

Đáp án đề thi thử số 5

Ngày 5 tháng 4 năm 2012

PHẦN CHUNG CHO TẤT CẢ CÁC THÍ SINH (7,0 điểm)

Câu I (2 điểm) Cho hàm số $y = \frac{x-1}{2(x+1)}$

1. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số.

Lời giải :

- Tập xác định : $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$
- Sự biến thiên :
 - + Chiều biến thiên :
 - Ta có : $y' = \frac{1}{(x+1)^2} > 0 \quad \forall x \in D$.
 - Hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty; -1)$ và $(-1; +\infty)$
 - + Cực trị : hàm số không có cực trị.
 - + Giới hạn, tiệm cận :

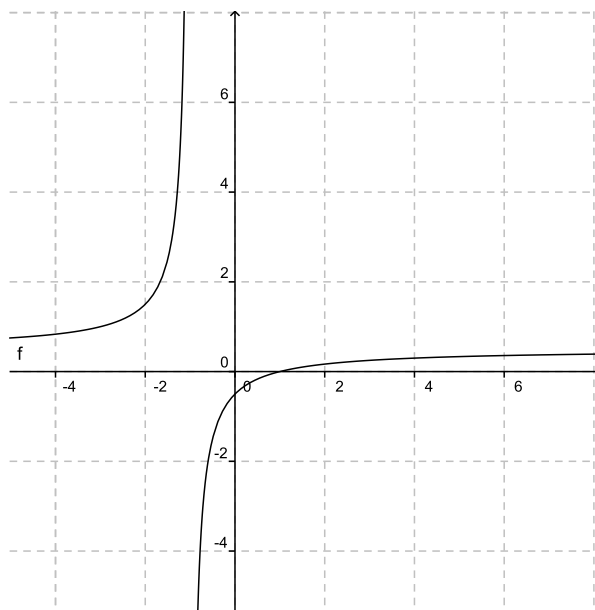
$$\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \frac{1}{2}, \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} y = \frac{1}{2}; \quad \lim_{x \rightarrow (-1)^+} y = -\infty, \quad \lim_{x \rightarrow (-1)^-} y = +\infty$$

Suy ra đường thẳng $y = \frac{1}{2}$ là tiệm cận ngang; đường thẳng $x = -1$ là tiệm cận đứng.

+ Bảng biến thiên :

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
$f'(x)$	+		+
$f(x)$	$\frac{1}{2}$	$+\infty$	$-\infty$

- Đồ thị : đồ thị hàm số đi qua các điểm $(0; -\frac{1}{2})$; $(-2; \frac{3}{2})$; $(1; 0)$.



Đồ thị hàm số nhận giao điểm $I(-1; \frac{1}{2})$ của hai tiệm cận làm tâm đối xứng. ■

2. Tìm những điểm M trên (C) sao cho tiếp tuyến với (C) tại M tạo với hai trục tọa độ một tam giác có trọng tâm nằm trên đường thẳng $4x + y = 0$.

Lời giải : Gọi $M\left(x_0; \frac{x_0 - 1}{2(x_0 + 1)}\right) \in (C)$ là điểm cần tìm.

Gọi Δ là tiếp tuyến với (C) tại M có phương trình :

$$\Delta : y = f'(x_0)(x - x_0) + \frac{x_0 - 1}{2(x_0 + 1)} \Rightarrow y = \frac{1}{(x_0 + 1)^2}(x - x_0) + \frac{x_0 - 1}{2(x_0 + 1)}$$

$$\text{Gọi } A = \Delta \cap Ox \Rightarrow A\left(-\frac{x_0^2 - 2x_0 - 1}{2}; 0\right); B = \Delta \cap Oy \Rightarrow B\left(0; \frac{x_0^2 - 2x_0 - 1}{2(x_0 + 1)^2}\right)$$

Khi đó Δ tạo với hai trục tọa độ tam giác OAB có trọng tâm là

$$G\left(-\frac{x_0^2 - 2x_0 - 1}{6}; \frac{x_0^2 - 2x_0 - 1}{6(x_0 + 1)^2}\right)$$

$$\text{Do } G \text{ thuộc đường thẳng } 4x + y = 0 \text{ nên } -4\left(\frac{x_0^2 - 2x_0 - 1}{6}\right) + \frac{x_0^2 - 2x_0 - 1}{6(x_0 + 1)^2} = 0$$

Suy ra

$$4 = \frac{1}{(x_0 + 1)^2} \quad (\text{vì } A, B \neq O \text{ nên } x_0^2 - 2x_0 - 1 \neq 0)$$

Do đó :

$$\begin{cases} x_0 + 1 = \frac{1}{2} \\ x_0 + 1 = -\frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = -\frac{1}{2} \\ x_0 = -\frac{3}{2} \end{cases}$$

$$\text{– Với } x_0 = -\frac{1}{2} \Rightarrow M\left(-\frac{1}{2}; -\frac{3}{2}\right)$$

$$\text{– Với } x_0 = -\frac{3}{2} \Rightarrow M\left(-\frac{3}{2}; \frac{5}{2}\right)$$

$$\text{Vậy tồn tại 2 điểm } M \text{ thỏa mãn yêu cầu bài toán là } M_1\left(-\frac{1}{2}; -\frac{3}{2}\right); M_2\left(-\frac{3}{2}; \frac{5}{2}\right) \quad \blacksquare$$

Câu II(2,0 điểm)

1. Giải phương trình : $\cos^2 3x + \cos^2 x + 3\cos^2 2x + \cos 2x = 2$

Lời giải : Viết lại phương trình đã cho như sau :

$$\frac{1 + \cos 6x}{2} + \frac{1 + \cos 2x}{2} + 3\cos^2 2x + \cos 2x = 2$$

$$\Leftrightarrow \cos 6x + \cos 2x + 6\cos^2 2x + 2\cos 2x = 2$$

$$\Leftrightarrow 4\cos^3 2x - 3\cos 2x + \cos 2x + 6\cos^2 2x + 2\cos 2x = 2$$

$$\Leftrightarrow 4\cos^3 2x + 6\cos^2 2x - 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \cos 2x = \frac{1}{2} \\ \cos 2x = -1 \end{cases}$$

Giải ra được $\cos 2x = \frac{1}{2}$ hoặc $\cos 2x = -1$

Với $\cos 2x = \frac{1}{2}$ ta được $x = \pm \frac{\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$

Với $\cos 2x = -1$ ta được $x = \pi + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$

Kết luận : Phương trình đã cho có ba họ nghiệm : $x = \pm \frac{\pi}{6} + k2\pi, x = \pi + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$ ■

2. Giải hệ phương trình :
$$\begin{cases} x^2 + y^2 - xy + 4y + 1 = 0 \\ y[7 - (x - y)^2] = 2(x^2 + 1) \end{cases}$$

Lời giải : Hệ phương trình đã cho tương đương với :

$$\begin{cases} y^2 - xy = -x^2 + 4y - 1 \\ 7y - y(x - y)^2 = 2x^2 + 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2y(x - y) = -2x^2 + 8y - 2 & (1) \\ -y(x - y)(x - y) = 2x^2 - 7y + 2 & (2) \end{cases}$$

Cộng (1) và (2) ta được :

$$\begin{aligned} -y(x - y)(2 + x - y) &= -15y \Rightarrow (x - y)(x - y + 2) = 15 \\ &(\text{do } y \neq 0 \text{ vì } y = 0 \text{ thì } (1) \Leftrightarrow x^2 + 1 = 0 \text{ (vô lí)}) \end{aligned}$$

Suy ra : $x - y = 3$ hoặc $x - y = -5$

– Với $x - y = 3$ suy ra $x = y + 3$, khi đó phương trình (1) tương đương với :

$$\begin{aligned} (1) &\Leftrightarrow -6y = -2(y + 3)^2 - 8y - 2 \\ &\Leftrightarrow y^2 + 7y + 10 = 0 \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} y = -2 \Rightarrow x = 1 \\ y = -5 \Rightarrow x = -2 \end{cases} \end{aligned}$$

– Với $x - y = -5$ suy ra $x = y - 5$, khi đó phương trình (1) tương đương với :

$$(1) \Leftrightarrow 10y = -2(y - 5)^2 - 8y - 2 \Leftrightarrow 2y^2 - 2y + 52 = 0 \text{ (vô nghiệm)}$$

Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm là $(x; y) = \{(-2; -5); (1; -2)\}$ ■

Câu III (1 điểm) Tính tích phân :

$$I = \int_0^1 \frac{x^3}{x + \sqrt{x^2 + 1}} dx$$

Lời giải : Biến đổi I về dạng :

$$I = \int_0^1 x^3 (\sqrt{x^2 + 1} - x) dx = \int_0^1 x^3 \sqrt{x^2 + 1} dx - \int_0^1 x^4 dx$$

– Tính tích phân : $I_1 = \int_0^1 x^3 \sqrt{x^2 + 1} dx$ Đặt $t = \sqrt{x^2 + 1} \Rightarrow t^2 = x^2 + 1$, suy ra :

$$\begin{cases} t dt = x dx \\ x^3 \sqrt{x^2 + 1} dx = (t^2 - 1) t^2 dt = (t^4 - t^2) dt \end{cases}$$

Đổi cận : Với $x = 0$ thì $t = 1$. Với $x = 1$ thì $t = \sqrt{2}$.

Khi đó :

$$I_1 = \int_1^{\sqrt{2}} (t^4 - t^2) dt = \left(\frac{1}{5} t^5 - \frac{1}{3} t^3 \right) \Big|_1^{\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{2} + 2}{15}$$

– Tính tích phân : $I_2 = \int_0^1 x^4 dx = \frac{1}{5} x^5 \Big|_0^1 = \frac{1}{5}$

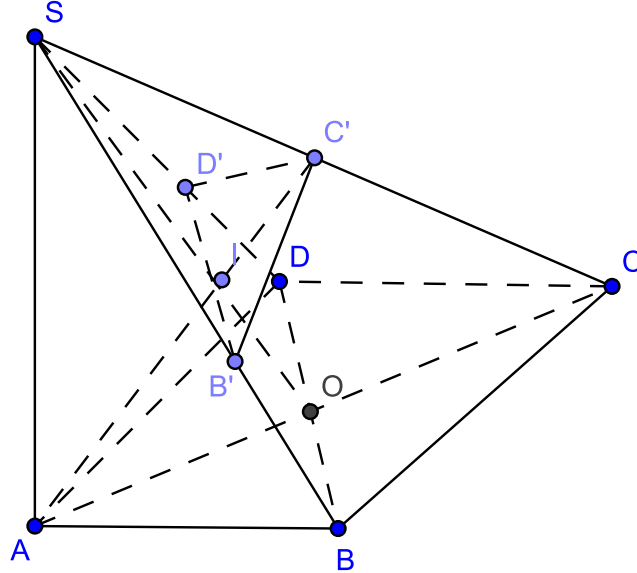
Do đó :

$$I = I_1 - I_2 = \frac{2\sqrt{2} + 2}{15} - \frac{1}{5} = \frac{2\sqrt{2} - 1}{15}$$

■

Câu IV (1 điểm) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a . $\widehat{BAD} = 60^\circ$. SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$, $SA = a$. Gọi C' là trung điểm của SC . Mặt phẳng (P) đi qua AC' và song song BD , cắt các cạnh SB, SD của hình chóp lần lượt tại B', D' . Tính thể tích khối chóp $S.AB'C'D'$.

Lời giải :



Gọi O là giao điểm của AC và BD . Hình thoi $ABCD$ có $\widehat{BAD} = 60^\circ$ nên tam giác ABD đều cạnh a .

Suy ra :

$$AO = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow AC = 2AO = a\sqrt{3}$$

Do đó :

$$SC^2 = SA^2 + AC^2 = a^2 + 3a^2 = 4a^2 \Rightarrow SC = 2a$$

Tam giác SAC vuông tại A , trung tuyến $AC' = \frac{SC}{2} = a$ suy ra tam giác SAC' đều cạnh a .

Gọi I là giao điểm của AC' và $B'D'$, suy ra I là trọng tâm tam giác SAC' .

Khi đó

$$\frac{SI}{SO} = \frac{2}{3} \Rightarrow B'D' = \frac{2}{3}BD = \frac{2}{3}a$$

Ta có $B'D' \perp AC'$ (do $B'D' // BD$) nên $S_{AB'C'D'} = \frac{1}{2}AC' \cdot B'D' = \frac{1}{2} \cdot a \cdot \frac{2}{3}a = \frac{a^2}{3}$

Gọi H là hình chiếu của S trên AC' thì $SH \perp B'D'$ nên $SH \perp (AB'C'D')$

Mặt khác, tam giác SAC' đều nên $SH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$

$$\text{Vậy } V_{S.AB'C'D'} = \frac{1}{3}SH \cdot S_{AB'C'D'} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{a^2}{3} = \frac{a^3\sqrt{3}}{18} \text{ (đvtt)}$$

■

Câu V(1 điểm) Cho các số thực dương a, b, c thỏa mãn $a^2 + b^2 + c^2 = 12$. Chứng minh rằng :

$$a\sqrt[3]{b^2 + c^2} + b\sqrt[3]{c^2 + a^2} + c\sqrt[3]{a^2 + b^2} \leq 12$$

Lời giải : Từ giả thiết ta có :

$$(a + b + c)^2 \leq 3(a^2 + b^2 + c^2) = 36$$

vậy

$$a + b + c \leq 6$$

Áp dụng bất đẳng thức Co Si ta có :

$$(b^2 + c^2) + 2a^2 + 4a \geq 6a\sqrt[3]{b^2 + c^2}$$

$$(c^2 + a^2) + 2b^2 + 4b \geq 6b\sqrt[3]{c^2 + a^2}$$

$$(a^2 + b^2) + 2c^2 + 4c \geq 6c\sqrt[3]{a^2 + b^2}$$

Cộng ba bất đẳng thức trên ta được

$$a\sqrt[3]{b^2 + c^2} + b\sqrt[3]{c^2 + a^2} + c\sqrt[3]{a^2 + b^2} \leq \frac{4(a^2 + b^2 + c^2) + 4(a + b + c)}{6} \leq \frac{4 \cdot 12 + 4 \cdot 6}{6} = 12$$

Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $a = b = c = 2$

■

PHẦN RIÊNG (3,0 điểm)

Câu VI.a (2 điểm)

1. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho đường tròn $(C) : x^2 + y^2 - 2x + 4y + 2 = 0$. Viết phương trình đường tròn (C') tâm $I(5; 1)$ biết (C') cắt (C) tại các điểm A, B sao cho $AB = \sqrt{3}$

Lời giải : Phương trình đường tròn $(C) : x^2 + y^2 - 2x + 4y + 2 = 0$ có tâm $J(1; -2)$, bán kính $R = \sqrt{3}$.

Đường tròn (C') tâm $I(5; 1)$ cắt đường tròn (C) tại A, B nên $AB \perp IJ$ tại trung điểm H của đoạn AB . Do đó : $AH = BH = \frac{AB}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2}$. Mặt khác ta nhận thấy tồn tại hai vị trí của AB và chúng đối xứng nhau qua tâm J . Gọi $A'B'$ là vị trí thứ hai của AB và H' là trung điểm của $A'B'$. Ta có :

$$JH' = JH = \sqrt{JA^2 - AH^2} = \sqrt{3 - \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2} = \frac{3}{2}$$

$$JI = \sqrt{(5-1)^2 + (1+2)^2} = 5$$

$$IH = JI - HJ = 5 - \frac{3}{2} = \frac{7}{2}$$

$$IH' = JI + H'J = 5 + \frac{3}{2} = \frac{13}{2}$$

Do đó :

$$R_1^2 = IA^2 = AH^2 + IH^2 = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 + \left(\frac{7}{2}\right)^2 = 13$$

$$R_2^2 = IA'^2 = A'H'^2 + IH'^2 = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 + \left(\frac{13}{2}\right)^2 = 43$$

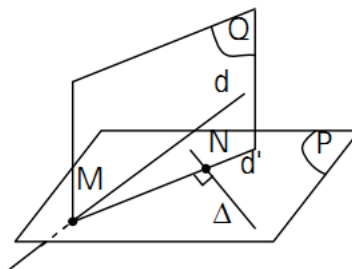
Vậy có hai đường tròn (C') thỏa mãn bài toán là :

$$(C_1') : (x-5)^2 + (y-1)^2 = 13; \quad (C_2') : (x-5)^2 + (y-1)^2 = 43$$

■

2. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d : \frac{x-3}{2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z+1}{-1}$ và mặt phẳng $(P) : x + y + z + 2 = 0$. Gọi M là giao điểm của d và (P) . Viết phương trình đường thẳng Δ nằm trong (P) sao cho Δ vuông góc với d và khoảng cách từ M đến Δ bằng $\sqrt{42}$.

Lời giải :



★ Tìm giao điểm M :

Phương trình tham số của d : $\begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = -2 + t \\ z = -1 - t \end{cases}$ có vectơ chỉ phương $\vec{u} = (2; 1; -1)$

Thế vào phương trình $mp(P) : (3 + 2t) + (-2 + t) + (-1 + t) + 2 = 0 \Rightarrow t = -1 \Rightarrow M(1; -3; 0)$

★ Viết phương trình đường thẳng Δ

Mặt phẳng (Q) chứa d và vuông góc với (P) có vectơ pháp tuyến $\vec{n}_Q = [\vec{u}, \vec{n}_P] = (2; -3; 1)$. Suy ra phương trình mặt phẳng (Q) là

$$2(x - 1) - 3(y + 3) + 1(z - 0) = 0 \text{ hay } 2x - 3y + z - 11 = 0$$

Phương trình đường thẳng (d') hình chiếu của d lên (P) là :

$$d' : \begin{cases} x + y + z + 2 = 0 \\ 2x - 3y + z - 11 = 0 \end{cases} \text{ có vectơ chỉ phương } \vec{u}_{d'} = (4; 1; -5)$$

Suy ra phương trình tham số của d' : $\begin{cases} x = 1 + 4t \\ y = -3 + t \\ z = -5t \end{cases}$

Trên (d') tìm điểm N sao cho $MN = \sqrt{42}$. Vì $N \in d' \Rightarrow N(1 + 4t; -3 + t; -5t)$
Khi đó :

$$MN = \sqrt{(4t)^2 + t^2 + (-5t)^2} = \sqrt{42t^2} = \sqrt{42} \Rightarrow t^2 = 1 \Leftrightarrow t = \pm 1$$

+ Với $t = 1$ suy ra $N_1(5; -2; -5)$

Đường thẳng Δ_1 qua N_1 nằm trong (P) , vuông góc với (d') có vectơ chỉ phương

$$\vec{u}_{\Delta_1} = [\vec{n}_P, \vec{u}_{d'}] = (-6; 9; -3) = -3(2; -3; 1)$$

Vậy phương trình $\Delta_1 : \frac{x-5}{2} = \frac{y+2}{-3} = \frac{z+5}{1}$

+ Với $t = -1$ suy ra $N_2(-3; -4; 5)$

Đường thẳng Δ_2 qua N_2 nằm trong (P) , vuông góc với (d') có vectơ chỉ phương $\vec{u}_{\Delta_2} = [\vec{n}_P, \vec{u}_{d'}] = -3(2; -3; 1)$ Vậy phương trình $\Delta_2 : \frac{x+3}{2} = \frac{y+4}{-3} = \frac{z-5}{1}$

Kết luận : Có hai đường thẳng Δ thỏa mãn bài toán :

$$\Delta_1 : \frac{x-5}{2} = \frac{y+2}{-3} = \frac{z+5}{1}; \Delta_2 : \frac{x+3}{2} = \frac{y+4}{-3} = \frac{z-5}{1}$$

■

Câu VII.a (1 điểm) Chứng minh rằng nếu các số phức z_1, z_2 thỏa $|z_1 + z_2| = |z_1| \sqrt{2}$ thì $|z_1 - z_2| = |z_1| \sqrt{2}$

Lời giải : Ta có :

$$|z|^2 = z\bar{z}; \quad \overline{z_1 + z_2} = \bar{z}_1 + \bar{z}_2; \quad \overline{z_1 - z_2} = \bar{z}_1 - \bar{z}_2$$

Khi đó :

$$\begin{aligned}
 |z_1 + z_2| &= |z_1| \sqrt{2} \\
 \Leftrightarrow |z_1 + z_2|^2 &= 2|z_1|^2 \\
 \Leftrightarrow (z_1 + z_2)(\overline{z_1 + z_2}) &= 2z_1\overline{z_1} \\
 \Leftrightarrow (z_1 + z_2)(\overline{z_1} + \overline{z_2}) &= 2z_1\overline{z_1} \\
 \Leftrightarrow z_1\overline{z_1} + z_1\overline{z_2} + z_2\overline{z_1} + z_2\overline{z_2} &= 2z_1\overline{z_1} \\
 \Leftrightarrow z_1\overline{z_2} + z_2\overline{z_1} + z_2\overline{z_2} &= z_1\overline{z_1} \quad (1)
 \end{aligned}$$

Và

$$\begin{aligned}
 |z_1 - z_2| &= |z_2| \sqrt{2} \\
 \Leftrightarrow |z_1 - z_2|^2 &= 2|z_2|^2 \\
 \Leftrightarrow (z_1 - z_2)(\overline{z_1 - z_2}) &= 2z_2\overline{z_2} \\
 \Leftrightarrow (z_1 - z_2)(\overline{z_1} - \overline{z_2}) &= 2z_2\overline{z_2} \\
 \Leftrightarrow z_1\overline{z_1} - z_1\overline{z_2} - z_2\overline{z_1} + z_2\overline{z_2} &= 2z_2\overline{z_2} \\
 \Leftrightarrow z_1\overline{z_1} &= z_1\overline{z_2} + z_2\overline{z_1} + z_2\overline{z_2} \quad (2)
 \end{aligned}$$

Từ (1) và (2) suy ra :

$$|z_1 + z_2| = |z_1| \sqrt{2} \quad \text{thì} \quad |z_1 - z_2| = |z_2| \sqrt{2} \quad (\text{đpcm})$$

■

Câu VI.b (2 điểm)

1. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có đỉnh $A(0; 4)$, trọng tâm $G\left(\frac{4}{3}; \frac{2}{3}\right)$ và trực tâm trùng với gốc tọa độ. Tìm tọa độ các đỉnh B, C và diện tích tam giác ABC biết $x_B < x_C$

Lời giải : Gọi I là trung điểm của BC , ta có : $\overrightarrow{AI} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AG} \Rightarrow \begin{cases} x_I - 0 = \frac{3}{2}\left(\frac{4}{3} - 0\right) \\ y_I - 4 = \frac{3}{2}\left(\frac{2}{3} - 4\right) \end{cases}$

Suy ra

$$\begin{cases} x_I = 2 \\ y_I = -1 \end{cases} \Rightarrow I(2; -1)$$

BC qua I và có vectơ pháp tuyến là $\overrightarrow{OA} = (0; 4) = 4(0; 1)$. Do đó phương trình đường thẳng BC : $y = -1$.

Gọi $B(b; -1)$, vì I là trung điểm của BC nên $C(4 - b; -1)$.

Ta có : $\overrightarrow{OB} = (b; -1)$; $\overrightarrow{AC} = (4 - b; -5)$

Khi đó : $\overrightarrow{OB} \cdot \overrightarrow{AC} = 0 \Leftrightarrow 4b - b^2 + 5 = 0 \Leftrightarrow b = -1$ hay $b = 5$

★ Với $b = -1$ suy ra $B(-1; -1)$ và $C(5; -1)$ (nhận)

★ Với $b = 5$ suy ra $B(5; -1)$ và $C(-1; -1)$ (loại)

Suy ra : $\overrightarrow{BC} = (6; 0) \Rightarrow BC = 6; d(A; BC) = 5$. Vậy $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2}d(A; BC)BC = \frac{1}{2}.5.6 = 15$ (đvdt)

Kết luận :

- Tọa độ các đỉnh B, C lần lượt là $B(-1; -1)$ và $C(5; -1)$
- Diện tích tam giác ABC là $S_{\Delta ABC} = 15$ (đvdt)

■

2. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1 : \frac{x-3}{2} = \frac{y-3}{2} = \frac{z-3}{1}$
 d_2 là giao tuyến của hai mặt phẳng $(P) : 5x - 6y - 6z + 13 = 0$ và $(Q) : x - 6y + 6z - 7 = 0$.
 Gọi I là giao điểm của d_1 và d_2 . Tìm các điểm A, B lần lượt thuộc d_1, d_2 sao cho tam giác IAB cân tại I và có diện tích bằng $\frac{\sqrt{41}}{42}$.

Lời giải : Tọa độ giao điểm I là nghiệm của hệ phương trình :

$$\begin{cases} \frac{x-3}{2} = \frac{y-3}{2} = \frac{z-3}{1} \\ 5x - 6y - 6z + 13 = 0 \\ x - 6y + 6z - 7 = 0 \end{cases}$$

Giải hệ trên ta được : $I(1; 1; 2)$

Vectơ chỉ phương của d_1 là $\vec{u}_1 = (2; 2; 1)$

Ta có :

$$\vec{u}_2 = \left(\begin{vmatrix} -6 & -6 \\ -6 & 6 \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} -6 & 5 \\ -6 & 1 \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} 5 & -6 \\ 1 & -6 \end{vmatrix} \right) = (-72; -36; -24) = -12(6; 3; 2)$$

Suy ra vectơ chỉ phương của d_2 là $\vec{u}_2 = (6; 3; 2)$

Gọi α là góc giữa d_1 và d_2 , ta có :

$$\cos \alpha = \frac{|\vec{u}_1 \cdot \vec{u}_2|}{|\vec{u}_1| |\vec{u}_2|} = \frac{20}{21} \Rightarrow \sin \alpha = \frac{\sqrt{41}}{21}$$

Ta có :

$$S_{\Delta IAB} = \frac{1}{2}IA^2 \sin \alpha = \frac{\sqrt{41}}{42} \Rightarrow \frac{\sqrt{41}}{42}IA^2 = \frac{\sqrt{41}}{42} \Leftrightarrow IA = IB = 1$$

Vì $A \in d_1$ nên tọa độ của $A(1+2t; 1+2t; 2+t) \Rightarrow IA = \sqrt{(2t)^2 + (2t)^2 + t^2} = 3|t| = 1 \Leftrightarrow t = \pm \frac{1}{3}$

Suy ra : $A\left(\frac{5}{3}; \frac{5}{3}; \frac{7}{3}\right)$ hoặc $A\left(\frac{1}{3}; \frac{1}{3}; \frac{5}{3}\right)$

Vì $B \in d_2$ nên tọa độ của $B(1 + 6k; 1 + 3k; 2 + 2k) \Rightarrow IB = \sqrt{(6k)^2 + (3k)^2 + (2k)^2} = 7|k| = 1 \Leftrightarrow k = \pm \frac{1}{7}$

Suy ra : $B\left(\frac{13}{7}; \frac{10}{7}; \frac{16}{7}\right)$ hoặc $B\left(\frac{1}{7}; \frac{4}{7}; \frac{12}{7}\right)$

Kết luận : Các điểm A, B cần tìm là :

$$\begin{array}{cc} A\left(\frac{5}{3}; \frac{5}{3}; \frac{7}{3}\right) & \text{hoặc} & A\left(\frac{1}{3}; \frac{1}{3}; \frac{5}{3}\right) \\ B\left(\frac{13}{7}; \frac{10}{7}; \frac{16}{7}\right) & \text{hoặc} & B\left(\frac{1}{7}; \frac{4}{7}; \frac{12}{7}\right) \end{array}$$

■

Câu VII.b (1 điểm) Đội tuyển học sinh giỏi của một trường gồm 18 em, trong đó có 7 học sinh khối 12, 6 học sinh khối 11 và 5 học sinh khối 10. Hỏi có bao nhiêu cách cử 8 học sinh đi dự trại hè sao cho mỗi khối có ít nhất một em được chọn.

Lời giải : Tổng số cách chọn 8 học sinh từ 18 em của đội tuyển là : $C_{18}^8 = 43758$

Tổng số cách trên được phân thành 2 bộ phận rời nhau :

Bộ phận I : gồm các cách chọn từ đội tuyển ra 8 em sao cho mỗi khối có ít nhất một em được chọn.

Bộ phận II : gồm các cách chọn từ đội tuyển ra 8 em chỉ gồm hai khối.

Bộ phận II có thể phân tích thành 3 loại :

- 8 em được chọn từ khối 12 hoặc khối 11, có C_{13}^8 cách chọn.
- 8 em được chọn từ khối 12 hoặc khối 10, có C_{12}^8 cách chọn.
- 8 em được chọn từ khối 11 hoặc khối 10, có C_{11}^8 cách chọn.

Do đó số cách phải tìm là : $C_{18}^8 - (C_{13}^8 + C_{12}^8 + C_{11}^8) = 43758 - 1947 = 41811$ (cách)

■