

LỜI GIẢI ĐỀ 03

Thí sinh vietfrog

Câu I:

1.

Với $m = \frac{3}{2}$ ta có:

$$y = f(x) = x^4 + 8x^2 - \frac{9}{2}$$

* Sự biến thiên:

a) Giới hạn và tiệm cận:

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \left(x^4 + 8x^2 - \frac{9}{2} \right) = +\infty$$

$\Rightarrow$ Đồ thị hàm số không có tiệm cận.

b) Chiều biến thiên:

$$f'(x) = 4x^3 + 16x; \quad f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 0$$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty$	$-\frac{9}{2}$	$+\infty$

.

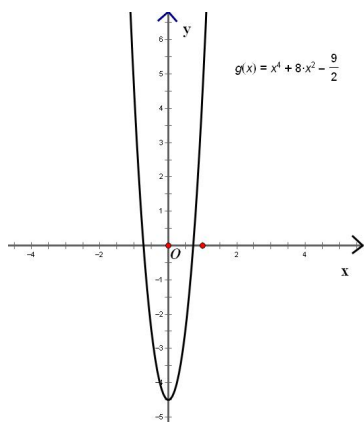
–Hàm số đồng biến trên $(0; +\infty)$

–Hàm số nghịch biến trên $(-\infty; 0)$

–Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 0 \Rightarrow y_{CT} = -\frac{9}{2}$

–Hàm số không có cực đại.

*Đồ thị:



.

Nhận xét: Đồ thị hàm số đã cho là một đường cong liên tục nhận Oy làm trục đối xứng.

2.

$$y = x^4 + 2(2m + 1)x^2 - 3m$$

Theo bài: (C) cắt Ox tại 4 điểm phân biệt tạo thành 3 đoạn thẳng bằng nhau.

Yêu cầu bài toán (ycbt) tương đương:

(C) cắt Ox tại 4 điểm phân biệt có hoành độ theo thứ tự $(x_1 < x_2 < x_3 < x_4)$ lập thành 1 cấp số cộng. Tức là:

$$x_4 - x_3 = x_3 - x_2 = x_2 - x_1$$

Đặt $x^2 = t > 0$; $g(t) = t^2 + 2(2m + 1)t - 3m$. Khi đó ycbt trở thành:
Phương trình $g(t) = 0$ có 2 nghiệm phân biệt: $t_2 > t_1 > 0$ thỏa mãn:

$$\begin{aligned}\sqrt{t_2} - \sqrt{t_1} &= \sqrt{t_1} - (-\sqrt{t_1}) = -\sqrt{t_1} - (-\sqrt{t_2}) \\ \Rightarrow \sqrt{t_2} - \sqrt{t_1} &= \sqrt{t_1} - (-\sqrt{t_1}) \\ \Leftrightarrow \sqrt{t_2} &= 3\sqrt{t_1} \Leftrightarrow t_2 = 9t_1 > 0(*)\end{aligned}$$

*) Phương trình $g(t) = 0$ có 2 nghiệm phân biệt: $t_2 > t_1 > 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta_t' > 0 \\ t_1 + t_2 > 0 \\ t_1 \cdot t_2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (2m + 1)^2 + 3m > 0 \\ -2(2m + 1) > 0 \\ -3m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4m^2 + 7m + 1 > 0 \\ m < \frac{-1}{2} \\ m < 0 \end{cases} \Rightarrow m < \frac{-7 - \sqrt{33}}{8} \quad (1)$$

) Phương trình $g(t) = 0$ có 2 nghiệm phân biệt thỏa mãn () :

$$\begin{aligned}\Leftrightarrow \begin{cases} t_2 = 9t_1 \\ t_1 + t_2 = -2(2m + 1) \\ t_1 \cdot t_2 = -3m \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} t_2 = 9t_1 \\ t_1 = \frac{-1}{5}(2m + 1) \\ t_1^2 = \frac{-1}{3}m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t_2 = 9t_1 \\ \left[\frac{-1}{5}(2m + 1)\right]^2 = \frac{-1}{3}m \end{cases} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} t_2 = 9t_1 \\ \frac{4}{25}m^2 + \frac{37}{75}m + \frac{1}{25} = 0 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} t_2 = 9t_1 \\ \begin{bmatrix} m = -3 \\ m = \frac{-1}{12} \end{bmatrix} \end{cases} \quad (2)\end{aligned}$$

Từ (1), (2) suy ra: $m = -3$.

Thử lại thấy đúng.

Vậy $m = -3$ là giá trị cần tìm.

Câu II:

1.

$$\cos^2 2x + 2 \cos 2x - \sin x + 4 = 2\sqrt{2 - \sin x}$$

Điều kiện: $2 - \sin x \geq 0 \Leftrightarrow \sin x \leq 2$ (luôn đúng)

Phương trình đã cho tương đương:

$$\begin{aligned}\cos^2 2x + 2 \cos 2x + 1 + 2 - \sin x - 2\sqrt{2 - \sin x} + 1 &= 0 \\ \Leftrightarrow (\cos 2x + 1)^2 + \left(\sqrt{2 - \sin x} - 1\right)^2 &= 0 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} \cos 2x + 1 = 0 \\ \sqrt{2 - \sin x} = 1 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} 2\cos^2 x = 0 \\ 2 - \sin x = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = 0 \\ \sin x = 1 \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \quad (k \in \mathbb{Z})\end{aligned}$$

Vậy phương trình đã cho có nghiệm : $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$)

2.

Ta có:

$$\begin{cases} 6x^2\sqrt{x^3-6x+5} = (x^2+2x-6)(x^3+4) \\ x + \frac{2}{x} \geq 1 + \frac{2}{x^2} \end{cases}$$

Xét phương trình thứ hai:

$$\begin{aligned} x + \frac{2}{x} \geq 1 + \frac{2}{x^2} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 0 \\ x^3 + 2x \geq x^2 + 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 0 \\ (x-1)(x^2+2) \geq 0 \end{cases} \Rightarrow x \geq 1 \end{aligned}$$

Xét phương trình thứ nhất:

$$\text{Điều kiện: } x^3 - 6x + 5 \geq 0 \Leftrightarrow x \in \left[\frac{-1 - \sqrt{21}}{2}; 1 \right] \cup \left[\frac{-1 + \sqrt{21}}{2}; +\infty \right)$$

Kết hợp với $x \geq 1$ ta có:

$$x \in \left[\frac{-1 + \sqrt{21}}{2}; +\infty \right) \cup \{1\}$$

Ta có:

$$6x^2\sqrt{x^3-6x+5} = (x^2+2x-6)(x^3+4)$$

TH1:

$$\text{Với } x = \frac{-1 + \sqrt{21}}{2}$$

Ta thấy: $VT = 0; VP \neq 0$. Suy ra vô lý.

Với $x = 1$

Ta thấy: $VT = 0, VP = -15$. Suy ra vô lý

$$\text{TH2: } x \in \left(\frac{-1 + \sqrt{21}}{2}; +\infty \right) (D)$$

Phương trình đã cho tương đương:

$$\frac{6x^2}{x^3+4} = \frac{x^2+2x-6}{\sqrt{x^3-6x+5}}$$

Xét: $f(x) = \frac{6x^2}{x^3+4}$ trên (D) .

$$f'(x) = \frac{12x(x^3+4) - 3x^2 \cdot 6x^2}{(x^3+4)^2} = \frac{-6x^3+48}{(x^3+4)^2}$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow -6x^3 + 48 = 0 \Leftrightarrow x = 2$$

Ta có:

x	$-\infty$	$\frac{-1+\sqrt{21}}{2}$	2	$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$
$f(x)$			2	

$-\infty \nearrow$ $\nwarrow -\infty$

Từ đó ta có: $f(x) \leq 2 \quad \forall x \in D$

Xét : $g(x) = \frac{x^2 + 2x - 6}{\sqrt{x^3 - 6x + 5}}$ trên D

Ta có:

$$g'(x) = \frac{(2x+2)\sqrt{x^3-6x+5} - \frac{3x^2(x^2+2x-6)}{2\sqrt{x^3-6x+5}}}{(4x+4)(x^3-6x+5) - 3x^2(x^2+2x-6)}$$

$$\Leftrightarrow g'(x) = \frac{2\sqrt{x^3-6x+5}(x^3-6x+5) - 3x^2(x^2+2x-6)}{2\sqrt{x^3-6x+5}(x^3-6x+5)}$$

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow (4x+4)(x^3-6x+5) - 3x^2(x^2+2x-6) = 0$$

$$\Leftrightarrow x^4 - 2x^3 + 8x - 16 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x-2)(x^3+8) = 0$$

$$\Rightarrow x = 2 \quad \left(\text{Do } x > \frac{-1+\sqrt{21}}{2} \right)$$

Ta có:

x	$-\infty$	$\frac{-1+\sqrt{21}}{2}$	2	$+\infty$
$g'(x)$		$+$	0	$-$
$g(x)$		$+\infty$	2	$+\infty$

$+\infty \searrow$ $\nearrow +\infty$

Từ đó suy ra được: $g(x) \geq 2 \quad \forall x \in D$

Như vậy:

$$VT = VP \Leftrightarrow f(x) = g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = 2 \\ g(x) = 2 \end{cases} \Leftrightarrow x = 2$$

Thử lại thấy đúng.

Vậy hệ đã cho có nghiệm $x = 2$.

Câu III:

Ta có:

$$I = \int_{-2}^{-1} \frac{dx}{1 + \sqrt{1-2x-x^2}}$$

Đặt: $\sqrt{1-2x-x^2} = tx - 1 \Rightarrow 1-2x-x^2 = (tx-1)^2$

$$\Rightarrow 2x + x^2 = 2xt - x^2t^2$$

$$\Rightarrow x(t^2 + 1) = 2t - 2$$

$$\Rightarrow x = \frac{2t-2}{t^2+1}$$

$$\Rightarrow dx = \frac{-2t^2 + 4t + 2}{(t^2+1)^2} dt$$

Đổi cận: $x = -1 \rightarrow t = -1 - \sqrt{2}$; $x = -2 \rightarrow t = -1$ Ta có:

$$I = \int_{-1}^{-1-\sqrt{2}} \frac{2(-t^2 + 2t + 1)}{\left[1 + \left(\frac{(2t-2)t}{t^2+1} - 1\right)\right] (t^2 + 1)^2} dt = \int_{-1}^{-1-\sqrt{2}} \frac{2(-t^2 + 2t + 1)}{[(2t-2)t](t^2 + 1)} dt$$

$$\Leftrightarrow I = \int_{-1}^{-1-\sqrt{2}} \frac{(-t^2 + 2t + 1)}{t(t-1)(t^2 + 1)} dt$$

Giả sử:

$$\frac{(-t^2 + 2t + 1)}{t(t-1)(t^2 + 1)} = \frac{A}{t} + \frac{B}{t-1} + \frac{C}{t^2 + 1}, \forall t$$

$$\Leftrightarrow -t^2 + 2t + 1 = A(t-1)(t^2 + 1) + Bt(t^2 + 1) + C(t-1)t$$

Với: $t = 1 \Rightarrow 2B = 2 \Rightarrow B = 1$

Với: $t = 0 \Rightarrow -A = 1 \Rightarrow A = -1$

Với: $t = 2 \Rightarrow 5A + 10B + 2C = 1 \Rightarrow C = -2$

Như vậy:

$$I = \int_{-1}^{-1-\sqrt{2}} \left(\frac{-1}{t} + \frac{1}{t-1} + \frac{-2}{t^2 + 1} \right) dt = [\ln(t-1) - \ln t] \Big|_{-1}^{-1-\sqrt{2}} - 2 \int_{-1}^{-1-\sqrt{2}} \frac{1}{t^2 + 1} dt$$

Xét:

$$J = \int_{-1}^{-1-\sqrt{2}} \frac{1}{t^2 + 1} dt$$

Đặt:

$$t = \tan u \Rightarrow dt = \frac{du}{\cos^2 u}; u \in \left(\frac{-\pi}{2}; \frac{\pi}{2} \right)$$

Đổi cận:

$$t = -1 \rightarrow u = \arctan(-1); t = -1 - \sqrt{2} \rightarrow u = \arctan(-1 - \sqrt{2})$$

Ta có:

$$J = \int_{\arctan(-1)}^{\arctan(-1-\sqrt{2})} \frac{du}{\cos^2 u \cdot \frac{1}{\cos^2 u}} = u \Big|_{\arctan(-1)}^{\arctan(-1-\sqrt{2})}$$

Như vậy ta có được:

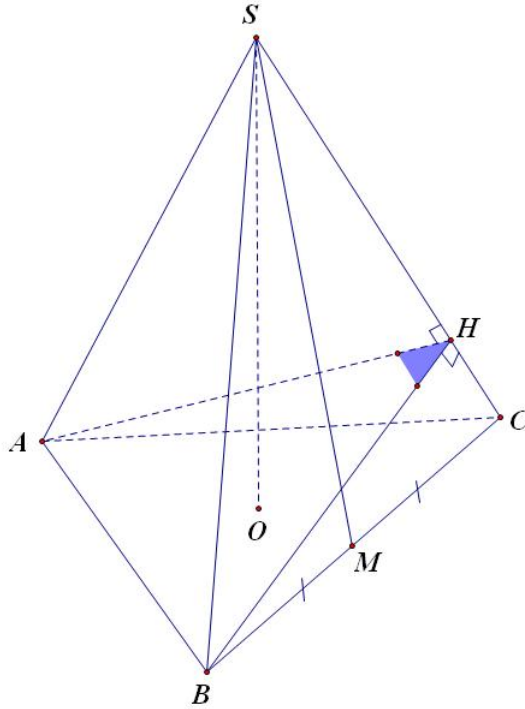
$$I = [\ln(t-1) - \ln t] \Big|_{-1}^{-1-\sqrt{2}} - 2 u \Big|_{\arctan(-1)}^{\arctan(-1-\sqrt{2})} = \frac{-1}{2} \ln 2 - 2 \arctan(-1 - \sqrt{2}) - \frac{\pi}{2}$$

Vậy:

$$I = \frac{-1}{2} \ln 2 - 2 \arctan(-1 - \sqrt{2}) - \frac{\pi}{2}$$

Câu IV:

Gọi hình chóp ban đầu là $S.ABC$



Gọi O là tâm của đáy.

Kẻ BH vuông góc với SC (đường thẳng SC)

Xét $\triangle BHC$ và $\triangle AHC$

Ta có: HC chung; $AC = BC$

$\widehat{HCA} = \widehat{HCB}$ (do $\triangle BSC$ và $\triangle ASC$ là 2 tam giác cân tại S)

$\Rightarrow \triangle BHC = \triangle AHC$ (c.g.c)

Suy ra: $\widehat{CHA} = \widehat{CHB} = 90^\circ$. Tức là: $AH \perp SC \Rightarrow \widehat{AHB} = \alpha$

Ta có: $\triangle ABH$ cân tại H , $\widehat{AHB} = \alpha$, $AB = a$

Suy ra: $BH = AH = \frac{a}{2 \sin \frac{\alpha}{2}}$

Ta có: $\triangle CBH$ vuông tại H

Suy ra: $\sin \widehat{BCS} = \frac{BH}{BC} = \frac{\frac{a}{2 \sin \frac{\alpha}{2}}}{a} = \frac{1}{2 \sin \frac{\alpha}{2}}$

Do $\triangle SBC$ cân tại S nên $\widehat{BCS}$ là góc nhọn. Suy ra: $\cos \widehat{BCS} = \sqrt{1 - \frac{1}{4 \sin^2 \frac{\alpha}{2}}}$

Gọi M là trung điểm BC . Ta có ngay $SM \perp BC$

Suy ra:

$$\cos \widehat{BCS} = \frac{CM}{SC} = \frac{\frac{a}{2}}{SC} = \sqrt{1 - \frac{1}{4 \sin^2 \frac{\alpha}{2}}} \Rightarrow SC = \frac{a}{2 \sqrt{1 - \frac{1}{4 \sin^2 \frac{\alpha}{2}}}}$$

Ta có: $\triangle ABC$ là tam giác đều cạnh a , O là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác, suy ra:

$$CO = \frac{a\sqrt{3}}{3}$$

Ta có ΔSOC vuông tại O (do O là tâm đáy hình chóp đều)
 Theo định lý $Pi - ta - go$ ta có:

$$SO^2 = SC^2 - CO^2 \Rightarrow SO = \sqrt{SC^2 - CO^2}$$

$$\Leftrightarrow SO = \sqrt{\frac{a^2}{4\left(1 - \frac{1}{4\sin^2\frac{\alpha}{2}}\right)} - \frac{a^2}{3}}$$

Ta có:

$$\Delta ABC \text{ là tam giác đều cạnh } a, \text{ suy ra } S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot a = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$$

Ta có:

$$V_{S.ABC} = \frac{1}{3} SO \cdot S_{\Delta ABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot \sqrt{\frac{a^2}{4\left(1 - \frac{1}{4\sin^2\frac{\alpha}{2}}\right)} - \frac{a^2}{3}} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^3\sqrt{3}}{4} \cdot \sqrt{\frac{1}{4\left(1 - \frac{1}{4\sin^2\frac{\alpha}{2}}\right)} - \frac{1}{3}}$$

Vậy:

$$V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^3\sqrt{3}}{4} \cdot \sqrt{\frac{1}{4\left(1 - \frac{1}{4\sin^2\frac{\alpha}{2}}\right)} - \frac{1}{3}}$$

Câu V:

Áp dụng bất đẳng thức Cauchy-Schwarz cho hai số ta có:

$$\sqrt{a^2 + 1} + \sqrt{2a} \leq \sqrt{2(a+1)^2} = \sqrt{2}(a+1).$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{a^2 + 1} \leq \sqrt{2}a + \sqrt{2} - \sqrt{2a}$$

Tương tự ta có:

$$\sqrt{b^2 + 1} \leq \sqrt{2}b + \sqrt{2} - \sqrt{2b}; \sqrt{c^2 + 1} \leq \sqrt{2}c + \sqrt{2} - \sqrt{2c}$$

Từ đó suy ra:

$$P \leq \frac{\sqrt{2}(a+b+c) + \sqrt{2}(3 - \sqrt{a} - \sqrt{b} - \sqrt{c})}{a+b+c}.$$

Mặt khác, theo giả thiết $abc = 1$ nên áp dụng bất đẳng thức $AM - GM$ cho ba số ta có:

$$\sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{c} \geq 3\sqrt[6]{abc} = 3.$$

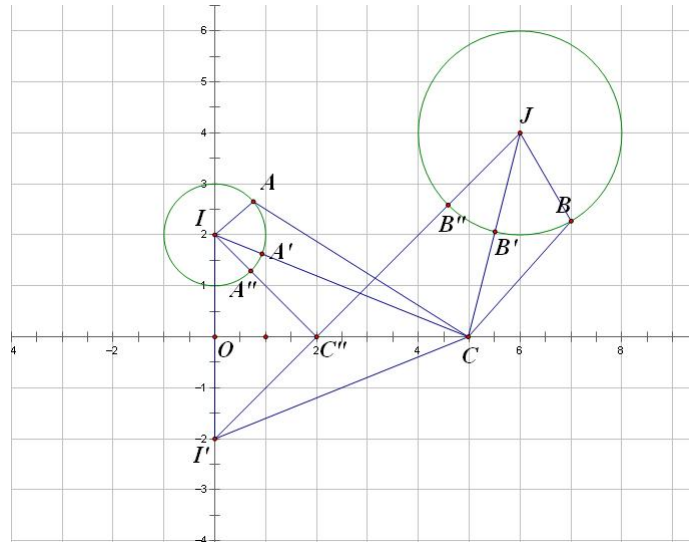
Do đó $\sqrt{2}(3 - \sqrt{a} - \sqrt{b} - \sqrt{c}) \leq 0$. Như vậy, ta suy ra $P \leq \sqrt{2}$.

Đẳng thức xảy ra khi $a = b = c = 1$.

Vậy $\max P = \sqrt{2}$ khi $a = b = c = 1$.

Câu VIIa.

1.



Gọi $I; J; R_1; R_2$ lần lượt là tâm và bán kính đường tròn $(C_1); (C_2)$;

Lấy I' đối xứng với I qua Ox .

Ta có:

$$\begin{aligned}
 CI + CJ &= CI' + CJ \geq I'J = C'I' + C'J = C'I + C'J \\
 \Rightarrow CI + CJ &\geq C'I + C'J \\
 \Rightarrow CI + CJ - R_1 - R_2 &\geq C'I + C'J - R_1 - R_2 \\
 \Rightarrow CA' + CB' &\geq C'A'' + C'B'' \quad (1)
 \end{aligned}$$

Mặt khác ta có:

$$CA + IA \geq IC \Leftrightarrow CA \geq IC - IA = IC - IA' = CA' \Rightarrow CA \geq CA'$$

Tương tự ta cũng có: $CB \geq CB'$

$$\text{Từ đó có được: } CA + CB \geq CA' + CB' \quad (2)$$

Từ (1); (2) suy ra:

$$CA + CB \geq C'A'' + C'B''$$

Do I cố định nên I' cố định. Suy ra C' cố định. Từ đó suy tiếp được $A''; B''$ cố định. Như vậy $C'A'' + C'B''$ không đổi.

$$\text{Mà: } CA + CB \geq C'A'' + C'B''$$

$$\Rightarrow \min(CA + CB) = C'A'' + C'B'' \text{ khi và chỉ khi } C \equiv C'; A \equiv A''; B \equiv B''$$

*) Tìm C'

Ta có:

$$(C_1): x^2 + (y - 2)^2 = 1 \Rightarrow I(0; 2) \Rightarrow I'(0; -2)$$

$$(C_2): (x - 6)^2 + (y - 4)^2 = 4 \Rightarrow J(6; 4)$$

$$\text{Suy ra } I'J \text{ có phương trình: } \frac{x}{6} = \frac{y + 2}{6} \Leftrightarrow x - y - 2 = 0$$

$$I'J \text{ cắt } Ox \text{ tại } C' \text{ suy ra: } C'(2; 0)$$

*) Tìm A''

$$C'(2; 0); I(0; 2) \Rightarrow C'I: \frac{x}{2} = \frac{y - 2}{-2} \Rightarrow C'I: y = 2 - x$$

Ta có: $A'' = (C_1) \cap IC'$ và A'' nằm giữa I và C'

Xét: $(C_1) \cap IC'$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = 2 - x \\ x^2 + (y - 2)^2 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 2 - x \\ x^2 + (2 - x - 2)^2 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 2 - x \\ x^2 = \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 2 - x \\ x = \frac{\pm 1}{\sqrt{2}} \end{cases}$$

Với: $x_{A''} = \frac{-1}{\sqrt{2}} \Rightarrow x_{A''} < x_I < x_{C'} \Rightarrow A''$ nằm ngoài I và C' (Loại)

$$\Rightarrow x_{A''} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow y_{A''} = \frac{4 - \sqrt{2}}{2} \Rightarrow A'' \left(\frac{1}{\sqrt{2}}; \frac{4 - \sqrt{2}}{2} \right)$$

*) Tìm B''

Hoàn toàn tương tự với việc tìm A''

Ta có:

$$C' (2; 0); J (5; 4) \Rightarrow CJ : y = x - 2$$

Ta có: $B'' = (C_2) \cap JC'$ và B'' nằm giữa J và C'

Xét: $(C_2) \cap JC'$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = x - 2 \\ (x - 6)^2 + (y - 4)^2 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = x - 2 \\ x = 6 \pm \sqrt{2} \end{cases}$$

Với $x_{B''} = 6 + \sqrt{2} \Rightarrow x_{B''} > x_J > x_{C'} \Rightarrow B''$ nằm ngoài J và C' (Loại)

$$\Rightarrow x_{B''} = 6 - \sqrt{2} \Rightarrow y_{B''} = 4 - \sqrt{2} \Rightarrow B'' (6 - \sqrt{2}; 4 - \sqrt{2})$$

Như vậy : $CA + CB$ đạt giá trị nhỏ nhất khi:

$$A \equiv A'' \left(\frac{1}{\sqrt{2}}; \frac{4 - \sqrt{2}}{2} \right); B \equiv B'' (6 - \sqrt{2}; 4 - \sqrt{2}); C \equiv C' (2; 0)$$

Vậy: $A \left(\frac{1}{\sqrt{2}}; \frac{4 - \sqrt{2}}{2} \right); B (6 - \sqrt{2}; 4 - \sqrt{2}); C (2; 0)$ là ba điểm cần tìm.

2.

Ta thấy:

Vectơ pháp tuyến (vtpt) của (P_1) là $\vec{v} (2; -1; 2)$; vtpt của (P_2) là $\vec{u} (2; -1; 2)$

Suy ra: $(P_1) \parallel (P_2)$

Ta thấy: $M (0; -1; 0) \in (P_1)$

$$\Rightarrow d((P_1); (P_2)) = d(M; (P_2)) = 6$$

Theo bài ta có:

I là tâm mặt cầu S tiếp xúc với $(P_1); (P_2)$.

$$\Rightarrow d(I; (P_1)) = d(I; (P_2)) = R = \frac{1}{2}d((P_1); (P_2)) = 3$$

Mặt khác: A nằm trên mặt cầu S nên $IA = R = 3$.

Do A cố định; IA không đổi nên I thuộc đường tròn tâm $A(-1; 1; 1)$ bán kính $r = 3$ (cố định).

Vậy Quỹ tích điểm I là đường tròn tâm $A(-1; 1; 1)$ bán kính $r = 3$.

Câu VII.a:

Gọi : $V = \overline{abcde}$ với $a, b, c, d \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ là số thỏa mãn yêu cầu đề bài.

TH1: $e = 0$, khi đó $V = \overline{abcd0}$

Do $a \neq 0$ nên có 3 cách điền số 0 thứ hai.

Mỗi cách điền số 0 thứ hai có 9^3 cách điền 3 chỗ trống còn lại.

Theo quy tắc nhân ta có: $3.9^3 = 2187$ số V thỏa mãn yêu cầu với $V = \overline{abcd0}$.

TH2: $e \neq 0$.

Do V là số chẵn nên $e \in \{2, 4, 6, 8\}$

Như vậy có 4 cách điền e .

Mỗi cách điền e có C_3^2 cách điền 2 chữ số 0 vào các vị trí còn lại. (do $a \neq 0$)

Như vậy còn trống 2 vị trí.

Mỗi cách điền 2 chữ số 0 vào các vị trí còn lại có 9^2 cách điền vào 2 vị trí còn lại.

Theo quy tắc nhân ta có: $4.C_3^2.9^2 = 972$ số V thỏa mãn với $V = \overline{abcd0}$, $e \neq 0$.

Vậy tìm được $972 + 2187 = 3159$ số thỏa mãn yêu cầu đề bài.

HẾT