

ĐỀ CHÍNH THỨC

Môn thi: TOÁN – BẢNG A

Thời gian: **150** phút (không kể thời gian giao đề)

Câu 1 (4,0 điểm).

a) Cho các số nguyên $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$. Đặt $S = a_1^3 + a_2^3 + \dots + a_n^3$

và $P = a_1 + a_2 + \dots + a_n$.

Chứng minh rằng: S chia hết cho 6 khi và chỉ khi P chia hết cho 6.

b) Cho $A = n^6 - n^4 + 2n^3 + 2n^2$ (với $n \in \mathbb{N}, n > 1$). Chứng minh A không phải là số chính phương

Câu 2 (4,5 điểm).

a) Giải phương trình: $10\sqrt{x^3 + 1} = 3x^2 + 6$

b) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} x + \frac{1}{y} = 3 \\ y + \frac{1}{z} = 3 \\ z + \frac{1}{x} = 3 \end{cases}$$

Câu 3 (4,5 điểm).

a) Cho $x > 0, y > 0, z > 0$ và $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 4$.

Chứng minh rằng: $\frac{1}{2x + y + z} + \frac{1}{x + 2y + z} + \frac{1}{x + y + 2z} \leq 1$

b) Cho $x > 0, y > 0, z > 0$ thỏa mãn $x^{2011} + y^{2011} + z^{2011} = 3$.

Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức: $M = x^2 + y^2 + z^2$.

Câu 4 (4,5 điểm).

Cho tam giác ABC có ba góc nhọn nội tiếp đường tròn (O), H là trực tâm của tam giác. Gọi M là một điểm trên cung BC không chứa điểm A. (M không trùng với B và C). Gọi N là P lần lượt là điểm đối xứng của M qua các đường thẳng AB và AC.

a) Chứng minh N, H, P thẳng hàng

b) Khi $\widehat{BOC} = 120^\circ$, xác định vị trí của điểm M để $\frac{1}{MB} + \frac{1}{MC}$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Câu 5 (2,5 điểm).

Cho tam giác ABC nội tiếp đường tròn tâm O, một điểm I chuyển động trên cung BC không chứa điểm A (I không trùng với B và C). Đường thẳng vuông góc với IB tại I cắt đường thẳng AC tại E, đường thẳng vuông góc với IC cắt đường thẳng AB tại F. Chứng minh rằng đường thẳng EF luôn đi qua một điểm cố định.

--- Hết ---

Họ và tên thí sinh:.....Số báo danh:.....