

**ĐẤU TRƯỜNG VMF 2011 LƯỢT VỀ
TRẬN ALPHA – DELTA**

ĐÁP ÁN ĐỀ CỦA ALPHA

Câu 1 (THCS). Giải hệ phương trình:

$$\begin{cases} u + v = 2 \\ ux + vy = 3 \\ ux^2 + vy^2 = 5 \\ ux^3 + vy^3 = 9 \end{cases}$$

Câu 2 (THCS). Cho ba điểm phân biệt A, B, C và M là một điểm bất kì. Gọi d là đoạn lớn nhất trong các đoạn MA, MB, MC . Tìm vị trí của điểm M để d nhỏ nhất.

Câu 3 (THPT). Cho $a \in (0;1)$. Xét dãy (u_n) xác định như sau:

$$\begin{cases} u_1 = a \\ u_{n+1} = \frac{1}{2} \sqrt[3]{(1-u_n)^5}, \forall n \geq 1 \end{cases}$$

Dãy (u_n) có hội tụ hay không?

Câu 4 (THPT). Cho tứ diện $ABCD$ có thể tích bằng 1, xét các điểm M, K, E, N, H, F tương ứng thuộc các cạnh AB, AC, AD, CD, DB, BC . kí hiệu V_1, V_2, V_3, V_4 lần lượt là thể tích các khối tứ diện $MAKE, BMHF, CFKN, DNEH$. Tìm giá trị lớn nhất của $P = \sqrt[3]{V_1} + \sqrt[3]{V_2} + \sqrt[3]{V_3} + \sqrt[3]{V_4}$.

Câu 5 (THPT). Cho n ($n \geq 3$) số thực dương $x_1, x_2, \dots, x_n$ thỏa mãn $\sum_{k=1}^n x_k^2 = n$.

Chứng minh rằng:

$$\frac{1}{8} \left(\sum_{k=1}^n \frac{1}{x_k^2} \right) \geq \frac{3n-10}{8} + \frac{1}{n(n-1)} + \frac{1}{\sum_{1 \leq i < j \leq n} x_i x_j}.$$

Câu 6 (Olympiad). Tìm hàm $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ thỏa mãn đồng thời 2 điều kiện sau:

i) Hàm f bị chặn trên

ii) $f(xf(y)) + yf(x) = xf(y) + f(xy), \forall x, y \in \mathbb{R}$.