh

Email: tuan.nguyentrung@gmail.com

Điện thoại: 0984995888

Blog: <http://trungtuan.wordpress.com/>

Website: <http://mathscope.org/>



**ĐÁP ÁN VÀ THANG ĐIỂM ĐỀ THI TUYỂN SINH
VÀO TRƯỜNG TRUNG HỌC PHỔ THÔNG CHUYÊN 2010**

Môn thi : Toán (chung)

Câu 1

$$\begin{aligned} 1. \quad A &= \left[\frac{3}{2} - \frac{x^6 - 1}{x^2 + 1} \cdot \frac{(x-4)(x^2 + 1)}{(x+6)(x^6 - 1)} \right] : \frac{(x+3)(x+26)}{3(x+6)(x-2)} \\ &= \left(\frac{3}{2} - \frac{x-4}{x+6} \right) \frac{3(x+6)(x-2)}{(x+3)(x+26)} = \frac{x+26}{2(x+6)} \cdot \frac{3(x+6)(x-2)}{(x+3)(x+26)} = \frac{3x-6}{2x+6}. \end{aligned}$$

Ghi chú: Nếu thí sinh chỉ biến đổi đúng biểu thức trong dấu móc vuông thì được 0,5 điểm.

2. Tập xác định của A: $x \notin \{1; -1; 2; -3; -6; -26\}$.

$$\text{Nếu A nguyên thì } 2A = \frac{6x-12}{2x+6} = \frac{3(2x+6)-30}{2x+6} = 3 - \frac{15}{x+3} \in \mathbb{Z}.$$

Suy ra các trường hợp sau:

- +) $x+3=1 \Rightarrow x=-2 \Rightarrow A=-6 \in \mathbb{Z}$,
- +) $x+3=-1 \Rightarrow x=-4 \Rightarrow A=9 \in \mathbb{Z}$,
- +) $x+3=3 \Rightarrow x=0 \Rightarrow A=-1 \in \mathbb{Z}$,
- +) $x+3=-3 \Rightarrow x=-6$ (loại),
- +) $x+3=5 \Rightarrow x=2$ (loại),
- +) $x+3=-5 \Rightarrow x=-8 \Rightarrow A=3 \in \mathbb{Z}$,
- +) $x+3=15 \Leftrightarrow x=12 \Rightarrow A=1 \in \mathbb{Z}$,
- +) $x+3=-15 \Leftrightarrow x=-18 \Rightarrow A=2 \in \mathbb{Z}$.

Đáp số $x \in \{-2; -4; 0; -8; 12; -18\}$.

ghi chú: Nếu không loại được cả hai trường hợp của x thì trừ 0,5 điểm.
Nếu chỉ loại được đúng một trường hợp của x thì trừ 0,25 điểm.

Câu 2

1. Xét phương trình

$$\begin{aligned} (2m^2 + 1)x + 2m - 1 &= m^2x + m - 2 \Leftrightarrow (m^2 + 1)x = -m - 1 \\ \Leftrightarrow x &= \frac{-m-1}{m^2+1} \Rightarrow y = \frac{-3m^2+m-2}{m^2+1} \Rightarrow I \left(-\frac{m+1}{m^2+1}; \frac{-3m^2+m-2}{m^2+1} \right). \end{aligned}$$

Ghi chú: Nếu tính sai tung độ của I thì trừ 0,25 điểm.



$$2. \text{ Giả sử } I(x_1; y_1) \Rightarrow \begin{cases} y_1 = (2m^2 + 1)x_1 + 2m - 1 \\ y_1 = m^2 x_1 + m - 2 \end{cases} \Rightarrow y_1 = -x_1 - 3$$

Suy ra I thuộc đường thẳng cố định có phương trình $y = -x - 3$.

Câu 3.

1. Từ phương trình (1) suy ra $x - y = z - 1$, từ phương trình (2) suy ra $xy = -z^2 + 7z - 10 \Rightarrow x^2 + y^2 = (x - y)^2 + 2xy = (z - 1)^2 + 2(-z^2 + 7z - 10) = -z^2 + 12z - 19$.

2. $x^2 + y^2 = 17 \Rightarrow z = 6$. Thay vào hệ ta được

$$\begin{cases} x = y + 5 \\ xy + 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow (x; y) = (4; -1); (1; -4)$$

Thử lại thỏa mãn.

Đáp số: $(x; y; z) = (4; -1; 6); (1; -4; 6)$.

Câu 4

1. Dựng $KE \perp BC$, khi đó:

$$CE = \frac{a}{2} \Rightarrow BE = \sqrt{a^2 - \frac{a^2}{4}} = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow EC = a - \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a(2 - \sqrt{3})}{2}$$

$$\Rightarrow KC = \sqrt{\frac{a^2}{4} + \frac{a^2(2 - \sqrt{3})^2}{4}} = a\sqrt{2 - \sqrt{3}}.$$

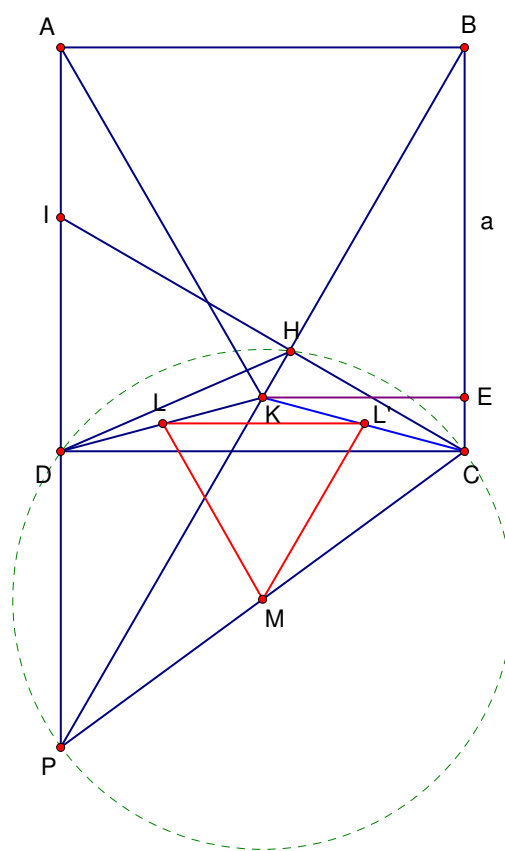
Ghi chú: Nếu thí sinh dùng công thức lượng giác mà chưa đến kết quả trên thì trừ 0,25 điểm.

2. Trong tam giác vuông CDI có

$$CI = \sqrt{a^2 + \frac{a^2}{3}} = \frac{2a}{\sqrt{3}} = 2DI \Rightarrow \angle DCI = 30^\circ.$$

Mặt khác $\angle HPD = 90^\circ - \angle ABP = 30^\circ \Rightarrow$ tứ giác CHDP nội tiếp.

3. Lấy L' là trung điểm đoạn KC. Do tam giác CKD cân tại K và M là trung điểm của CP nên suy ra L và L' đối xứng nhau qua KM $\Rightarrow LM = L'M$. Do $L'M$ là đường trung bình của tam giác CKP nên $L'M = \frac{KP}{2}$. Do tam giác AKP cân tại K nên $KP = KA = AB \Rightarrow LM = \frac{a}{2}$.



Câu 5. Phương trình

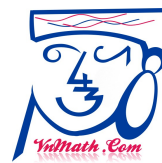
$$\Leftrightarrow [x^2 - 4 - 5(x-1)](x^2 - 4) = 6(x-1)^2 \Leftrightarrow (x^2 - 4)^2 - 5(x^2 - 4)(x-1) - 6(x-1)^2 = 0$$

Do $x=1$ không là nghiệm của phương trình nên ta xét $x \neq 1$. Phương trình

$$\Leftrightarrow \left(\frac{x^2 - 4}{x-1}\right)^2 - 5\frac{x^2 - 4}{x-1} - 6 = 0. \text{ Đặt } t = \frac{x^2 - 4}{x-1}, \text{ Phương trình trở thành:}$$

$$t^2 - 5t - 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = -1 \\ t = 6 \end{cases} \Rightarrow x = 3 + \sqrt{7}; x = 3 - \sqrt{7}; x = \frac{-1 + \sqrt{21}}{2}; x = \frac{-1 - \sqrt{21}}{2}.$$

Ghi chú: Nếu đúng đến phương trình trung gian theo t thì được 0,75 điểm.



**ĐÁP ÁN VÀ THANG ĐIỂM ĐỀ THI TUYỂN SINH
VÀO TRƯỜNG TRUNG HỌC PHỔ THÔNG CHUYÊN 2010**

Môn thi : Toán (chuyên)

Câu 1.

1. (1 điểm) $a - b = \sqrt{1 - b^2} - \sqrt{1 - a^2} \Rightarrow a + \sqrt{1 - a^2} = b + \sqrt{1 - b^2} \Rightarrow a\sqrt{1 - a^2} = b\sqrt{1 - b^2}$
 $\Rightarrow a^2 - a^4 = b^2 - b^4 \Rightarrow a^4 - b^4 - (a^2 - b^2) = 0 \Rightarrow (a^2 - b^2)(a^2 + b^2 - 1) = 0.$

Theo giả thiết suy ra $a^2 - b^2 \neq 0 \Rightarrow a^2 + b^2 = 1.$

2. (1 điểm) Đặt $a = 2009 \Rightarrow 2009^2 + 2009^2 \cdot 2010^2 + 2010^2 = a^2 + a^2(a+1)^2 + (a+1)^2$
 $= a^2(a+1)^2 + 2a(a+1) + 1 = (a^2 + a + 1)^2 \Rightarrow \text{đpcm.}$

Câu 2

1. Theo Định lý Vi Ét :
$$\begin{cases} a + b = 2c(1) \\ ab = -5d(2) \\ c + d = 2a(3) \\ cd = -5b(4) \end{cases}$$

Từ (1) và (3) suy ra $a - c = c - b = d - a.$

2. Đặt $a - c = c - b = d - a = m \Rightarrow \begin{cases} c = a - m \\ b = c - m \Rightarrow a + b + c + d = 4a - 2m \\ d = a + m \end{cases}$

Từ (2) $\Rightarrow a(a - 2m) = -5(a + m) \Rightarrow a^2 - 2am = -5a - 5m(5)$

Từ (4) $\Rightarrow (a - m)(a + m) = -5(a - 2m) \Rightarrow a^2 - m^2 = -5a + 10m(6)$

Từ (5) và (6) $\Rightarrow m^2 - 2am = -15m.$ Theo giả thiết $a \neq c$ nên $m \neq 0$, suy ra
 $m - 2a = -15 \Rightarrow a + b + c + d = 30.$

Câu 3.

1. $(mn^2 - 2)^2 < n^2 S \Leftrightarrow m^2 n^4 - 4mn^2 + 4 < m^2 n^4 - 4mn^2 + 4n^3 \Leftrightarrow n^3 > 1 \Leftrightarrow n > 1$
(đúng theo giả thiết).

$n^2 S < m^2 n^4 \Leftrightarrow m^2 n^4 - 4mn^2 + 4n^3 < m^2 n^4 \Leftrightarrow m > n$ (đúng theo giả thiết).

2. Giả sử ngược lại $m \neq n$, xét hai trường hợp

TH1: $m > n$, theo ý (1) và do S chính phương suy ra

$n^2 S = (mn^2 - 1)^2 \Rightarrow m^2 n^4 - 4mn^2 + 4n^3 = m^2 n^4 - 2mn^2 + 1 \Rightarrow 4n^3 = 2mn^2 + 1$ (Sai).

TH2. $m < n$, khi đó:

*) Nếu $m \geq 2$ thì $n > 2 \Rightarrow 2mn > 4m \Rightarrow (mn)^2 < S < (mn + 1)^2$ (mâu thuẫn với S chính phương).

*) Nếu $m = 1$ thì:

Với $n > 2 \Rightarrow (n + 1)^2 < S < (n + 2)^2$ (mâu thuẫn với S chính phương).

Với $n=2$ thì $S=8$ không phải là số chính phương.

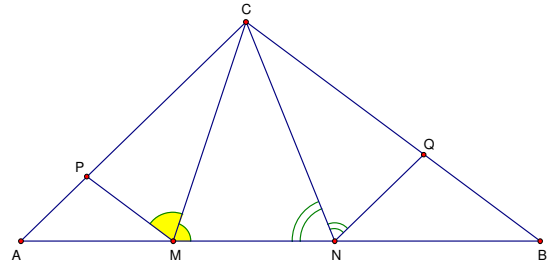
Vậy $m=n$.

Câu 4

1. Từ $CA+CB > AB \Rightarrow$

$AN + BM > AN + BN$

$\Rightarrow BM > BN \Rightarrow N$ nằm giữa B và M .

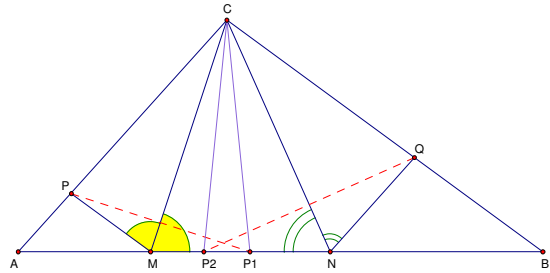


2. Theo giả thiết $\triangle CBM$ cân tại B nên $\angle BCM = \angle BMC$. Mà $\angle PMC = \angle BCM$ (so le trong) $\Rightarrow \angle PMC = \angle BMC$. Tương tự $\angle QNC = \angle ANC \Rightarrow$ các điểm P_1, Q_1 đối xứng với các điểm P, Q qua các đường thẳng CM và CN thuộc AB và $CP = CP_1, CQ = CQ_1$. Do

$\triangle CPM = \triangle CP_1M, \triangle CQN = \triangle CQ_1N$

$\Rightarrow \angle CMP_1 = \angle CPM, \angle CQN = \angle CQ_1N$.

Mặt khác $\angle CPM = \angle CQN$ (cùng bù với góc ACB) $\Rightarrow \angle CP_1M = \angle CQ_1N \Rightarrow \triangle P_1CQ_1$ cân tại $C \Rightarrow CP_1 = CQ_1 \Rightarrow CP = CQ$.

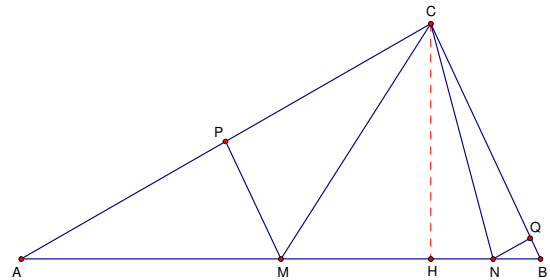


3. Ta có $CB=BM = \frac{a}{2}, CA=AN = \frac{\sqrt{3}a}{2}$

$\Rightarrow MN = BM - BN = \frac{a}{2} - \left(a - \frac{\sqrt{3}a}{2}\right) = \frac{(\sqrt{3}-1)a}{2}$.

Gọi h là khoảng cách từ C đến AB thì:

$$h = \frac{AC}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{4} \Rightarrow dt(MCN) = \frac{(3-\sqrt{3})}{16}a^2$$



Câu 5 Do $a^2 + b^2 = \left(\frac{a+b}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{|a-b|}{\sqrt{2}}\right)^2$ nên tổng bình phương ba số không thay đổi sau mỗi một lần chơi.

Tổng bình phương ba số ban đầu là $(\sqrt{2})^2 + 2^2 + \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 = \frac{13}{2}$.

Tổng bình phương ba số đòi hỏi là $\left(\frac{1}{2\sqrt{2}}\right)^2 + (\sqrt{2})^2 + (1+\sqrt{2})^2 = \frac{41}{8} + 2\sqrt{2}$.

Như thế ta không bao giờ có thể nhận được trạng thái đòi hỏi.

Câu 1. a) Cho a, b, c là các số thực thỏa mãn điều kiện $a + b + c = a^3 + b^3 + c^3 = 0$.

Chứng minh rằng trong ba số a, b, c có ít nhất một số bằng 0

b) Giải hệ phương trình:

$$\begin{cases} x + y + z = 3 \\ xy + yz + xz = -1 \\ x^3 + y^3 + z^3 + 6 = 3(x^2 + y^2 + z^2) \end{cases}$$

Câu 2. a) Giải phương trình $(2x - 1)^2 = 12\sqrt{x^2 - x - 2} + 1$

b) Cho tam giác ABC vuông tại A và có diện tích bằng 1. Chứng minh rằng ta có bất đẳng thức $2 \leq BC \leq \sqrt{2}(AB + AC - \sqrt{2})$

Câu 3. a) Hãy chỉ ra một bộ 4 số nguyên dương phân biệt mà tổng ba số bất kỳ trong chúng là một số nguyên tố.

b) Chứng minh rằng không tồn tại 5 số nguyên dương phân biệt sao cho tổng ba số bất kỳ trong chúng là một số nguyên tố.

Câu 4. Cho đường tròn tâm O, bán kính R và dây cung BC cố định có độ dài $BC = R\sqrt{3}$. A là một điểm thay đổi trên cung lớn BC. Gọi E là điểm đối xứng của B qua AC và F là điểm đối xứng của C qua AB. Các đường tròn ngoại tiếp các tam giác ABE và ACF cắt nhau tại K ($K \neq A$).

- Chứng minh K luôn thuộc một đường tròn cố định
- Xác định vị trí điểm K để tam giác KBC có diện tích lớn nhất và tìm giá trị lớn nhất đó theo R.
- Gọi H là giao điểm của BE và CF. Chứng minh rằng tam giác ABH đồng dạng với tam giác AKC và đường thẳng AK luôn đi qua một điểm cố định.

Câu 5. Trong một giải bóng đá có 12 đội tham dự, thi đấu vòng tròn một lượt (hai đội bất kỳ thi đấu với nhau đúng một trận).

- Chứng minh rằng sau 4 vòng đấu (mỗi đội thi đấu đúng 4 trận) luôn tìm được ba đội bóng đôi một chưa thi đấu với nhau.
- Khẳng định trên còn đúng không nếu mỗi đội đã thi đấu đúng 5 trận ?

Hết



ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 NĂM HỌC 2010-2011
ĐÁP ÁN TOÁN CHUYÊN

Câu 1. a) Cho a, b, c là các số thực thỏa mãn điều kiện $a + b + c = a^3 + b^3 + c^3 = 0$. Chứng minh rằng trong ba số a, b, c có ít nhất một số bằng 0.

b) Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} x + y + z = 3 & (1) \\ xy + yz + zx = -1 & (2) \\ x^3 + y^3 + z^3 + 6 = 3(x^2 + y^2 + z^2) & (3) \end{cases}$$

Giải.

a) (1 điểm) Từ $a + b + c = 0$ suy ra $c = -(a+b)$. Từ đó ta có

$$0 = a^3 + b^3 + c^3 = a^3 + b^3 - (a+b)^3 = -3a^2b - 3ab^2 = -3ab(a+b) = 3abc.$$

Vậy $abc = 0$, suy ra một trong 3 số a, b, c bằng 0 (đpcm).

b) (1 điểm)

Cách 1. Đặt $x = a+1, y = b+1, z = c+1$. Thay vào phương trình (1) ta được

$$a + b + c = 0$$

Thay vào (2) với chú ý $a + b + c = 0$, ta được $ab + bc + ca = -4$ (4)

Thay vào (3) với chú ý $a + b + c = 0$, ta được $a^3 + b^3 + c^3 = 0$

Áp dụng câu a), ta suy ra một trong ba số a, b, c bằng 0. Không mất tính tổng quát, giả sử $a = 0$. Khi đó $b = -c$ và thay vào (4) ta tìm được $b = \pm 2$. Từ đây tìm được x, y, z .

Kết luận : Phương trình có nghiệm (1 ; -1 ; 3) và các hoán vị (6 nghiệm).

Cách 2. Từ phương trình (1) và phương trình (2) ta suy ra

$$x^2 + y^2 + z^2 = (x+y+z)^2 - 2(xy+yz+zx) = 11$$

Thay vào phương trình (3), ta được

$$x^3 + y^3 + z^3 = 27 \quad (5)$$

Từ (1) và (5) ta suy ra $0 = (x+y+z)^3 - (x^3+y^3+z^3) = 3(x+y)(y+z)(z+x)$

Từ đó suy ra trong ba số x, y, z có hai số có tổng bằng 0. Không mất tính tổng quát, giả sử $x + y = 0$. Từ (1) suy ra $z = 3$. Thay vào (2) suy ra $x = -1, y = 1$ hoặc $x = 1, y = -1$.

Kết luận : Phương trình có nghiệm (1 ; -1 ; 3) và các hoán vị (6 nghiệm).

Câu 2. a) Giải phương trình $(2x-1)^2 = 12\sqrt{x^2 - x - 2} + 1$.

b) Cho tam giác ABC vuông tại A và có diện tích bằng 2. Chứng minh rằng ta có bất đẳng thức $2 \leq BC \leq \sqrt{2}(AB + AC - 1)$.

Giải.

a) (1 điểm) Điều kiện: $x^2 - x - 2 \geq 0 \Leftrightarrow x \leq -1 \vee x \geq 2$.

Ta biến đổi phương trình về dạng

$$(2x-1)^2 = 12\sqrt{x^2 - x - 2} + 1 \Leftrightarrow 4x^2 - 4x + 1 = 12\sqrt{x^2 - x - 2} + 1 \Leftrightarrow x^2 - x = 3\sqrt{x^2 - x - 2}$$

Đặt $t = \sqrt{x^2 - x - 2} \geq 0$ thì $t^2 = x^2 - x - 2$. Thay vào phương trình, ta được

$$t^2 + 2 - 3t = 0 \Leftrightarrow t = 1 \vee t = 2$$



Với $t = 1$, ta được $x^2 - x - 3 = 0$, suy ra $x = \frac{1 \pm \sqrt{13}}{2}$.

Với $t = 2$, ta được $x^2 - x - 6 = 0$, suy ra $x = -2, x = 3$.

Các nghiệm này đều thỏa mãn điều kiện.

Vậy phương trình đã cho có 4 nghiệm là: $x = -2, x = 3, x = \frac{1 \pm \sqrt{13}}{2}$.

b) (1 điểm)

Đặt $AB = c, AC = b$ thì theo điều kiện đề bài, ta có $ab = 2$. Ngoài ra, theo định lý Pythagore, ta có $BC = \sqrt{a^2 + b^2}$.

Về thứ nhất của bất đẳng thức cần chứng minh có thể viết lại thành

$\sqrt{2ab} \leq \sqrt{a^2 + b^2} \Leftrightarrow a^2 + b^2 \geq 2ab \Leftrightarrow (a - b)^2 \geq 0$ (đúng, ở đây có thể dùng bất đẳng thức Cauchy)

Về thứ hai của bất đẳng thức có thể viết lại thành

$$\sqrt{a^2 + b^2} + 2 \leq \sqrt{2}(a + b) \Leftrightarrow a^2 + b^2 + 4\sqrt{a^2 + b^2} + 4 \leq 2(a^2 + b^2 + 2ab)$$

$$\Leftrightarrow a^2 + b^2 - 4\sqrt{a^2 + b^2} + 4 \geq 0 \Leftrightarrow (\sqrt{a^2 + b^2} - 2)^2 \geq 0$$

Bất đẳng thức cuối cùng hiển nhiên đúng. Bài toán được giải quyết hoàn toàn.

Câu 3. a) Hãy chỉ ra một bộ 4 số nguyên dương phân biệt mà tổng ba số bất kỳ trong chúng là một số nguyên tố.

b) Chứng minh rằng không tồn tại 5 số nguyên dương phân biệt sao cho tổng ba số bất kỳ trong chúng là một số nguyên tố.

Giải.

a) (0,5 điểm) Có thể chỉ ra bộ (1, 3, 7, 9).

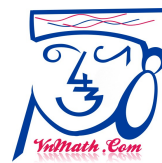
b) Do các số nguyên dương là phân biệt nên tổng ba số bất kỳ lớn hơn 3. Ta chứng minh một trong các tổng đó chia hết cho 3, từ đó không thể là số nguyên tố, suy ra đpcm. Xét số dư trong phép chia các số này cho 3. Nếu các số dư 0, 1, 2 đều xuất hiện thì ta lấy ba số tương ứng, ta sẽ được 3 số có tổng chia hết cho 3. Nếu có 1 số dư nào đó không xuất hiện thì có 5 số và chỉ có nhiều nhất 2 số dư, suy ra tồn tại 3 số có cùng số dư. Ba số này sẽ có tổng chia hết cho 3. Bài toán được giải quyết.

Câu 4. Cho trường tròn tâm O, bán kính R và dây cung BC có độ dài $BC = R\sqrt{3}$. A là một điểm thay đổi trên cung lớn BC. Gọi E là điểm đối xứng của B qua AC và F là điểm đối xứng của C qua AB. Các đường tròn ngoại tiếp các tam giác ABE và ACF cắt nhau tại K ($K \neq A$).

a) Chứng minh K luôn thuộc một đường tròn cố định.

b) Xác định vị trí của điểm A để tam giác KBC có diện tích lớn nhất và tìm giá trị lớn nhất đó theo R.

c) Gọi H là giao điểm của BE và CF. Chứng minh tam giác ABH đồng dạng với tam giác AKC và đường thẳng AK luôn đi qua một điểm cố định.



Giải.

a) (1 điểm) Ta có $\angle AKC = \angle AFC$ (cùng chắn cung AC)

Mặt khác $\angle AFC = \angle FCA$ (do F đối xứng C qua AB) và $\angle FCA = 90^\circ - A$

Nên ta có $\angle AKC = 90^\circ - A$.

Hoàn toàn tương tự, ta có $\angle AKC = 90^\circ - A$.

Suy ra $\angle BKC = 180^\circ - 2A$. Suy ra K luôn thuộc cung chứa góc nhìn đoạn BC dưới góc $180^\circ - 2A$.

b) (1 điểm) Tam giác KBC có đáy $BC = R\sqrt{3}$ không đổi và K nằm trên cung chứa góc $180^\circ - 2A$ nên diện tích tam giác KBC lớn nhất khi K là điểm giữa K_0 của cung chứa góc, tức là tam giác KBC cân tại K. Khi đó A chính là trung điểm cung lớn BC.

Để tính giá trị lớn nhất của diện tích tam giác K_0BC , ta chú ý rằng vì $BC = R\sqrt{3}$ nên $A = 60^\circ$. Suy ra $\angle BKC = 180^\circ - 2A = 60^\circ$. Suy ra tam giác K_0BC là tam giác đều có cạnh $BC = R\sqrt{3}$. Vậy diện tích lớn nhất bằng $R^2 3\sqrt{3}/4$.

c) (1 điểm) Kéo dài AC cắt đường tròn ngoại tiếp tam giác ABE tại C' . Khi đó AC' là đường kính. Tương tự, kéo dài AB cắt đường tròn ngoại tiếp ACF tại B' thì AB' là đường kính. Suy ra AK , $C'C$, $B'B$ là các đường cao trong tam giác $AB'C'$. Suy ra tứ giác $B'BCC'$ nội tiếp và ta có:

$$\angle AC'B' = \angle ABC.$$

Ta có $\angle BAH = 90^\circ - \angle ABC = 90^\circ - \angle AC'B' = \angle KAC' = \angle KAC$.

Mặt khác theo chứng minh ở phần 1, ta đã có $\angle AKC = \angle FCA = \angle ABH$.

Từ đây suy ra tam giác ABH đồng dạng với tam giác AKC.

Vì $\angle BAH = \angle KAC$ nên theo một tính chất quen thuộc trong tam giác, ta có AK đi qua tâm đường tròn ngoại tiếp O của tam giác ABC (đpcm).

Câu 5. Trong một giải bóng đá có 12 đội tham dự, thi đấu vòng tròn một lượt (hai đội bất kỳ thi đấu với nhau đúng một trận).

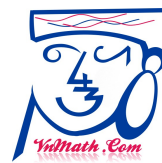
a) Chứng minh rằng sau 4 vòng đấu (mỗi đội thi đấu đúng 4 trận) luôn tìm được ba đội bóng đôi một chưa thi đấu với nhau.

b) Khẳng định trên còn đúng không nếu các đội đã thi đấu 5 trận?

Giải.

a) (1 điểm) Xét một đội bóng A bất kỳ. Sau 4 vòng đấu, A chưa đấu với 7 đội bóng. Gọi S là tập hợp tất cả các đội bóng chưa đấu với A. Xét một đội bóng B thuộc S. Do B mới đấu 4 trận nên B thi đấu nhiều nhất với 4 đội bóng thuộc S. Suy ra B chưa thi đấu với ít nhất 2 đội bóng thuộc S. Giả sử B chưa thi đấu với C thuộc S. Khi đó A, B, C đôi một chưa thi đấu với nhau (đpcm).

b) (0,5 điểm) Kết luận là không? Ta chia 12 đội thành 2 nhóm, mỗi nhóm 6 đội. Cho các đội thi đấu vòng tròn trong nhóm thì sau năm vòng, 2 đội bất kỳ thuộc 1 nhóm đều đã thi đấu với nhau. Lấy 3 đội bóng bất kỳ, theo nguyên lý Dirichlet có hai đội cùng 1 nhóm, và vì vậy các đội này đã thi đấu với nhau. Suy ra không tồn tại 3 đội bóng đôi một chưa thi đấu với nhau.



ĐỀ CHÍNH THỨC

Môn thi : TOÁN
Thời gian: 120 phút

Câu I (3,0 điểm). Cho biểu thức $A = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} - \frac{2}{\sqrt{x}+1} - \frac{2}{x-1}$.

1. Nêu điều kiện xác định và rút gọn biểu thức A.
2. Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 9$.
3. Khi x thỏa mãn điều kiện xác định. Hãy tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức B, với $B = A(x-1)$.

Câu II (2,0 điểm). Cho phương trình bậc hai sau, với tham số m :

$$x^2 - (m+1)x + 2m - 2 = 0 \quad (1)$$

1. Giải phương trình (1) khi $m = 2$.
2. Tìm giá trị của tham số m để $x = -2$ là một nghiệm của phương trình (1).

Câu III (1,5 điểm). Hai người cùng làm chung một công việc thì sau 4 giờ 30 phút họ làm xong công việc. Nếu một mình người thứ nhất làm trong 4 giờ, sau đó một mình người thứ hai làm trong 3 giờ thì cả hai người làm được 75% công việc.

Hỏi nếu mỗi người làm một mình thì sau bao lâu sẽ xong công việc? (Biết rằng năng suất làm việc của mỗi người là không thay đổi).

Câu IV (3,5 điểm). Cho nửa đường tròn tâm O đường kính AB. Điểm H cố định thuộc đoạn thẳng AO (H khác A và O). Đường thẳng đi qua điểm H và vuông góc với AO cắt nửa đường tròn (O) tại C. Trên cung BC lấy điểm D bất kỳ (D khác B và C). Tiếp tuyến của nửa đường tròn (O) tại D cắt đường thẳng HC tại E. Gọi I là giao điểm của AD và HC.

1. Chứng minh tứ giác HBDI nội tiếp đường tròn.
2. Chứng minh tam giác DEI là tam giác cân.
3. Gọi F là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ICD. Chứng minh góc ABF có số đo không đổi khi D thay đổi trên cung BC (D khác B và C).

-----Hết-----

Họ và tên thí sinh:..... Số báo danh :.....

HƯỚNG DẪN GIẢI ĐỀ THI VÀO LỚP 10 PTTH NĂM HỌC 2010 – 2011

Câu 1.

a) ĐKXD: $x \geq 0; x \neq 1$.

$$\begin{aligned}\text{Ta có: } A &= \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} - \frac{2}{\sqrt{x}+1} - \frac{2}{x-1} \\ &= \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}+1)}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)} - \frac{2(\sqrt{x}-1)}{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-1)} - \frac{2}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)} = \frac{(x+\sqrt{x})-2(\sqrt{x}-1)-2}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)} \\ &= \frac{x+\sqrt{x}-2\sqrt{x}+2-2}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)} = \frac{x-\sqrt{x}}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)} = \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)} = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1}\end{aligned}$$

$$\text{Vậy } A = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1}$$

$$\text{b) Thay } x = 9 \text{ vào biểu thức rút gọn của } A \text{ ta được: } A = \frac{\sqrt{9}}{\sqrt{9}+1} = \frac{3}{3+1} = \frac{3}{4}$$

$$\text{Vậy khi } x = 9 \text{ thì } A = \frac{3}{4}$$

c) Ta có: $B = A \cdot (x-1)$

$$= \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1} (x-1) = \sqrt{x}(\sqrt{x}-1) = x - \sqrt{x} = (\sqrt{x})^2 - 2 \cdot \sqrt{x} \cdot \frac{1}{2} + \left(\frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{4} = \left(\sqrt{x} - \frac{1}{2}\right)^2 + \left(-\frac{1}{4}\right)$$

Vì: $\left(\sqrt{x} - \frac{1}{2}\right)^2 \geq 0$ Với mọi giá trị của $x \geq 0$ và $x \neq 1$

$$\Rightarrow \left(\sqrt{x} - \frac{1}{2}\right)^2 + \left(-\frac{1}{4}\right) \geq \left(-\frac{1}{4}\right) \text{ Với mọi giá trị của } x \geq 0 \text{ và } x \neq 1.$$

$$\text{Dấu bằng xảy ra khi } \left(\sqrt{x} - \frac{1}{2}\right)^2 = 0 \Leftrightarrow \sqrt{x} - \frac{1}{2} = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{4}$$

Vậy giá trị nhỏ nhất của biểu thức B là $\left(-\frac{1}{4}\right)$ đạt được khi $x = \frac{1}{4}$.

Câu 2.

a) Khi $m = 2$ thì phương trình (1) trở thành: $x^2 - 3x + 2 = 0$ (*)

Vì phương trình (*) là một phương trình bậc hai có: $a + b + c = 1 + (-3) + 2 = 0$

Nên phương trình (*) có hai nghiệm là $x_1 = 1$ và $x_2 = 2$.

Vậy khi $m = 2$ thì phương trình (1) có hai nghiệm là $x_1 = 1$ và $x_2 = 2$.

b) Giả sử $x = -2$ là một nghiệm của phương trình (1). Thay $x = -2$ vào phương trình (1) ta được: $(-2)^2 - (m+1)(-2) + 2m - 2 = 0$

$$\Leftrightarrow 4 + 2m + 2 + 2m - 2 = 0 \Leftrightarrow 4m + 4 = 0 \Leftrightarrow 4m = -4 \Leftrightarrow m = -1./$$

Vậy với $m = -1$ thì phương trình (1) có một nghiệm là $x = -2$.

Câu 3. Đổi: 4 giờ 30 phút = $\frac{9}{2}$ giờ.

Gọi $x(h)$ là thời gian để người thứ nhất làm một mình xong công việc (ĐK: $x > \frac{9}{2}$)

Gọi $y(h)$ là thời gian để người thứ hai làm một mình xong công việc (ĐK: $y > \frac{9}{2}$)

Khi đó: Mỗi giờ người thứ nhất làm được $\frac{1}{x}$ (công việc)

Mỗi giờ người thứ hai làm được $\frac{1}{y}$ (công việc)





ĐỀ THI CHÍNH THỨC

MÔN THI: TOÁN

Thời gian làm bài: 150 phút (không kể thời gian giao đề)

Bài 1 (1,0 điểm).

Cho biểu thức:

$$M = \frac{2}{3} \left[\frac{1}{1 + \left(\frac{2\sqrt{x}+1}{\sqrt{3}} \right)^2} + \frac{1}{1 + \left(\frac{2\sqrt{x}-1}{\sqrt{3}} \right)^2} \right] \cdot \frac{2010}{x+1}.$$

Tìm x để biểu thức có nghĩa, khi đó hãy rút gọn M và tìm giá trị lớn nhất của M.

Bài 2 (2,0 điểm).

1. Giải phương trình: $\sqrt{x-1} + \sqrt{x-4} = 3$.
2. Tìm m để phương trình $x^2 + (2m+3)x + 3m+11 = 0$ có hai nghiệm $x_1; x_2 \neq 0$

$$\text{thoả mãn } \left| \frac{1}{x_1} - \frac{1}{x_2} \right| = \frac{1}{2}.$$

Bài 3 (2,0 điểm).

1. Cho các số thực a, b, c, d. Chứng minh rằng:

$$\sqrt{a^2+b^2} + \sqrt{c^2+d^2} \geq \sqrt{(a+c)^2 + (b+d)^2}.$$

Đẳng thức xảy ra khi nào?

2. Cho các số dương a, b, c thoả mãn $a+b+c \leq 2$. Chứng minh rằng:

$$\sqrt{a^2 + \frac{1}{b^2}} + \sqrt{b^2 + \frac{1}{c^2}} + \sqrt{c^2 + \frac{1}{a^2}} \geq \frac{\sqrt{97}}{2}.$$

Bài 4 (3,0 điểm).

Cho đường tròn (O; R) và đường tròn (O'; R') cắt nhau tại A và B. Trên tia đối của tia AB lấy điểm C. Kẻ tiếp tuyến CD, CE với đường tròn tâm O, trong đó D, E là các tiếp điểm và E nằm trong đường tròn (O'). Đường thẳng AD, AE cắt đường tròn (O') lần lượt tại M và N (M, N khác A). Tia DE cắt MN tại K. Chứng minh:

1. Các tứ giác BEKN, BDMK nội tiếp.
2. $\triangle BKM \sim \triangle BEA$.
3. $O'K \perp MN$.

Bài 5 (2,0 điểm).

1. Giải hệ phương trình nghiệm nguyên:
$$\begin{cases} x+y=z \\ x^3+y^3=z^2 \end{cases}.$$

2. Có 2010 viên sỏi. Hai người chơi thay phiên nhau bốc sỏi, mỗi lượt đi người chơi được quyền bốc một số lượng viên sỏi là lũy thừa với số mũ tự nhiên bất kỳ của 2 (1, 2, 4, 8, ...). Ai bốc được viên sỏi cuối cùng là thắng cuộc. Giả sử cả 2 người chơi đều là người thông minh. Hỏi ai là người thắng cuộc?

----- Hết -----

Họ tên học sinh:, Giám thị 1:.....

Số báo danh:, Giám thị 2:.....



HƯỚNG DẪN CHẤM MÔN TOÁN

Bài 1 (1,0 điểm).

Cho biểu thức:

$$M = \frac{2}{3} \left[\frac{1}{1 + \left(\frac{2\sqrt{x}+1}{\sqrt{3}} \right)^2} + \frac{1}{1 + \left(\frac{2\sqrt{x}-1}{\sqrt{3}} \right)^2} \right] \cdot \frac{2010}{x+1}.$$

Tìm x để biểu thức có nghĩa, khi đó hãy rút gọn M và tìm giá trị lớn nhất của M.

Giải

Điều kiện: $x \geq 0$

0.25

$$M = \frac{2}{3} \left[\frac{3}{4x+4\sqrt{x}+4} + \frac{3}{4x-4\sqrt{x}+4} \right] \cdot \frac{2010}{x+1}$$

0.25

$$= \frac{x+1}{x^2+x+1} \cdot \frac{2010}{x+1} = \frac{2010}{x^2+x+1}$$

0.25

Do $x \geq 0$ nên $M \leq 2010$.

0.25

Bài 2 (2,0 điểm).

1. (1,0 điểm) Giải phương trình: $\sqrt{x-1} + \sqrt{x-4} = 3$.

Giải

Điều kiện $x \geq 4$.

0.25

$$\Leftrightarrow \sqrt{x-1} + \sqrt{x-4} = 3 \Leftrightarrow 2x-5+2\sqrt{x^2-5x+4} = 9 \Leftrightarrow \sqrt{x^2-5x+4} = 7-x$$

0.25

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 7 \\ x^2-5x+4 = x^2-14x+49 \end{cases} \Leftrightarrow x = 5.$$

0.5

2. (1,0 điểm) Tìm m để phương trình $x^2 + (2m+3)x + 3m+11 = 0$ có hai nghiệm $x_1; x_2 \neq 0$

$$\text{thoả mãn } \left| \frac{1}{x_1} - \frac{1}{x_2} \right| = \frac{1}{2}.$$

Giải

Phương trình có 2 nghiệm khác 0 khi:

$$\begin{cases} \Delta = (2m+3)^2 - 4(3m+11) = 4m^2 - 35 \geq 0 \\ 3m+11 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq -\frac{\sqrt{35}}{2} \\ m \neq -\frac{11}{3} \end{cases} \text{ hoặc } m \geq \frac{\sqrt{35}}{2}.$$

0.25

$$\text{Theo định lí Viet ta có: } \begin{cases} x_1 + x_2 = -2m-3 \\ x_1 x_2 = 3m+11 \end{cases}.$$

0.25

$$\left| \frac{1}{x_1} - \frac{1}{x_2} \right| = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \left(\frac{1}{x_1} - \frac{1}{x_2} \right)^2 = \frac{1}{4} \Leftrightarrow 4(x_1 - x_2)^2 = x_1^2 x_2^2 \Leftrightarrow 4[(x_1 + x_2)^2 - 4x_1 x_2] = x_1^2 x_2^2$$

0.25

$$\Leftrightarrow 4[(2m+3)^2 - 4(3m+11)] = (3m+11)^2 \Leftrightarrow 7m^2 - 66m - 261 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = -3 \\ m = \frac{87}{7} \text{ (tmđk)} \end{cases}$$

0.25

Bài 3: (2,0 điểm)

1. (1,0 điểm)

Cho các số thực a, b, c, d. Chứng minh rằng:

$$\sqrt{a^2+b^2} + \sqrt{c^2+d^2} \geq \sqrt{(a+c)^2 + (b+d)^2}.$$

Giải

$$\begin{aligned}\sqrt{a^2+b^2}+\sqrt{c^2+d^2} &\geq \sqrt{(a+c)^2+(b+d)^2} \\ \Leftrightarrow a^2+b^2+c^2+d^2+2\sqrt{(a^2+b^2)(c^2+d^2)} &\geq (a+c)^2+(b+d)^2 \\ \Leftrightarrow \sqrt{(a^2+b^2)(c^2+d^2)} &\geq ac+bd \quad (1)\end{aligned}$$

Nếu $ac+bd < 0$ thì bất đẳng thức (1) hiển nhiên đúng. 0.25

Nếu $ac+bd \geq 0$ thì bất đẳng thức (1) tương đương với $(a^2+b^2)(c^2+d^2) \geq (ac+bd)^2 \Leftrightarrow (ad-bc)^2 \geq 0$ (đúng) 0.25

Vậy bất đẳng thức đầu luôn đúng. Dấu đẳng thức xảy ra khi $\begin{cases} ad=bc \\ ac+bd \geq 0 \end{cases}$ 0.25

2. (1,0 điểm)

Cho các số dương a, b, c thỏa mãn $a+b+c \leq 2$. Chứng minh rằng:

$$\sqrt{a^2+\frac{1}{b^2}}+\sqrt{b^2+\frac{1}{c^2}}+\sqrt{c^2+\frac{1}{a^2}} \geq \frac{\sqrt{97}}{2}.$$

Giải

Theo phần 1 ta có $\sqrt{a^2+\frac{1}{b^2}}+\sqrt{b^2+\frac{1}{c^2}}+\sqrt{c^2+\frac{1}{a^2}} \geq \sqrt{(a+b+c)^2+\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\right)^2}$. 0.25

$$\text{Lại có } (a+b+c)\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\right) \geq 9 \Rightarrow \frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c} \geq \frac{9}{a+b+c} \geq \frac{9}{2}.$$

$$(a+b+c)^2 + \frac{16}{81}\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\right)^2 \geq 2 \cdot \frac{4}{9}(a+b+c)\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\right) \geq 8. \quad \text{0.25}$$

$$\begin{aligned}(a+b+c)^2 + \left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\right)^2 &= (a+b+c)^2 + \frac{16}{81}\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\right)^2 + \frac{65}{81}\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\right)^2 \\ &\geq 8 + \frac{65}{81} \cdot \frac{81}{4} = \frac{97}{4}.\end{aligned} \quad \text{0.25}$$

$$\text{Vậy, } \sqrt{a^2+\frac{1}{b^2}}+\sqrt{b^2+\frac{1}{c^2}}+\sqrt{c^2+\frac{1}{a^2}} \geq \frac{\sqrt{97}}{2}. \text{ Dấu bằng xảy ra khi } a=b=c=\frac{2}{3}. \quad \text{0.25}$$

Bài 4: (3,0 điểm)

Cho đường tròn $(O; R)$ và đường tròn $(O'; R')$ cắt nhau tại A và B. Trên tia đối của tia AB lấy điểm C. Kẻ tiếp tuyến CD, CE với đường tròn tâm O, trong đó D, E là các tiếp điểm và E nằm trong đường tròn (O') . Đường thẳng AD, AE cắt đường tròn (O') lần lượt tại M và N (M, N khác A). Tia DE cắt MN tại K. Chứng minh:

1. Các tứ giác BENK, BDMK nội tiếp.
2. $\triangle BKM \sim \triangle BEA$.
3. $O'K \perp MN$.

Giải

1. (1.0 điểm)

Do tứ giác AMNB nội tiếp nên $\widehat{MNB} = \widehat{DAB}$, mà $\widehat{DEB} = \widehat{DAB}$, nên $\widehat{MNB} = \widehat{DEB}$, hay $\widehat{KNB} = \widehat{DEB}$. Suy ra tứ giác BEKN nội tiếp. 0.5

Từ đó ta có $\widehat{BKN} = \widehat{BEN}$

Lại do tứ giác DAEB nội tiếp nên $\widehat{BEN} = \widehat{BDA}$

Vậy $\widehat{BKN} = \widehat{BDA}$ nên tứ giác BDMK nội tiếp 0.5

2. (1.0 điểm)

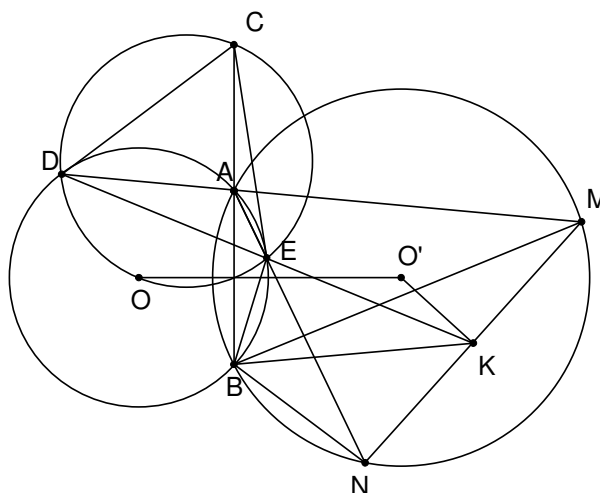
Ta có $\widehat{BMK} = \widehat{BAE}$ (cùng chắn cung BN). (1) 0.25

Do BEKN nội tiếp, nên $\widehat{BEN} = \widehat{BKN} \Rightarrow \widehat{BKM} = \widehat{BEA}$. (2) 0.25



Từ (1) và (2) suy ra $\triangle BKM \sim \triangle BEA$.

0.5



3. (1.0 điểm)

Do CD là tiếp tuyến của đường tròn (O) nên $\widehat{CDA} = \widehat{CBD}$, suy ra

$$\triangle CBD \sim \triangle CDA. \text{ Do đó } \frac{DB}{DA} = \frac{CD}{CA}. \quad (3) \quad 0.25$$

$$\text{Lập luận tương tự ta có } \frac{CE}{CA} = \frac{EB}{EA}. \quad (4)$$

$$\text{Ta lại có } CD = CE \text{ (t/c tiếp tuyến)}. \quad (5)$$

$$\text{Từ (3), (4) và (5) suy ra } \frac{EB}{EA} = \frac{DB}{DA}. \quad (6) \quad 0.25$$

$$\text{Lại có } \widehat{DAB} = \widehat{BNK} \text{ do tứ giác ABNM nội tiếp}. \quad (7)$$

$$\widehat{ADB} = \widehat{BEN} = \widehat{BKN} \text{ (do tứ giác ADBE và BEKN nội tiếp)} \quad (8)$$

$$\text{Từ (8) và (9) ta thấy } \triangle DBA \sim \triangle KBN \text{ nên } \frac{KB}{KN} = \frac{DB}{DA}. \quad (9) \quad 0.25$$

$$\text{Mặt khác theo chứng minh câu 2) ta có } \triangle BKM \sim \triangle BEA \text{ nên } \frac{EB}{EA} = \frac{KB}{KM}. \quad (10)$$

$$\text{Từ (6), (9) và (10) có } MK = NK, \text{ suy ra } O'K \perp MN. \quad 0.25$$

Bài 5 (2,0 điểm)

1. (1,0 điểm)

$$\text{Giải hệ phương trình nghiệm nguyên: } \begin{cases} x + y = z \\ x^3 + y^3 = z^2 \end{cases} \quad (I)$$

Giải

$$\text{Nếu } z = 0 \text{ thì hệ phương trình có nghiệm } (x; -x; 0) \text{ với } x \in \mathbb{Z}. \quad 0.25$$

Nếu $z \neq 0$ thì từ hệ phương trình ta có:

$$x^2 - xy + y^2 = x + y \Leftrightarrow x^2 - (y+1)x + y^2 - y = 0. \quad (1)$$

$$\Delta = (y+1)^2 - 4(y^2 - y) = -3y^2 + 6y + 1 \geq 0 \Leftrightarrow \frac{3 - \sqrt{12}}{3} \leq y \leq \frac{3 + \sqrt{12}}{3}.$$

$$\text{Do } y \text{ nguyên nên } y \in \{0; 1; 2\}. \quad 0.25$$

$$\text{Nếu } y = 0 \text{ thì thay vào hệ (I) ta có } \begin{cases} x = z \\ x^3 = z^2 \end{cases} \Rightarrow x = z = 1 \text{ (do } z \neq 0 \text{)}.$$

$$\text{Nếu } y = 1 \text{ thì thay vào phương trình (1) ta có } x^2 - 2x = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}.$$

Nếu $x = 0$ thì $z = 1$.

Nếu $x = 2$ thì $z = 3$.

0.25

Nếu $y = 2$ thì thay vào (1) ta có $x^2 - 3x + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 2 \end{cases}$.

Nếu $x = 1$ thì $z = 3$.

Nếu $x = 2$ thì $z = 4$.

Vậy hệ phương trình có nghiệm $(k; -k; 0); (1; 0; 1); (0; 1; 1); (2; 1; 3); (1; 2; 3); (2; 2; 4)$ trong đó k là một số nguyên.

0.25

2. (1,0 điểm)

Có 2010 viên sỏi. Hai người chơi thay phiên nhau bốc sỏi, mỗi lượt đi người chơi được quyền bốc một số lượng viên sỏi là lũy thừa với số mũ tự nhiên bất kỳ của 2 (1, 2, 4, 8, ...). Ai bốc được viên sỏi cuối cùng là thắng cuộc. Giả sử cả 2 người chơi đều là người thông minh. Hỏi ai là người thắng cuộc?

Giải

Chiến thuật của người đi sau như sau:

Khi người đi trước bốc 2^k viên sỏi.

☐ Nếu k lẻ thì 2^k chia 3 dư 2, người đi sau sẽ bốc 1 viên sỏi.

0.25

☐ Nếu k chẵn thì 2^k chia 3 dư 1, người đi sau sẽ bốc 2 viên sỏi.

0.25

Như vậy người đi trước sẽ luôn phải đối mặt với tình huống số viên sỏi còn lại chia hết cho 3 và không bao giờ bốc được viên sỏi cuối cùng. Vậy người đi sau thắng cuộc.

0.5

Chú ý: Trên đây chỉ trình bày được một cách giải, nếu học sinh làm theo cách khác mà đúng thì cho điểm tối đa ứng với điểm của câu đó trong biểu điểm.

- Học sinh làm đúng đến đâu cho điểm đến đó theo đúng biểu điểm.
- Trong một câu, nếu học sinh làm phân trên sai, dưới đúng thì không chấm điểm.
- Bài hình học, học sinh, vẽ hình sai thì không chấm điểm. Học sinh không vẽ hình mà làm vẫn làm đúng thì cho nửa số điểm của các câu làm được.
- Bài có nhiều ý liên quan tới nhau, nếu học sinh công nhận ý trên để làm ý dưới mà học sinh làm đúng thì chấm điểm ý đó.
- Điểm của bài thi là tổng điểm các câu làm đúng và không được làm tròn.

Bài 1: (3.00 điểm) (Không dùng máy tính cầm tay)

1. Rút gọn biểu thức : $A = \sqrt{5}(\sqrt{20} - 3) + \sqrt{45}$

2. Giải hệ phương trình : $\begin{cases} x + y = 5 \\ x - y = 3 \end{cases}$

3. Giải phương trình : $x^4 - 5x^2 + 4 = 0$

Bài 2: (1.00 điểm)

Cho phương trình bậc hai ẩn x , tham số m : $x^2 - 2(m + 1)x + m^2 - 1 = 0$

Tính giá trị của m , biết rằng phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn điều kiện :

$$x_1 + x_2 + x_1 \cdot x_2 = 1$$

Bài 3: (2.00 điểm)

Cho hàm số : $y = mx - m + 2$, có đồ thị là đường thẳng (d_m).

1. Khi $m = 1$, vẽ đường thẳng (d_1)

2. Tìm tọa độ điểm cố định mà đường thẳng (d_m) luôn đi qua với mọi giá trị của m .

Tính khoảng cách lớn nhất từ điểm $M(6, 1)$ đến đường thẳng (d_m) khi m thay đổi.

Bài 4: (4.00 điểm)

Cho hình vuông ABCD cạnh a , lấy điểm M bất kỳ trên cạnh BC (M khác B và C).

Qua B kẻ đường thẳng vuông góc với đường thẳng DM tại H, kéo dài BH cắt đường thẳng DC tại K.

1. Chứng minh : BHCD là tứ giác nội tiếp.

2. Chứng minh : $KM \perp DB$.

3. Chứng minh $KC \cdot KD = KH \cdot KB$

4. Ký hiệu S_{ABM} , S_{DCM} lần lượt là diện tích của tam giác ABM, DCM. Chứng minh tổng ($S_{ABM} + S_{DCM}$) không đổi. Xác định vị trí của điểm M trên cạnh BC để ($S_{ABM}^2 + S_{DCM}^2$) đạt giá trị nhỏ nhất. Tính giá trị nhỏ nhất đó theo a .

----- HẾT -----

Họ và tên thí sinh:..... Số báo danh:..... /Phòng thi:



Hướng dẫn giải:

Bài 1. 1/ Rút gọn :

$$A = \sqrt{5}(\sqrt{20} - 3) + \sqrt{45}$$

$$= \sqrt{5}(\sqrt{2^2 \cdot 5} - 3) + \sqrt{3^2 \cdot 5}$$

$$= \sqrt{5}(2\sqrt{5} - 3) + 3\sqrt{5}$$

$$= 2 \cdot \sqrt{5} \cdot \sqrt{5} - 3\sqrt{5} + 3\sqrt{5}$$

$$= 2 \cdot 5 = 10$$

2/ Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} x + y = 5 \\ x - y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 5 \\ 2x = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 5 \\ x = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 5 - 4 \\ x = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 1 \\ x = 4 \end{cases}$$

3/ Giải pt: $x^4 - 5x^2 + 4 = 0$ (1)

$$\text{Đặt } x^2 = t \Rightarrow t \geq 0$$

$$\text{Phương trình (1)} \Leftrightarrow t^2 - 5t + 4 = 0$$

$$(a = 1; b = -5; c = 4)$$

Vì $a + b + c = 0$ nên pt có nghiệm

$$t_1 = 1 \Rightarrow x^2 = 1 \Rightarrow x = \pm 1$$

$$t_2 = \frac{c}{a} = 4 \Rightarrow x^2 = 4 \Rightarrow x = \pm 2$$

Vậy pt trên có 4 nghiệm $x_1 = 1; x_2 = -1; x_3 = 2; x_4 = -2$

Bài 2. Pt $x^2 - 2(m+1)x + m^2 - 1 = 0$

$$\text{Vì } x_1; x_2 \text{ là hai nghiệm của pt nên } x_1 + x_2 = \frac{-b}{a} = \frac{2(m+1)}{1}$$

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} = \frac{m^2 - 1}{1}$$

Thay vào biểu thức

$$x_1 + x_2 + x_1 \cdot x_2 = 1 \Leftrightarrow 2(m+1) + m^2 - 1 = 1$$

$$\Leftrightarrow 2m + 2 + m^2 - 2 = 0 \Leftrightarrow m^2 + 2m = 0$$

$$\Leftrightarrow m(m+2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m + 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = -2 \end{cases}$$

Vậy khi $m = 0$ và $m = -2$ thì pt có hai nghiệm $x_1; x_2$ thỏa mãn $x_1 + x_2 + x_1 \cdot x_2 = 1$

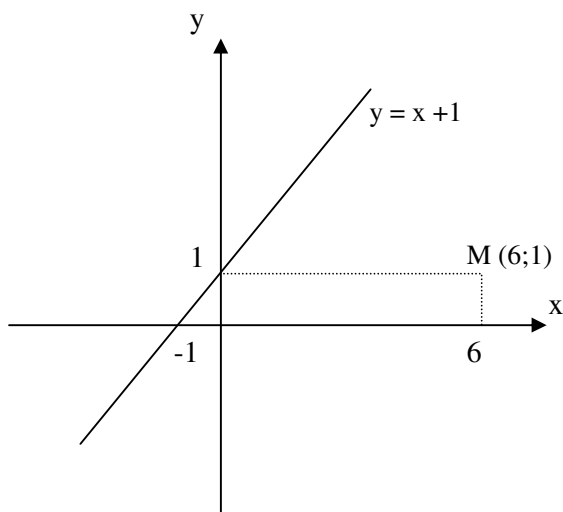
Bài 3. 1/ Hàm số $y = mx - m + 2$ (d_m)

Vẽ đường thẳng d_1 khi $m = 1$

$$\text{Khi } m = 1 \Leftrightarrow y_1 = x - 1 + 2 = x + 1$$

Bảng giá trị

x	-1	0
y	0	1



2) Ta có: $y = mx - m + 2$ (dm)

$$\Leftrightarrow (x-1)m = y - 2 \quad \forall m$$

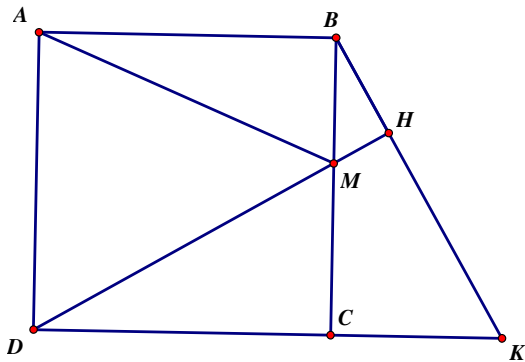
$$\Leftrightarrow \begin{cases} x-1=0 \\ y-2=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=2 \end{cases}$$

Vậy điểm cố định mà (dm) đi qua là $C(1; 2)$.

Ta dễ dàng chứng minh được khoảng cách từ $M(6;1)$ đến (dm) lớn nhất chính là độ dài đoạn thẳng CM.

$$\text{Ta có: } CM = \sqrt{(6-1)^2 + (1-2)^2} = \sqrt{26}$$

Bài 4.



a. cm tứ giác BHCD nt

Ta có H, C nằm về một phía so với BD

$$\angle BHD = 1v \text{ (gt)}$$

$$\angle BCD = 1v \text{ (ABCD là hvuông)}$$

Vậy 2 điểm H, C cùng nhìn BD dưới những góc vuông nên bốn điểm B, H, C, D cùng nằm trên một đường tròn. Do đó tứ giác BHCD nt trong một đường tròn

b. cm KM $\perp$ DB

Trong $\triangle KBD$ ta có

$$\left. \begin{array}{l} DH \perp BK \text{ (gt)} \\ BC \perp DK \text{ (gt)} \end{array} \right\} \Rightarrow KM \perp BD \text{ (đường cao thứ ba)}$$

c. cm KC.KD = KH.KB

Xét $\triangle KCD$ và $\triangle KHD$ có $\angle C = \angle H = 1v$ (gt)

Góc nhọn $\angle K$ (chung) $\Rightarrow \triangle KCB \sim \triangle KHD$ (gg)

$$\text{Cho ta } \frac{KC}{KH} = \frac{KB}{KD} \Leftrightarrow KC.KD = KH.KB \text{ (đpcm)}$$

d. cm $S_{\triangle ABM} + S_{\triangle DCM}$ không đổi

$$S_{\triangle ABM} = \frac{AB \cdot BM}{2} = \frac{a}{2} \cdot BM$$

$$S_{\triangle DCM} = \frac{DC \cdot CM}{2} = \frac{a}{2} \cdot CM$$

Ta có

$$\Rightarrow S_{\triangle ABM} + S_{\triangle DCM} = \frac{a}{2} \cdot BM + \frac{a}{2} \cdot CM = \frac{a}{2} (BM + CM)$$

$$= \frac{a}{2} \cdot BC = \frac{a}{2} \cdot a = \frac{a^2}{2} \text{ (không đổi)}$$

d)

Ta có:

$$S_{ABM} + S_{CDM} = \frac{1}{2} AB \cdot BM + \frac{1}{2} CD \cdot CM = \frac{1}{2} a \cdot BM + \frac{1}{2} a \cdot CM$$

$$= \frac{1}{2} a (BM + MC) = \frac{1}{2} a \cdot BC = \frac{1}{2} a \cdot a = \frac{1}{2} a^2 \text{ (Không đổi)}.$$

Ta có:

$$S_{ABM}^2 + S_{CDM}^2 = \frac{1}{4} AB^2 \cdot BM^2 + \frac{1}{4} CD^2 \cdot CM^2 =$$

$$= \frac{1}{4} AB^2 (BM^2 + CM^2) = \frac{1}{4} a^2 (BM^2 + CM^2)$$

Để $S_{ABM}^2 + S_{CDM}^2$ nhỏ nhất khi $BM^2 + CM^2$ nhỏ nhất.

Ta có: $BM^2 + CM^2 = (BM + CM)^2 - 2BM \cdot CM = a^2 - 2BM \cdot CM$ nhỏ nhất khi $BM \cdot CM$ lớn nhất.

Vì: $BM + CM = BC = a$ không đổi nên $BM \cdot CM$ lớn nhất khi $BM = CM$.

Khi đó: $(BM + CM)^2 - 2BM \cdot CM$ đạt GTNN hay $BM^2 + CM^2$ đạt GTNN.

Vậy: $S_{ABM}^2 + S_{CDM}^2$ đạt GTNN khi $BM = CM$.

Ta có: $S_{ABM}^2 + S_{CDM}^2 = \frac{1}{4} a^2 (BM^2 + CM^2) = \frac{1}{4} a^2 \left(\frac{1}{4} a^2 + \frac{1}{4} a^2 \right) = \frac{1}{8} a^4 \text{ (đvdt)}$



ĐỀ CHÍNH THỨC

Môn thi: **TOÁN**

Thời gian làm bài: 120 phút (không kể thời gian giao đề)

Bài 1. (2,5 điểm) Cho biểu thức:

$$A = \frac{\sqrt{x}-7}{x-5\sqrt{x}+6} - \frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-2} + \frac{2\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-3} \quad \text{với } x \geq 0; x \neq 4; x \neq 9$$

a) Rút gọn A.

b) Tính giá trị của A khi $x = 3 - 2\sqrt{2}$.

Bài 2. (2,0 điểm) Cho hai đường thẳng:

$$(d_1): y = (m-1)x - m^2 - 2m \quad (\text{với } m \text{ là tham số})$$

$$(d_2): y = (m-2)x - m^2 - m + 1$$

cắt nhau tại G.

a) Xác định tọa độ điểm G.

b) Chứng tỏ rằng điểm G luôn thuộc một đường thẳng cố định khi m thay đổi.

Bài 3. (1,5 điểm) Giải các phương trình sau:

$$a) \frac{1}{x+1} + \frac{1}{x-1} + \frac{1}{x^2-1} = 0$$

$$b) x^2 + \left(\frac{x}{x+1} \right)^2 = 1$$

Bài 4. (3,5 điểm)

Cho điểm M thuộc nửa đường tròn tâm O, đường kính AB. Điểm C thuộc đoạn OA. Trên nửa mặt phẳng bờ AB chứa điểm M kẻ tiếp tuyến Ax, By với đường tròn. Đường thẳng qua M vuông góc với MC cắt Ax, By tại P, Q. Gọi E là giao điểm của AM với CP, F là giao điểm của BM với CQ.

a) Chứng minh rằng:

+ Tứ giác APMC và tứ giác EMFC là tứ giác nội tiếp.

+ EF // AB.

b) Giả sử có EC.EP = FC.FQ. Chứng minh rằng: EC = FQ và EP = FC.

Bài 5. (0,5 điểm) Cho hai số thực x, y thỏa mãn $x^2 + y^2 + xy = 1$.

Tìm giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của biểu thức $B = x^2 - xy + 2y^2$.

--- Hết ---



Hà vự tⁿ th^Y sinh:..... Sè b, o danh:.....

**SỞ GIÁO DỤC - ĐÀO TẠO
THÁI BÌNH**

**KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT CHUYÊN
Năm học 2010-2011**

(Gồm 4 trang)

**HƯỚNG DẪN CHẤM VÀ BIỂU ĐIỂM MÔN TOÁN
(Đề chung cho các thí sinh)**

Bài 1.

Ý	NỘI DUNG	ĐIỂM
a. 1,75đ	$A = \frac{\sqrt{x}-7}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}-3)} - \frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-2} + \frac{2\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-3}$	0,25đ
	$= \frac{\sqrt{x}-7-(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-3)+(2\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-2)}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}-3)}$	0,25đ
	$= \frac{\sqrt{x}-7-x+9+2x-4\sqrt{x}+\sqrt{x}-2}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}-3)}$	0,50đ
	$= \frac{x-2\sqrt{x}}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}-3)}$	0,25đ
	$= \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}-2)}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}-3)} = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3}$	0,50đ
b. 0,75đ	$x = 3 - 2\sqrt{2} = (\sqrt{2}-1)^2$ (Thoả mãn $x \geq 0$; $x \neq 4$; $x \neq 9$)	0,25đ
	Thay $x = (\sqrt{2}-1)^2$ vào A có: $A = \frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}-4}$	0,25đ
	$= \frac{(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+4)}{(\sqrt{2}-4)(\sqrt{2}+4)} = \frac{2-3\sqrt{2}}{14}$	0,25đ

Bài 2.

Ý	NỘI DUNG	ĐIỂM
a. 1,25đ	Hoành độ điểm G là nghiệm của phương trình: $(m-1)x - m^2 - 2m = (m-2)x - m^2 - m + 1$	0,25đ
	$\Leftrightarrow x = m + 1$	0,25đ
	Tung độ điểm G là: $y = (m-1)(m+1) - m^2 - 2m$	0,25đ
	$\Leftrightarrow y = -2m - 1$	0,25đ

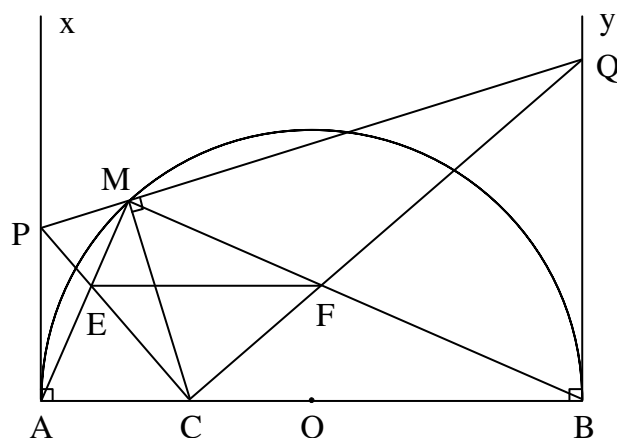


Ý	NỘI DUNG	ĐIỂM
	Toạ độ điểm G là $(m + 1 ; -2m - 1)$	0,25đ
b. 0,75đ	Có $y = -2m - 1 = -2(m + 1) + 1$	0,25đ
	Mà $x = m + 1$ $\Rightarrow y = -2x + 1$	0,25đ
	Toạ độ điểm G thỏa mãn phương trình đường thẳng $y = -2x + 1$ cố định. Chứng tỏ G luôn thuộc đường thẳng $y = -2x + 1$ cố định khi m thay đổi	0,25đ

Bài 3.

Ý	NỘI DUNG	ĐIỂM
a. 1,0đ	ĐKXĐ: $x \neq 1; x \neq -1$	0,25đ
	Xét $\frac{1}{x+1} + \frac{1}{x-1} + \frac{1}{x^2-1} = 0$ $\Rightarrow x - 1 + x + 1 + 1 = 0$	0,25đ
	$\Leftrightarrow 2x + 1 = 0$ $\Leftrightarrow x = -\frac{1}{2}$	0,25đ
	$x = -\frac{1}{2}$ (thỏa mãn ĐKXĐ) nên phương trình có 1 nghiệm duy nhất $x = -\frac{1}{2}$	0,25đ
b. 0,50đ	ĐKXĐ: $x \neq -1$ Xét $x^2 + \left(\frac{x}{x+1}\right)^2 = 1$ $\Leftrightarrow \left(x - \frac{x}{x+1}\right)^2 + 2x \cdot \frac{x}{x+1} = 1$ $\Leftrightarrow \left(\frac{x}{x+1}\right)^2 + \frac{2x^2}{x+1} - 1 = 0$ Đặt $\frac{x^2}{x+1} = t$ ta có $t^2 + 2t - 1 = 0$ $\Leftrightarrow \begin{cases} t = -1 + \sqrt{2} \\ t = -1 - \sqrt{2} \end{cases}$	0,25đ
	Giải $\frac{x^2}{x+1} = -1 + \sqrt{2}$ được $\begin{cases} x_1 = \frac{\sqrt{2}-1+\sqrt{2\sqrt{2}-1}}{2} \\ x_2 = \frac{\sqrt{2}-1-\sqrt{2\sqrt{2}-1}}{2} \end{cases}$ (thỏa mãn $x \neq -1$) Giải $\frac{x^2}{x+1} = -1 - \sqrt{2}$ được $x \in \emptyset$ Kết luận phương trình có 2 nghiệm phân biệt $x_1; x_2$.	0,25đ

Bài 4.



Ý	NỘI DUNG	ĐIỂM
a. 1,5đ	Tứ giác APMC có:	
	$\begin{cases} \angle PAC = 90^\circ & (\text{tính chất t.tuyến}) \\ \angle PMC = 90^\circ & (\text{gt}) \end{cases}$	0,50đ 0,50đ
	$\Rightarrow \angle PAC + \angle PMC = 180^\circ$	0,25đ
	$\Rightarrow$ Tứ giác APMC là tg nt	0,25đ
0,75đ	Có $\angle AMB = 90^\circ$ (Hệ quả gnt) (1)	0,25đ
	$\Rightarrow \angle MAB + \angle MBA = 90^\circ$ (2)	
	Có tứ giác APMC nội tiếp (cmt) $\Rightarrow \angle MPC = \angle MAC$ (cùng chắn cung MC) Hay $\angle QPC = \angle MAB$ (*) Chứng minh tương tự (*) có $\angle PQC = \angle MBA$ } (3)	0,25đ
	Từ (2) (3) $\Rightarrow \angle PQC = \angle QPC = 90^\circ \Rightarrow \angle PCQ = 90^\circ$ (4)	
	Từ (1) (4) $\Rightarrow \angle EMF = \angle ECF = 180^\circ \Rightarrow$ Tứ giác EMFC nt	0,25đ
0,75đ	Tứ giác EMFC nội tiếp $\Rightarrow \angle MEF = \angle MCF$ (cùng chắn cung MF) Hay $\angle MEF = \angle MCQ$ (5)	0,25đ
	Tứ giác MQBC nội tiếp $\Rightarrow \angle MCQ = \angle MBQ$ (cùng chắn cung MQ) (6)	0,25đ
	Xét $\left(0; \frac{AB}{2}\right)$ có $\angle MBQ = \angle MAB$ (cùng chắn cung MB) (7)	
	Từ (5) (6) và (7) $\Rightarrow \angle MEF = \angle MAB$	0,25đ

Ý	NỘI DUNG	ĐIỂM
	$\Rightarrow EF \parallel AB$	
b. 0,50đ	Tứ giác APMC nội tiếp $\Rightarrow EP.EC = EA.EM$ Tứ giác MCBQ nội tiếp $\Rightarrow FC.FQ = FM.FB$ Có $EC.EP = FC.FQ$ (gt) $\Rightarrow EA.EM = FM.FB$ (8) Có $EF \parallel AB \Rightarrow \frac{EM}{EA} = \frac{FM}{FB}$ (9) Từ (9) (10) $\Rightarrow EM^2 = FM^2 \Rightarrow EM = FM$	0,25đ
	$\Delta EMC = \Delta FMQ$ (g-c-g) $\Rightarrow EC = FQ$ } Mà $EC.EP = FC.FQ$ $\Rightarrow EP = FC$	0,25đ

Bài 5.

Ý	NỘI DUNG	ĐIỂM
---	----------	------

Ý	NỘI DUNG	ĐIỂM
0,5đ	$B = x^2 - xy + 2y^2 = \frac{x^2 - xy + 2y^2}{1}$ Có $x^2 + y^2 + xy = 1$ $\Rightarrow B = \frac{x^2 - xy + 2y^2}{x^2 + y^2 + xy}$ * $y = 0$ có $B = 1$ * $y \neq 0$ có $B = \frac{\left(\frac{x}{y}\right)^2 - \frac{x}{y} + 2}{\left(\frac{x}{y}\right)^2 + \frac{x}{y} + 1}$ Đặt $t = \frac{x}{y}$ có $B = \frac{t^2 - t + 2}{t^2 + t + 1}$ $\Leftrightarrow Bt^2 + Bt + B = t^2 - t + 2 \quad \left(t^2 + t + 1 \geq \frac{3}{4} > 0\right)$ $\Leftrightarrow (B-1)t^2 + (B+1)t + B - 2 = 0 \quad (*)$ Tồn tại giá trị của $B \Leftrightarrow$ pt (*) có nghiệm +) $B = 1$ dễ thấy có nghiệm +) $B \neq 1$ $\Delta = (B+1)^2 - 4(B-1)(B-2) \geq 0$ $\Leftrightarrow 3B^2 - 14B + 7 \leq 0$ $\Leftrightarrow \left(B - \frac{7}{3}\right)^2 \leq \frac{28}{9}$ $\Leftrightarrow \frac{-2\sqrt{7}}{3} \leq B - \frac{7}{3} \leq \frac{2\sqrt{7}}{3}$ $\Leftrightarrow \frac{7-2\sqrt{7}}{3} \leq B \leq \frac{7+2\sqrt{7}}{3} \quad (2)$ Kết hợp lại, ta có $\frac{7-2\sqrt{7}}{3} \leq B \leq \frac{7+2\sqrt{7}}{3}$ $B_{\min} = \frac{7-2\sqrt{7}}{3} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{B+1}{2-2B} \cdot y \\ x^2 + y^2 + xy = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{B+1}{2-2B} \cdot y \\ y = \pm \frac{2(B-1)}{\sqrt{7-6B+3B^2}} \end{cases} \quad \text{với } B = \frac{7-2\sqrt{7}}{3}$ $B_{\max} = \frac{7+2\sqrt{7}}{3} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{B+1}{2-2B} \cdot y \\ x^2 + y^2 + xy = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{B+1}{2-2B} \cdot y \\ y = \pm \frac{2(B-1)}{\sqrt{7-6B+3B^2}} \end{cases} \quad \text{với } B = \frac{7+2\sqrt{7}}{3}$	0,50đ

ĐỀ THI CHÍNH THỨC

MÔN THI : TOÁN

Thời gian làm bài 120 phút (Không kể thời gian giao đề)

Chú ý : Đề thi gồm có 2 trang. Học sinh làm bài vào tờ giấy thi

PHẦN I: TRẮC NGHIỆM(2 ĐIỂM)

1. Căn bậc hai số học của 5 là

A. $-\sqrt{5}$

B. $\pm\sqrt{5}$

C. $\sqrt{5}$

D. 25

Câu 2: Hàm số nào sau đây là hàm số bậc nhất?

A. $y = \sqrt{3}x - 3$

B. $y = -\sqrt{3}x - 3$

C. $y = -3$

B. $y = -\frac{1}{\sqrt{3}}x - 3$

Câu 3 : Đường thẳng nào sau đây song song với đường thẳng $y = 2x - 3$?

A. $y = 3x - 3$

B. $y = \frac{1}{2}x + 1$

C. $y = -2(1 - x)$

D. $y = 2(1 - x)$

Câu 4: Nếu phương trình $x^2 - ax + 1 = 0$ có nghiệm thì tích hai nghiệm số là

A. 1

B. a

C. -1

D. -a

Câu 5: Đường tròn là hình

A. Không có trục đối xứng

B. có một trục đối xứng

C. có hai trục đối xứng

D. có vô số trục đối xứng

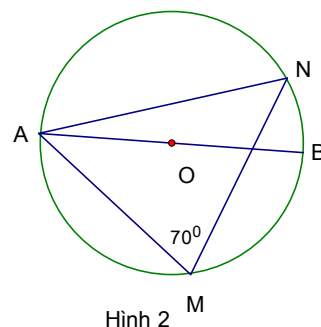
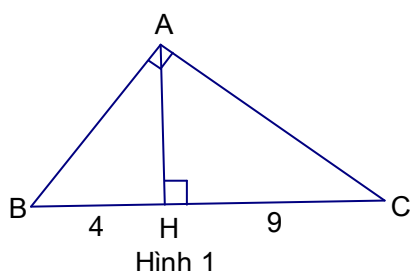
Câu 6: Trong hình 1 tam giác ABC vuông tại A, $AH \perp BC$. Độ dài của đoạn thẳng AH bằng

A. 6,5

B. 6

C. 5

D. 4,5



Câu 7: Trong hình 2 biết AB là đường kính của đường tròn (O), góc $AMN = 70^\circ$. Số đo góc BAN là

A. 20°

B. 30°

C. 40°

D. 25°

Câu 8: Cho hình chữ nhật ABCD có $AB = 3\text{cm}$, $CB = 4\text{cm}$. Quay hình chữ nhật đó một vòng quanh cạnh AB được một hình trụ. Thể tích hình trụ đó là

A. 48cm^3

B. 36cm^3

B. $36\pi\text{cm}^3$

A. $48\pi\text{cm}^3$

PHẦN 2 : TƯ LUẬN(8 ĐIỂM)

Bài 1(1,5 điểm):

Cho biểu thức $M = (\sqrt{8} - 4\sqrt{2} + \sqrt{40})\sqrt{2}$ và $N = \frac{\sqrt{5} - 2}{\sqrt{5} + 2}$

1. Rút gọn biểu thức M và N.
2. Tính M + N.

Bài 2(2,0 điểm):

1. Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} 3x - y = -1 \\ -3x + 2y = 5 \end{cases}$$

2. Giải phương trình $3x^2 - 5x = 0$

3. Cho phương trình $3x^2 - 5x - 7m = 0$. Tìm giá trị của tham số m để phương trình có nghiệm dương.

Bài 3(3,75 điểm):

Cho tam giác ABC vuông ở A có $AB < AC$, đường cao AH. Đường tròn đường kính AH cắt AB ở P, cắt AC ở Q.

1. Chứng minh góc $PHQ = 90^\circ$.
2. Chứng minh tứ giác BPQC nội tiếp.
3. Gọi E, F lần lượt là trung điểm của HB và HC. Tứ giác EPQF là hình gì?
4. Tính diện tích tứ giác EPQF trong trường hợp tam giác vuông ABC có cạnh huyền $BC = a$ và góc $ACB = 30^\circ$.

Bài 4(0,75 điểm):

Cho $x \geq xy + 1$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = \frac{3xy}{x^2 + y^2}$



ĐỀ CHÍNH THỨC

Câu 1 (2.0 điểm). Cho biểu thức

$$P = \left(\frac{2(a+b)}{\sqrt{a^3 - 2\sqrt{2}b^3}} - \frac{\sqrt{a}}{a + \sqrt{2ab} + 2b} \right) \cdot \left(\frac{\sqrt{a^3} + 2\sqrt{2b^3}}{2b + \sqrt{2ab}} - \sqrt{a} \right).$$

1. Tìm điều kiện của a và b để biểu thức P xác định. Rút gọn biểu thức P .
2. Biết $a = 1 + \frac{\sqrt{3}}{2}$ và $b = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{4}$. Tính giá trị của P (không sử dụng máy tính cầm tay).

Câu 2 (2.0 điểm). Cho phương trình $ax^2 + bx + c = 0$. (1)

1. Chứng minh rằng nếu các số a, b, c thỏa mãn điều kiện $4a - 5b + 9c = 0$, thì phương trình (1) luôn luôn có nghiệm.
2. Cho $a = 2$, tìm điều kiện của b và c để phương trình (1) có hai nghiệm x_1, x_2 cùng dấu và thỏa mãn

$$|x_1 + x_2 + \sqrt{x_1 x_2}| + |x_1 + x_2 - \sqrt{x_1 x_2}| = 2010.$$

Câu 3 (1.0 điểm). Tìm số các cặp số nguyên (x, y) thỏa mãn điều kiện $1 + 2009x + 2011y = xy$.

Câu 4 (3.0 điểm).

1. Cho ngũ giác lồi $ABDEC$ thỏa mãn các điều kiện $AB = AC$, $\angle BAD + \angle CAE = \angle DAE$ và $\angle BDA + \angle ECA = 180^\circ$. Đường tròn ngoại tiếp tam giác ABD và đường tròn ngoại tiếp tam giác ACE cắt nhau tại A và O (O khác A).

a) Chứng minh ba điểm B, O và C thẳng hàng.

b) Chứng minh rằng $AO \perp DE$.

2. Cho tam giác ABC có $\angle ABC = 45^\circ$ và $\angle BAC = 30^\circ$. Điểm M di động trên tia AC và điểm N di động trên tia BC sao cho $M \neq N$ và $OM = BN$, trong đó O là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC . Trên nửa mặt phẳng bờ là AC chứa điểm B , lấy điểm D sao cho tam giác ACD đều.

a) Chứng minh AB là đường trung trực của đoạn thẳng CD .

b) Chứng minh ba điểm D, M và N tạo thành một tam giác cân.

Câu 5 (2.0 điểm).

1. Một tam giác có độ dài ba cạnh là a, b, c thỏa mãn

$$(a + b - c)^3 + (b + c - a)^3 + (c + a - b)^3 = a^3 + b^3 + c^3.$$

Chứng minh tam giác đó là tam giác đều.

2. Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} 4x^3 + 3xy^2 = 7y, \\ y^3 + 6x^2y = 7. \end{cases}$$

HẾT

Họ và tên thí sinh: Số báo danh:

Chữ kí giám thị 1: Chữ kí giám thị 2:



Câu 1. 1. Tìm điều kiện xác định và rút gọn P

$$P = \left(\frac{2(a+b)}{\sqrt{a^3} - 2\sqrt{2b^3}} - \frac{\sqrt{a}}{a + \sqrt{2ab} + 2b} \right) \cdot \left(\frac{\sqrt{a^3} + 2\sqrt{2b^3}}{2b + \sqrt{2ab}} - \sqrt{a} \right).$$

Điều kiện: $a \geq 0, b > 0, a \neq 2b$.

Ta có

$$\sqrt{a^3} - 2\sqrt{2b^3} = (\sqrt{a})^3 - (\sqrt{2b})^3 = (\sqrt{a} - \sqrt{2b})(a + \sqrt{2ab} + 2b).$$

Suy ra

$$\begin{aligned} \frac{2(a+b)}{\sqrt{a^3} - 2\sqrt{2b^3}} - \frac{\sqrt{a}}{a + \sqrt{2ab} + 2b} &= \frac{2(a+b) - \sqrt{a}(\sqrt{a} - \sqrt{2b})}{(\sqrt{a} - \sqrt{2b})(a + \sqrt{2ab} + 2b)} \\ &= \frac{a + \sqrt{2ab} + 2b}{(\sqrt{a} - \sqrt{2b})(a + \sqrt{2ab} + 2b)} = \frac{1}{\sqrt{a} - \sqrt{2b}}. \\ \frac{\sqrt{a^3} + 2\sqrt{2b^3}}{2b + \sqrt{2ab}} - \sqrt{a} &= \frac{(\sqrt{a} + \sqrt{2b})(a - \sqrt{2ab} + 2b)}{\sqrt{2b}(\sqrt{2b} + \sqrt{a})} - \sqrt{a} \\ &= \frac{a - \sqrt{2ab} + 2b}{\sqrt{2b}} - \sqrt{a} = \frac{a - 2\sqrt{2ab} + 2b}{\sqrt{2b}} = \frac{(\sqrt{a} - \sqrt{2b})^2}{\sqrt{2b}}. \end{aligned}$$

Từ đó,

$$P = \frac{1}{\sqrt{a} - \sqrt{2b}} \cdot \frac{(\sqrt{a} - \sqrt{2b})^2}{\sqrt{2b}} = \frac{\sqrt{a} - \sqrt{2b}}{\sqrt{2b}}.$$

2. Cho $a = 1 + \frac{\sqrt{3}}{2}$ và $b = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{4}$, tính P.

Ta có $a \cdot b = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{\sqrt{3}}{2} \right) \left(1 - \frac{\sqrt{3}}{2} \right) = \frac{1}{8}$. Suy ra $2b = \frac{1}{4a}$.

Do đó

$$P = \frac{\sqrt{a} - \sqrt{2b}}{\sqrt{2b}} = \sqrt{\frac{a}{2b}} - 1 = \sqrt{4a^2} - 1 = 2a - 1 = 1 + \sqrt{3}.$$

Câu 2. 1. Cho $4a - 5b + 9c = 0$, chứng minh phương trình $ax^2 + bx + c = 0$ (1) luôn có nghiệm.

Xét trường hợp $a = 0$. Nếu $b = 0$ thì từ $4a - 5b + 9c = 0$, ta suy ra $c = 0$, do đó phương trình (1) nghiệm đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$.

Còn nếu $b \neq 0$, phương trình (1) trở thành $bx + c = 0$, có nghiệm $x = -\frac{c}{b}$.

Trường hợp $a \neq 0$, (1) là phương trình bậc hai. Từ $4a - 5b + 9c = 0$, ta có $b = \frac{4a + 9c}{5}$. Suy ra

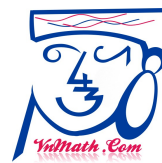
$$\Delta = b^2 - 4ac = \frac{(4a + 9c)^2}{25} - 4ac = \frac{16a^2 - 28ac + 81c^2}{25} = \frac{(2a - 7c)^2 + 12a^2 + 32c^2}{25} > 0.$$

Do đó, (1) có hai nghiệm phân biệt.

Vậy, trong mọi trường hợp, (1) luôn có nghiệm.

2. Tìm điều kiện b, c để phương trình $2x^2 + bx + c = 0$ (1) có hai nghiệm x_1, x_2 cùng dấu và

$$|x_1 + x_2 + \sqrt{x_1 x_2}| + |x_1 + x_2 - \sqrt{x_1 x_2}| = 2010.$$



Phương trình (1) có hai nghiệm x_1, x_2 cùng dấu khi và chỉ khi $\Delta = b^2 - 8c \geq 0$ và $c > 0$.

Nhận xét: Nếu $xy \geq 0$ thì $|x| + |y| = |x + y|$.

Do đó, từ

$$(x_1 + x_2 + \sqrt{x_1 x_2})(x_1 + x_2 - \sqrt{x_1 x_2}) = (x_1 + x_2)^2 - x_1 x_2 = x_1^2 + x_1 x_2 + x_2^2 = \left(x_1 + \frac{x_2}{2}\right)^2 + \frac{3x_2^2}{4} \geq 0, \text{ ta có}$$

$$|x_1 + x_2 + \sqrt{x_1 x_2}| + |x_1 + x_2 - \sqrt{x_1 x_2}| = |x_1 + x_2 + \sqrt{x_1 x_2} + x_1 + x_2 - \sqrt{x_1 x_2}| = 2|x_1 + x_2|.$$

Mặt khác, theo định lý Vi-et, ta có $x_1 + x_2 = \frac{-b}{2}$. Cùng với giả thiết, ta phải có $|b| = 2010$, hay $b = \pm 2010$.

Kết hợp với các điều kiện $\Delta = b^2 - 8c \geq 0$ và $c > 0$, ta suy ra điều kiện cần tìm là

$$b = \pm 2010 \text{ và } 0 < c \leq \frac{1005^2}{2}.$$

Câu 3. Tìm số các cặp số nguyên (x, y) thỏa mãn điều kiện $1 + 2009x + 2011y = xy$.

$$\text{Ta có } 1 + 2009x + 2011y = xy \Leftrightarrow x(y - 2009) = 2011y + 1 \Leftrightarrow x = \frac{2011y + 1}{y - 2009} \Leftrightarrow x = 2011 + \frac{2010^2}{y - 2009}.$$

Suy ra, số các cặp số nguyên (x, y) thỏa mãn điều kiện bài ra chính bằng số các ước số của 2010^2 .

Phân tích 2010^2 thành tích các thừa số nguyên tố ta được $2010^2 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5^2 \cdot 67^2$. Suy ra mọi ước số dương bất kỳ của 2010^2 đều có dạng $2^x \cdot 3^y \cdot 5^z \cdot 67^t$, với x, y, z, t là các số thuộc tập $\{0, 1, 2\}$.

Do mỗi một số trong các số x, y, z, t đều có 3 khả năng lựa chọn, nên số các ước số dương của 2010^2 là $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 81$. Như vậy, số các ước số của 2010^2 là $2 \cdot 81 = 162$, thành ra có 162 cặp số nguyên (x, y) thỏa mãn điều kiện bài ra.

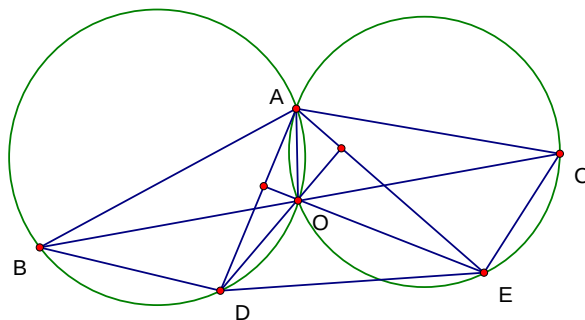
Câu 4. 1. Cho ngũ giác lồi $ABDEC$ thỏa mãn các điều kiện $AB = AC$, $\angle BAD + \angle CAE = \angle DAE$ và $\angle BDA + \angle CEA = 180^\circ$. Đường tròn ngoại tiếp tam giác ABD và đường tròn ngoại tiếp tam giác ACE cắt nhau tại A và O (O khác A).

a) Chứng minh ba điểm B, O và C thẳng hàng.

Ta có $\angle BOA = \angle BOA, \angle COA = \angle CEA$ (góc nội tiếp chắn cùng cung). Suy ra

$$\angle BOA + \angle COA = \angle BDA + \angle CEA = 180^\circ.$$

Vậy, B, O và C thẳng hàng.



b) Chứng minh rằng $AO \perp DE$.

Từ $\angle BAD + \angle CAE = \angle DAE$, ta có $\angle DAE = \frac{1}{2} \angle BAC$. Hơn nữa, $\angle ADO = \angle ABC = \angle ACB$. Suy ra

$$\angle DAE + \angle ADO = \frac{1}{2} \angle BAC + \frac{1}{2} (\angle ABC + \angle ACB) = \frac{180^\circ}{2} = 90^\circ.$$

Vậy, $DO \perp AE$.

Chứng minh tương tự, ta cũng có $EO \perp AD$. Vậy O là trực tâm tam giác ADE , do đó, $AO \perp DE$.



2. Cho tam giác ABC có $\angle ABC = 45^\circ$ và $\angle BAC = 30^\circ$. Điểm M di động trên tia AC và điểm N di động trên tia BC sao cho $M \neq N$ và $OM = BN$, trong đó, O là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC . Trên nửa mặt phẳng bờ là AC chứa điểm B , lấy điểm D sao cho tam giác ACD đều.

a) Chứng minh AB là đường trung trực của CD .

Từ các giả thiết $\angle ABC = 45^\circ$ và $\angle BAC = 30^\circ$, ta suy ra tam giác AOC vuông cân ở O và tam giác COB đều. Xét hai tam giác $\triangle DCB$ và $\triangle ACO$. Vì $AC = DC$ (tam giác ACD đều), $CO = CB$ (tam giác COB đều) và $\angle ACO = \angle DCB (= 60^\circ - \angle BCO)$ nên $\triangle DCB = \triangle ACO$. Suy ra $BD = OA = R$, dẫn đến $BD = BC (= R)$. Hơn nữa, $AD = AC$, nên AB là đường trung trực của CD .

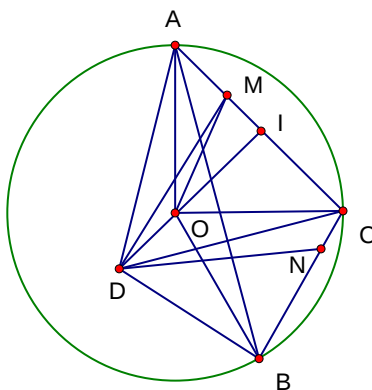
b) Chứng minh ba điểm D, M và N tạo thành một tam giác cân.

Gọi R là bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC , I là trung điểm AC . Ta có D, O, I thẳng hàng, và

$$AC = R\sqrt{2}, DI = \frac{R\sqrt{6}}{2}, OI = \frac{R\sqrt{2}}{2}.$$

Suy ra

$$DM^2 = DI^2 + IM^2 = DI^2 + OM^2 - OI^2 = R^2 + OM^2 \quad (2)$$



Từ câu a), ta có $DB = BC = R$ và $\angle DBC = \angle AOC = 90^\circ$ nên

$$DN^2 = DB^2 + BN^2 = R^2 + BN^2 \quad (3)$$

Từ (2), (3) và do $OM = BN$, ta suy ra $DM = DN$.

Giả thiết có $M \neq N$ và M, N ở cùng một nửa mặt phẳng bờ là OB , trong khi D nằm ở nửa mặt phẳng còn lại. Kết hợp với $DM = DN$, ta suy ra ba điểm D, M, N tạo thành tam giác cân tại D .

Câu 5. 1. Cho a, b, c là độ dài 3 cạnh tam giác và thỏa mãn

$$(a+b-c)^3 + (b+c-a)^3 + (c+a-b)^3 = a^3 + b^3 + c^3.$$

Chứng minh $a = b = c$.

Đặt $x = b+c-a$, $y = c+a-b$, $z = a+b-c$. Do a, b, c là 3 cạnh của tam giác nên x, y, z là các số dương.

Từ cách đặt, ta tính được $a = \frac{y+z}{2}$, $b = \frac{z+x}{2}$, $c = \frac{x+y}{2}$. Khi đó, đẳng thức ở đề bài trở thành

$$\begin{aligned} 8(x^3 + y^3 + z^3) &= (x+y)^3 + (y+z)^3 + (z+x)^3 \\ \Leftrightarrow 2(x^3 + y^3 + z^3) &= x^2y + xy^2 + y^2z + yz^2 + z^2x + zx^2 \\ \Leftrightarrow (x^3 + y^3 - x^2y - xy^2) &+ (y^3 + z^3 - y^2z - yz^2) + (z^3 + x^3 - z^2x - zx^2) = 0 \\ \Leftrightarrow (x+y)(x-y)^2 &+ (y+z)(y-z)^2 + (z+x)(z-x)^2 = 0 \\ \Leftrightarrow x = y = z, &\text{ vì } x, y, z \text{ là các số dương.} \end{aligned}$$

Từ $x = y = z$, ta dễ dàng suy ra $a = b = c$.

2. Giải hệ phương trình



$$\begin{cases} 4x^3 + 3xy^2 = 7y, & (4) \\ y^3 + 6x^2y = 7. & (5) \end{cases}$$

Trừ theo vế hai phương trình của hệ, ta được $4x^3 + 3xy^2 - y^3 - 6x^2y = 7(y-1)$. Phân tích $4x^3 + 3xy^2 - y^3 - 6x^2y$ thành nhân tử, ta được

$$4x^3 + 3xy^2 - y^3 - 6x^2y = (x-y)(4x^2 - 2xy + y^2).$$

Do đó,

$$(x-y)(4x^2 - 2xy + y^2) = 7(y-1) \quad (6).$$

Từ (5), ta phải có $y > 0$, kết hợp với (4), ta suy ra $x > 0$. Dẫn đến

$$4x^2 - 2xy + y^2 = 3x^2 + (x-y)^2 > 0.$$

Cùng với (6), suy ra $x-y$ cùng dấu với $y-1$.

Do đó, nếu $0 < y < 1$, $y-1 < 0$, thì $x-y < 0$, hay $x < y$. Dẫn đến $0 < x < y < 1$, và $y^3 + 6x^2y < 7$, mâu thuẫn với (5).

Còn nếu $y > 1$, suy ra $x > y > 1$, và $y^3 + 6x^2y > 7$, cũng mâu thuẫn với (5).

Như vậy, y chỉ có thể bằng 1. Cùng với (6), ta được $x = y = 1$.

Thay $x = y = 1$ vào hệ đã cho, thấy thỏa mãn. Vậy hệ đã cho có một nghiệm duy nhất là $(x, y) = (1, 1)$.



ĐỀ CHÍNH THỨC

(Toán chung)
Thời gian làm bài: 120 phút

Bài 1 : 2 điểm

1 Rút gọn biểu thức

$$P = \frac{7-4\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}} - (\sqrt{6}+3)(\sqrt{2}-\sqrt{3})$$

2. Giải phương trình

$$-x^4 + 6x^2 + 16 = 0$$

Bài 2 : 2 điểm

Cho pa ra bol(P) $y = -x^2$ và đường thẳng $y = -2x + m$

a) Tìm tọa độ của điểm trên pa ra bol có tung độ $y = -2$

b) Tìm giá trị của m để đường thẳng (d) đi qua điểm $A(\sqrt{2}; -2)$

Với giá trị của m vừa tìm được, tìm tọa độ giao điểm của đường thẳng (d) và pa ra bol (P)

Bài 3 : 2 điểm

1 Cho đa thức $P(x) = \left(3x + \frac{5}{2}\right)^3 - \left(x - \frac{3}{2}\right)^3 - (x+2-m)^3$ và $P(x)$ có dạng thu gọn

$P(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$. tìm giá trị của m để : $a + c = b + d$

2 Giải phương trình

$$3x^2 + 11 + \sqrt{x-2} + \sqrt{2x+3} = 14x$$

Bài 4 : 4 điểm

Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB < AC$ và đường tròn (I) đường kính BC.

Đường tròn (K) đường kính BI cắt AB tại M và cắt AI tại N. Tia BN cắt đường tròn (I) tại D, gọi E là giao điểm của IM và BN

1. Chứng minh hai tam giác MBE và MAE bằng nhau
2. Chứng minh AE vuông góc với BI
3. Chứng minh $AB \cdot BC = 2EB \cdot AC$
4. Chứng minh đường tròn ngoại tiếp tam giác BEI bằng đường tròn ngoại tiếp tam giác ADI.

(Dành cho tất cả thí sinh thi vào PTTH chuyên Lam Sơn)
Thời gian làm bài: 120 phút (Không kể thời gian giao đề)
Ngày thi :19 tháng 6 năm 2010

Câu I: (2.0 điểm)

Cho biểu thức: $A = \left(\frac{x}{x\sqrt{x} - 4\sqrt{x}} - \frac{6}{3\sqrt{x} - 6} + \frac{1}{\sqrt{x} + 2} \right) : \left(\sqrt{x} - 2 + \frac{10 - x}{\sqrt{x} + 2} \right)$

1) Rút gọn biểu thức A

2). Tìm x sao cho $A < 2$

Câu II: (2.0 điểm) Cho x_1 và x_2 là hai nghiệm của phương trình : $x^2 - 7x + 3 = 0$

1) Hãy lập phương trình bậc hai có hai nghiệm là $2x_1 - x_2$ và $2x_2 - x_1$

2) Tính giá trị của biểu thức: $B = |2x_1 - x_2| + |2x_2 - x_1|$

Câu III: (1,5 điểm) Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} \frac{4}{x+2y} - \frac{1}{x-2y} = 1 \\ \frac{20}{x+2y} + \frac{3}{x-2y} = 1 \end{cases}$$

Câu IV: (3,5 điểm)

Cho hình vuông ABCD trên đường chéo BD lấy điểm I sao cho $BI = BA$. Đường thẳng đi qua I vuông góc với BD cắt AD tại E và AI cắt BE tại H

1) Chứng minh rằng : $AE = ID$

2) Đường tròn tâm E bán kính EA cắt AD tại điểm thứ hai F ($F \neq A$)

Chứng minh : $DF \cdot DA = EH \cdot EB$

Câu V: (1.0 điểm)

Cho tam giác ABC có độ dài 3 cạnh lần lượt là : $BC = a$; $CA = b$; $BA = c$. Và chu vi bằng

$2p$. Chứng minh rằng : $\frac{p}{p-a} + \frac{p}{p-b} + \frac{p}{p-c} \geq 9$

.....Hết

Họ và tên thí sinhsố báo danh:

Chữ ký giám thị 1:

Chữ ký giám thị 2:

Đề chính thức

Đề thi gồm có **01** trang

Môn: **Toán**

(Dành cho thí sinh thi vào lớp chuyên Toán)

Thời gian làm bài: **150 phút** (không kể thời gian giao đề)

Ngày thi: 20 tháng 6 năm 2010

Câu 1: (2,0 điểm)

1. Giải phương trình: $x^3 + 3x - 140 = 0$.

2. Không dùng máy tính, tính giá trị biểu thức: $P = \sqrt[3]{70 + \sqrt{4901}} + \sqrt[3]{70 - \sqrt{4901}}$.

Câu 2: (2,5 điểm)

1. Cho parabol (P) : $y = \frac{1}{4}x^2$ và đường thẳng (d) : $y = -1$. Gọi M là một điểm bất kỳ thuộc (P) . Tìm trên trục tung tất cả các điểm sao cho khoảng cách từ M đến điểm đó bằng khoảng cách từ M đến đường thẳng (d) .

2. Cho ba số không âm a, b, c có tổng bằng 1. Chứng minh rằng: $b + c \geq 16abc$. Chỉ rõ dấu đẳng thức xảy ra khi nào?

Câu 3: (1,5 điểm)

Giải hệ phương trình sau (với $x > 0, y < 0$):
$$\begin{cases} \left| x + \frac{1}{y} \right| + \left| \frac{10}{3} - x + y \right| = \frac{10}{3} + y + \frac{1}{y} \\ x^2 + y^2 = \frac{82}{9} \end{cases}$$

Câu 4: (3,0 điểm)

Tam giác ABC có $\angle BAC = 105^\circ$, đường trung tuyến BM và đường phân giác trong CD cắt nhau tại K sao cho $KB = KC$. Gọi H là chân đường cao hạ từ A của tam giác ABC .

1. Chứng minh rằng: $HA = HB$.

2. Tính số đo các góc $\angle ABC$ và $\angle ACB$.

Câu 5: (1,0 điểm)

Ký hiệu $[x]$ là phần nguyên của số thực x . Tìm các số thực x thỏa mãn:

$$\left[\frac{8x+1}{6} \right] + \left[\frac{4x-1}{3} \right] = \frac{16x-7}{9}.$$

----- Hết -----

Họ và tên thí sinh: Số báo danh:

Chữ ký giám thị 1: Chữ ký giám thị 2:



Thi vào 10 của KHTN HN năm 2010

Ngày 18 tháng 6 năm 2010

Cảm ơn bạn kaka math trên Mathscode đã post đề thi này

Vòng 1

Bài 1.

- 1) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} 3x^2 + 8y^2 + 12xy = 23 \\ x^2 + y^2 = 2 \end{cases}$$
- 2) Giải phương trình $\sqrt{2x+1} + 3\sqrt{4x^2-2x+1} = 3 + \sqrt{8x^3+1}$.

Bài 2.

- 1) Tìm tất cả các cặp số nguyên không âm $(x; y)$ thỏa mãn đẳng thức

$$(1+x^2)(1+y^2) + 4xy + 2(x+y)(xy+1) = 25.$$

- 2) Gọi $[a]$ là phần nguyên của a . Chứng minh rằng với mọi n nguyên dương, ta có

$$\left[\frac{3}{1.2} + \frac{7}{2.3} + \dots + \frac{n^2 + n + 1}{n(n+1)} \right] = n.$$

Bài 3.

Cho đường tròn tâm O với đường kính $AB = 2R$. Trên đường thẳng tiếp xúc với đường tròn (O) tại A ta lấy điểm C sao cho $\widehat{ACB} = 30^\circ$. Gọi H là giao điểm thứ hai của đường thẳng BC với (O) .

- 1) Tính độ dài các đoạn thẳng AC, BC và khoảng cách từ A đến đường thẳng BC theo R ;
- 2) Với mỗi điểm M trên đoạn thẳng AC , đường thẳng BM cắt đường tròn (O) tại điểm N (khác B). Chứng minh rằng bốn điểm C, M, N, H nằm trên cùng một đường tròn và tâm của đường tròn này luôn chạy trên một đường thẳng cố định khi M thay đổi trên đoạn thẳng AC .

Bài 4.



Cho a, b là các số thực thỏa mãn đẳng thức $(1+a)(1+b) = \frac{9}{4}$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$P = \sqrt{1+a^4} + \sqrt{1+b^4}.$$

Vòng 2

Bài 1.

- 1) Giải phương trình $\sqrt{x+3} + \sqrt{3x+1} = 4$;
- 2) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} 5x^2 + 2y^2 + 2xy = 26 \\ 3x + (2x+y)(x-y) = 11 \end{cases}$$

Bài 2.

- 1) Tìm n nguyên dương để $n^2 + 391$ là số chính phương; 2) Với x, y, z là các số thực dương thỏa mãn $x + y + z = 1$. Chứng minh rằng

$$\frac{\sqrt{xy+z} + \sqrt{2x^2+2y^2}}{1+\sqrt{xy}} \geq 1.$$

Bài 3.

Cho tam giác ABC nhọn, điểm M bất kì nằm trong tam giác. Kẻ MH vuông góc với BC (H thuộc BC). Từ H kẻ HE, HF, HP, HQ lần lượt vuông góc với AB, AC, BM, MC . Giả sử E, P, Q, F thẳng hàng. Chứng minh

- a) M là trực tâm của tam giác ABC ;
- b) Tứ giác $BEFH$ nội tiếp.

Bài 4.

Cho 2010 số thực khác không xếp theo thứ tự $a_1; a_2; \dots; a_{2010}$. Ta đánh dấu tất cả các số dương trong dãy và các số âm thỏa mãn điều kiện rằng tổng của chúng với một số số liền sau chúng là một số dương. Chứng minh rằng nếu trong dãy có một số dương thì tổng của tất cả các số bị đánh dấu là một số dương.

Chú ý: Ngày trong tài liệu không phải ngày thi mà là ngày gõ đề này.

Được gõ bằng LaTeX 

Nguyễn Trung Tuấn

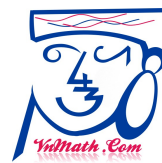
THPT chuyên Hạ Long, Quảng Ninh

Email: tuan.nguyentrung@gmail.com

Điện thoại: 0984995888

Blog: <http://trungtuan.wordpress.com/>

Website: <http://mathscope.org/>



ĐỀ CHÍNH THỨC

Môn thi: Toán

Thời gian làm bài: 120 phút, không kể thời gian giao đề

MÃ ĐỀ 01

Bài 1.

Rút gọn các biểu thức sau:

1) $\sqrt{18} - \sqrt{8} + \sqrt{2}$

2) $\frac{x - \sqrt{x}}{\sqrt{x}} + \frac{x - 1}{\sqrt{x} - 1}$

Bài 2.

Cho phương trình: $x^2 - 5x + m + 1 = 0$ (1) (m là tham số)

1) Giải phương trình (1) khi $m = 5$

2) Tìm giá trị của m để phương trình (1) có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn đẳng thức: $(x_1 x_2 - 1)^2 = 20(x_1 + x_2)$

Bài 3. 1) Trên hệ trục tọa độ Oxy, đường thẳng $y = ax + b$ đi qua điểm $M(0;1)$ và $N(2;4)$. Tìm hệ số a và b.

2) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} 2x + 2y = 5 \\ xy = 1 \end{cases}$$

Bài 4.

Cho hình vuông ABCD, điểm M thuộc cạnh BC ($M \neq B$ và $M \neq C$). Qua B kẻ đường thẳng vuông góc với tia DM cắt các đường thẳng DM, DC theo thứ tự tại E và F.

1) Chứng minh các tứ giác: ABED và BDCE nội tiếp đường tròn.

2) Tính góc CEF.

3) Đường thẳng AM cắt đường thẳng DC tại N. Chứng minh đẳng thức:

$$\frac{1}{AD^2} = \frac{1}{AM^2} + \frac{1}{AN^2}.$$

Bài 5.

Tìm x để y đạt giá trị lớn nhất thỏa mãn: $x^2 + 2y^2 + 2xy - 8x - 6y = 0$.

-----Hết-----

PHẦN I. TRẮC NGHIỆM (2 điểm). Chọn câu trả lời đúng

Câu 1: Giá trị của $\sqrt{10}.\sqrt{40}$ bằng:

- A. 10 B. 20 C. 30 D. 40

Câu 2: Cho hàm số $y = (m-2)x+1$ (x là biến, m là tham số) đồng biến, khi đó giá trị của m là:

- A. $m = -2$ B. $m < 2$ C. $m > 2$ D. $m = 1$

Câu 3: Nếu một hình chữ nhật có hai đường chéo vuông góc với nhau và độ dài một cạnh của hình chữ nhật đó bằng 0,5 cm thì diện tích hình chữ nhật đó bằng:

- A. 0,25 cm² B. 1,0 cm² C. 0,5 cm² D. 0,15 cm²

Câu 4: Tất cả các giá trị của x để biểu thức $\sqrt{x+2}$ có nghĩa là :

- A. $x < -2$ B. $x < 2$ C. $x \in \mathbb{R}$ D. $x \geq 2$

PHẦN II. TỰ LUẬN (8 điểm)

Câu 5: (2 điểm) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} 4x - 5y = -5 \\ 4x - 7y = -1 \end{cases}$$

Câu 6: (1,5 điểm) cho phương trình: $x^2 - 2(m-1)x + m - 5 = 0$ (x là ẩn, m là tham số)

1. Chứng minh rằng phương trình đã cho luôn có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 với mọi giá trị của m

2. Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình đã cho có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn điều

kiện $x_1^2 + x_2^2 = 10$

Câu 7 (1,5 điểm). Cho một tam giác có chiều cao bằng $\frac{3}{4}$ cạnh đáy. Nếu chiều cao tăng thêm 3m và cạnh đáy giảm đi 2m thì diện tích của tam giác vuông đó tăng thêm 9m². Tìm cạnh đáy và chiều cao của tam giác vuông đã cho.

Câu 8: (2 điểm). Cho đường tròn (O), M là điểm nằm ngoài đường tròn (O). Qua M kẻ hai tiếp tuyến MA, MB đến đường tròn (O) với A, B là các tiếp điểm; MPQ là một cát tuyến không đi qua tâm của đường tròn, P nằm giữa M và Q. Qua P kẻ đường thẳng vuông góc với OA cắt AB, AQ tương ứng tại R, S. Gọi trung điểm đoạn PQ là N. Chứng minh:

1. Các điểm M, A, N, O, B cùng thuộc một đường tròn, chỉ rõ bán kính của đường tròn đó.

2. PR = RS

Câu 9: (1 điểm). Cho a, b, c là độ dài 3 cạnh của một tam giác có chu vi bằng 2. tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = 4(a^3 + b^3 + c^3) + 15abc$.

Hết

ĐỀ CHÍNH THỨC

(Đề thi gồm có 01 trang)

Đề thi môn: TOÁN (Cơ sở)

Ngày thi: 01/7/2010

Thời gian làm bài: 120 phút (không kể thời gian giao đề)

Câu 1: (2 điểm)

a) Rút gọn các biểu thức: $A = (\sqrt{12} - \sqrt{6} + \sqrt{3}) \cdot \sqrt{3} + \sqrt{18}$
 $B = \sqrt{x} \cdot (\sqrt{x} - \sqrt{y}) + \sqrt{y} \cdot (\sqrt{x} - \sqrt{y})$ với $x \geq 0$ và $y \geq 0$

b) Chứng minh giá trị của biểu thức sau không phụ thuộc vào x :

$$C = \left(\frac{1}{\sqrt{x}+2} + \frac{1}{\sqrt{x}-2} \right) : \frac{\sqrt{x}}{x-4} \quad \text{với } x > 0 \text{ và } x \neq 4$$

Câu 2: (2 điểm)

Cho hệ phương trình:
$$\begin{cases} 2x - y = 4 \\ x + y = -1 \end{cases}$$

a) Giải hệ phương trình trên.

b) Tìm giá trị của m để nghiệm của hệ phương trình trên cũng là nghiệm của phương trình: $mx - 2y = 3m + 8$

Câu 3: (2 điểm)

Cho phương trình bậc hai: $x^2 - 2mx - 3 = 0$ (1)

a) Chứng minh rằng phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi m .

b) Gọi x_1 và x_2 là 2 nghiệm của phương trình (1) đã cho. Không giải phương trình, hãy tính tổng và tích hai nghiệm của phương trình (1) theo m .

c) Tính giá trị của biểu thức $D = x_1^2 + x_2^2$ khi $m = -1$.

Câu 4: (2 điểm)

Cho tam giác ABC vuông tại A, đường cao AH ($H \in BC$); biết $BH = 4\text{cm}$, $CH = 9\text{cm}$. Kẻ $HD \perp AB$, $HE \perp AC$ (với $D \in AB$, $E \in AC$).

a) Tứ giác ADHE là hình gì? Giải thích.

b) Tính độ dài đoạn DE.

c) Đường thẳng vuông góc với DE tại E cắt BC tại M. Tính $\sin \widehat{DME}$.

Câu 5: (2 điểm)

Cho tam giác nhọn ABC có các đường cao AM và BN cắt nhau tại S.

a) Chứng minh rằng CMSN là tứ giác nội tiếp.

b) Chứng minh bốn điểm A, B, M, N cùng thuộc một đường tròn.

c) Nếu tam giác ABC cân tại A có $AM = 8\text{cm}$, $BC = 12\text{cm}$. Hãy tính chu vi và diện tích hình tròn ngoại tiếp tứ giác ABMN. **HẾT.**

SỞ GD&ĐT QUẢNG BÌNH KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT CHUYÊN

Đề chính thức

Năm học : 2010-2011

Môn: TOÁN (Chuyên Toán, Tin)

Số báo danh: Thời gian: 150 phút (Không kể thời gian giao đề)

ĐỀ RA

Câu 1: (3,0 điểm)

a) Chứng minh $P = \frac{2\sqrt{3 + \sqrt{5 - \sqrt{13 + \sqrt{48}}}}}{\sqrt{6} + \sqrt{2}}$ là một số nguyên.

b) Tìm giá trị nhỏ nhất của $y = \sqrt{x-1} - 2\sqrt{x-2} + \sqrt{x+7} - 6\sqrt{x-2}$

Câu 2: (1,0 điểm)

Tìm tất cả các bộ ba số dương $(x; y; z)$ thỏa mãn hệ phương trình

$$\begin{cases} 2.x^{2010} = y^6 + z^6 \\ 2.y^{2010} = z^6 + x^6 \\ 2.z^{2010} = x^6 + y^6 \end{cases}$$

Câu 3: (2,0 điểm)

Trong mặt phẳng Oxy cho đường thẳng (d) : $y = 2x - a^2$ và parabol (P) : $y = ax^2$ (với a là tham số, $a > 0$).

a) Tìm a để (d) cắt (P) tại 2 điểm phân biệt A và B. Chứng minh rằng lúc đó A và B nằm về bên phải trục tung.

b) Gọi x_1, x_2 theo thứ tự là hoành độ của A, B. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$T = \frac{2}{x_1 + x_2} + \frac{3}{x_1 x_2 + 1}$$

Câu 4: (1,0 điểm) Tìm tất cả các số thực x thỏa mãn :

$$\sqrt{(x-2)(4-x)} + \sqrt{x-2} + \sqrt{4-x} + 6x\sqrt{3x} \leq x^3 + 30$$

Câu 5: (1,5 điểm)

Cho đường tròn (O, R). Từ một điểm P nằm trong (O) kẻ hai dây AB và CD vuông góc nhau. Chứng minh rằng: $PA^2 + PB^2 + PC^2 + PD^2$ không phụ thuộc vào vị trí của điểm P nằm trong đường tròn.

Câu 6: (1,5 điểm)

Cho tam giác ABC có số đo ba cạnh là $BC = a$, $CA = b$, $AB = c$ và một điểm M nằm trong tam giác. Dựng MA' vuông góc BC, MB' vuông góc CA và MC' vuông góc AB (A' , B' , C' lần lượt thuộc BC, CA, AB). Hãy tìm giá trị nhỏ nhất của tổng:

$$Z = \frac{a}{MA'} + \frac{b}{MB'} + \frac{c}{MC'}$$

Hết

