Tên: Trương Thị Bích Ngân
Trường: THPT Trần Văn Thành - Châu Phú - An Giang
Lớp: 12A9

THAM GIA ĐỀ THI THỬ SỐ 6 - yct94

PHẦN CHUNG:

Câu I:

1. • $y = x^3 - 3x^2 + 2$, $D = \mathbb{R}$

• $y' = 3x^2 - 6x$, $y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 6x = 0 \Leftrightarrow x = 0,\ x = 2$

• $\lim\limits_{x \to +\infty} y = +\infty$, $\lim\limits_{x \to -\infty} y = -\infty$

• Bảng biến thiên:

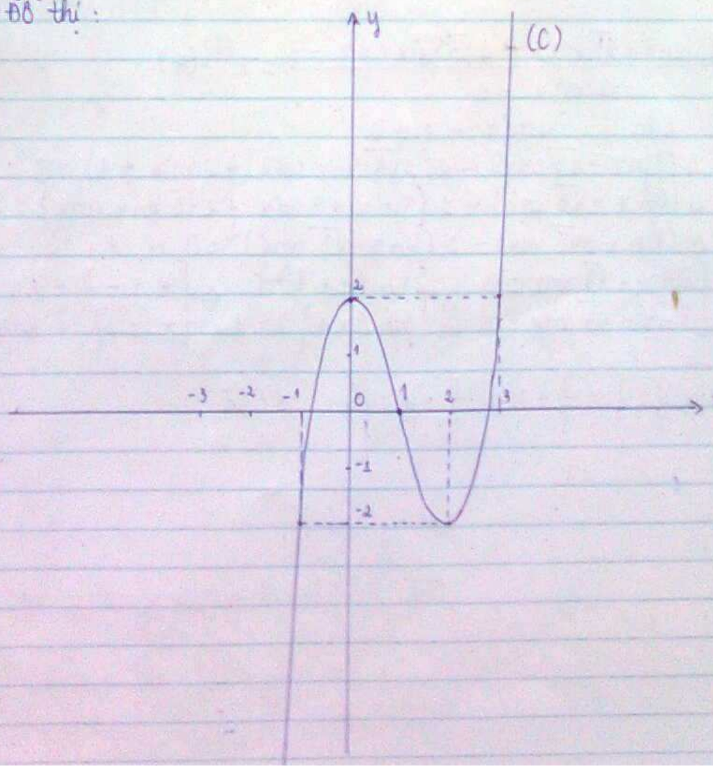
x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

• Vậy hàm số đã cho đồng biến trên $(-\infty; 0)$; $(2; +\infty)$ và nghịch biến trên $(0; 2)$

2. • $y'' = 6x - 6 = 0 \Leftrightarrow x = 1 \Rightarrow y = 0$, Gọi $U = (1; 0)$ là điểm uốn.

x	-1	0	1	2	3
y	-2	2	0	-2	2

• Đồ thị:



2. Gọi $A(a; a^3-3a^2+2) \in (C)$

$B(2; -4)$

$\Rightarrow BA^2 = (a-2)^2 + (a^3-3a^2+6)^2$

Xét $g(a) = a^3 - 3a^2 + 6,\ a \in \mathbb{R}$

$g'(a) = 3a^2 - 6a = 0 \Leftrightarrow a = 0, a = 2$

a	$-\infty$		0		2		$+\infty$
g'		$+$	0	$-$	0	$+$	
g	$-\infty$	$\nearrow$	6	$\searrow$	2	$\nearrow$	$+\infty$

Dựa vào bảng

- $a \leq 0 \Rightarrow g^2(a) \geq 36$
- $a \geq 2 \Rightarrow g^2(a) \geq 4$
- $0 \leq a \leq 2 \Rightarrow 4 \leq g^2(a) < 36$

Ta lại có

- $a \leq 0 \Rightarrow (a-2)^2 \geq 4$
- $a \geq 2 \Rightarrow (a-2)^2 \geq 0$
- $0 < a < 2 \Rightarrow 4 < (a-2)^2 < 0$

Với $a \leq 0$, $AB^2 \geq 36 + 4 = 40$

$a \geq 2$, $AB^2 \geq 4 + 0 = 4$

$0 < a < 2$, $AB^2 > 4 + 0 = 4$

Vậy $AB^2 \geq 4$. Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $a = 2$

Hay tọa độ điểm $A(2; -2)$ và giá trị nhỏ nhất của $AB = 2$

Câu II:

1. $$\frac{4(\sin x + \sqrt{3}\cos x) - 4\sqrt{3}\sin x\cos x - 3}{4\cos^2 x - 1} = 1 \quad (*)$$

Điều kiện: $4\cos^2 x - 1 \neq 0$

$(*) \Leftrightarrow 4(\sin x + \sqrt{3}\cos x) - 2(2\sqrt{3}\sin x.\cos x + 2\cos^2 x + 1) = 0$

$\Leftrightarrow 4(\sin x + \sqrt{3}\cos x) - 2(\sin^2 x + 3\cos^2 x + 2\sqrt{3}\sin x.\cos x) = 0$

$\Leftrightarrow 4(\sin x + \sqrt{3}\cos x) - 2(\sin x + \sqrt{3}\cos x)^2 = 0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \sin x + \sqrt{3}\cos x = 0 \\ \sin x + \sqrt{3}\cos x = 2 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \sin(x + \frac{\pi}{3}) = 0 \\ \sin(x + \frac{\pi}{3}) = 1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -\frac{\pi}{3} + k\pi \text{ (nhận)} \\ x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \text{ (nhận)} \end{array}\right., k \in \mathbb{Z}$

Vậy $S = \left\{-\frac{\pi}{3} + k\pi; \frac{\pi}{6} + k2\pi\right\}$, $k \in \mathbb{Z}$

2. $\sqrt{6}(x^2-3x+1)+\sqrt{x^4+x^2+1} \leq 0$ (*)

Điều kiện: • $x^2-3x+1 \leq 0 \Leftrightarrow \frac{3-\sqrt{5}}{2} \leq x \leq \frac{3+\sqrt{5}}{2}$

(*) $\Leftrightarrow \sqrt{x^4+x^2+1} \leq \sqrt{6}(-x^2+3x-1)$

$\Leftrightarrow x^4+x^2+1 \leq 6(-x^2+3x-1)^2$

$\Leftrightarrow 5x^4-36x^3+65x^2-36x+5 \leq 0$ ($x=0$ không là nghiệm phương trình)

$\Leftrightarrow 5\left(x^2+\frac{1}{x^2}\right)-36\left(x+\frac{1}{x}\right)+65 \leq 0$

$\Leftrightarrow 5\left(x+\frac{1}{x}\right)^2-36\left(x+\frac{1}{x}\right)+55 \leq 0$

$\Leftrightarrow \frac{11}{5} \leq x+\frac{1}{x} \leq 5.$

$\Leftrightarrow x \in \left[\frac{5-\sqrt{21}}{2}; \frac{11-\sqrt{21}}{10}\right] \cup \left[\frac{11+\sqrt{21}}{10}; \frac{5+\sqrt{21}}{2}\right]$

So với điều kiện $\frac{3-\sqrt{5}}{2} \leq x \leq \frac{3+\sqrt{5}}{2}$, Suy ra

$x \in \left[\frac{3-\sqrt{5}}{2}; \frac{11-\sqrt{21}}{10}\right] \cup \left[\frac{11+\sqrt{21}}{10}; \frac{3+\sqrt{5}}{2}\right]$

Vậy $x \in \left[\frac{3-\sqrt{5}}{2}; \frac{11-\sqrt{21}}{10}\right] \cup \left[\frac{11+\sqrt{21}}{10}; \frac{3+\sqrt{5}}{2}\right]$

B = 2

Câu III. Tính:

$$I = \int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{2+\sin x}{1+\cos x}dx = \int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{2}{1+\cos x}dx + \int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x}{1+\cos x}dx$$

Xét $I_1 = \int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x\,dx}{1+\cos x} = -\int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{1+\cos x}d(\cos x) = -\ln|1+\cos x|\Big|_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}} = \ln\frac{3}{2}$

Xét $I_2 = \int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{2}{1+\cos x}dx$, Đặt $t = \tan\frac{x}{2} \Rightarrow dt = \frac{1}{2}\left(\tan^2\frac{x}{2}+1\right)dx$

$\Rightarrow \frac{2}{t^2+1}dt = dx$, $\cos x = \frac{1-t^2}{1+t^2}$

(nhận)

(nhận) , k∈Z

Đổi cận:

x	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{3}$
t	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$

$$I_2 = \int_{\frac{\sqrt{3}}{3}}^{1} \frac{4\,dt}{(t^2+1)\left(1+\frac{1-t^2}{1+t^2}\right)} = \int_{\frac{\sqrt{3}}{3}}^{1} \frac{4\,dt}{(1+t^2)\frac{(1+t^2+1-t^2)}{1+t^2}} = 2\int_{\frac{\sqrt{3}}{3}}^{1} dt = 2t\Big|_{\frac{\sqrt{3}}{3}}^{1} = 2\left(1-\frac{\sqrt{3}}{3}\right)$$

$\Rightarrow I = I_1 + I_2 = \ln\frac{3}{2} + 2\left(1-\frac{\sqrt{3}}{3}\right)$

Vậy $I = \ln\frac{3}{2} + 2\left(1-\frac{\sqrt{3}}{3}\right)$

PHẦN TỰ CHỌN:

Câu VIa. 1. $\overrightarrow{AB} = (5; -10)$, $\overrightarrow{AC} = (-3; -6)$, $\overrightarrow{BC}(-8; 4)$

phương trình đường thẳng:

(AB): $2x + y - 5 = 0$

(AC): $2x - y + 9 = 0$

(BC): $x + 2y + 2 = 0$

Phân giác của AB, BC có dạng: $\dfrac{|2x + y - 5|}{\sqrt{5}} = \dfrac{|x + 2y + 2|}{\sqrt{5}}$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 3x + 3y = 3 \\ x - y = 7 \end{array}\right.$, thử lại ta có: $3x + 3y = 3$ là phân giác trong của AB, BC

Tương tự phân giác trong của AC và BC là: $x - 3y = -7$

Gọi (C) là đường tròn nội tiếp tam giác ABC, tâm I và bán kính r.

Tọa độ I là nghiệm của hệ: $\begin{cases} 3x + 3y = 3 \\ x - 3y = -7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = 2 \end{cases} \Rightarrow I(-1; 2)$

Ta lại có: $r = d_{(I,(AB))} = \dfrac{|-2 + 2 - 5|}{\sqrt{5}} = \sqrt{5}$

Vậy phương trình đường tròn (C): $(x+1)^2 + (y-2)^2 = 5$.

2. (d): $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = -1 - 3t \\ z = -t \end{cases}$ có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{u_1} = (1; -3; -1)$

(Δ): $\begin{cases} x = -s \\ y = 2 + 3s \\ z = -3 + 2s \end{cases}$ có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{u_2} = (-1; 3; 2)$

(P) có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (2; 1; 3)$

Gọi A là giao điểm của (d) và (P), $A(2+t; -1-3t; -t)$

thay tọa độ A vào phương trình mặt phẳng (P) trở thành:

$2(2+t) + (-1-3t) + 3(-t) - 1 = 0$

$\Leftrightarrow t = 1 \Rightarrow A(3; -4; -1)$

Gọi $\overrightarrow{n_1}$ là vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (Q) chứa (d) và song song với (Δ)

$\Rightarrow \overrightarrow{n_1} = [\overrightarrow{u_1}, \overrightarrow{u_2}] = (-3; -1; 0)$

Gọi $\vec{u}$ là vectơ chỉ phương hình chiếu (d') của (d) lên (P) theo (Δ)

$\Rightarrow \vec{u} = [\overrightarrow{n_1}, \vec{n}] = (-3; 9; -1)$

- (d') qua $A(3; -4; -1)$
- (d') có vectơ chỉ phương $\vec{u} = (-3; 9; -1)$
- (d') có phương trình: $\begin{cases} x = 3 - 3k \\ y = -4 + 9k \\ z = -1 - k \end{cases}$ hay $\dfrac{x-3}{-3} = \dfrac{y+4}{9} = \dfrac{z+1}{-1}$

Vậy phương trình đường thẳng cần tìm: $\dfrac{x-3}{-3} = \dfrac{y+4}{9} = \dfrac{z+1}{-1}$

Câu VIIa: Đặt $Z = (2-z)(i+\bar{z})$

Gọi $z = x + yi$, $x, y \in \mathbb{R}$, z được biểu diễn bởi điểm $M(x;y)$ trên toạ độ Oxy. Thay vào Z trở thành:

$$Z = [(2-x) - yi][x + (1-y)i]$$

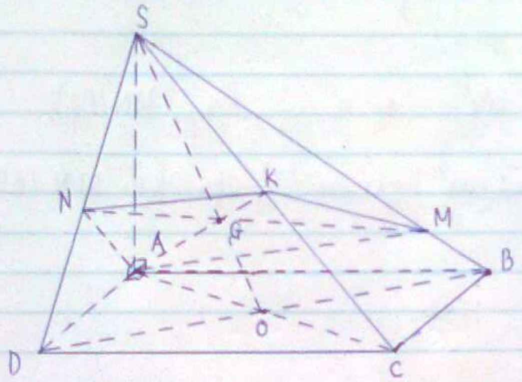
$$= x(2-x) + y(1-y) + [(2-x)(1-y) - xy]i$$

giả thiết $\Leftrightarrow (2-x)x + y(1-y) = 0$

$\Leftrightarrow x^2 + y^2 - 2x - y = 0$

Vậy tập hợp các điểm biểu diễn cho số phức z có phương trình: $x^2 + y^2 - 2x - y = 0$ là đường tròn tâm $I(1;\frac{1}{2})$, bán kính $R = \frac{\sqrt{5}}{2}$

Câu IV:



Gọi $O = AC \cap BD$

Đặt $\vec{SA} = \vec{x}$, $\vec{SB} = \vec{y}$, $\vec{SC} = \vec{z}$; $\frac{SB}{SM} = m$, $\frac{SD}{SN} = n \Rightarrow \vec{SM} = \frac{\vec{SB}}{m} = \frac{\vec{y}}{m}$; $\vec{SN} = \frac{\vec{SC}}{n} = \frac{\vec{z}}{n}$

Ta có: $\vec{SK} = \frac{1}{2}\vec{SC} = \frac{1}{2}(\vec{SB} + \vec{BC}) = \frac{1}{2}(\vec{SB} + \vec{AD}) = \frac{1}{2}(\vec{SB} + \vec{SD} - \vec{SA})$

$= \frac{1}{2}(\vec{y} + \vec{z} - \vec{x})$ (1)

Theo giả thiết; M, N, K, A đồng phẳng nên tồn tại: α, β, γ sao cho $\alpha + \beta + \gamma = 1$ và $\vec{SK} = \alpha\vec{SA} + \beta\vec{SM} + \gamma\vec{SN}$ (2)

$= \alpha\vec{x} + \beta\frac{\vec{y}}{m} + \gamma\frac{\vec{z}}{n}$

Từ (1) và (2)

$\Rightarrow -\frac{1}{2}\vec{x} + \frac{1}{2}\vec{y} + \frac{1}{2}\vec{z} = \alpha\vec{x} + \beta\frac{\vec{y}}{m} + \gamma\frac{\vec{z}}{n}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} \alpha = -\frac{1}{2} \\ \beta = \frac{1}{2}m \\ \gamma = \frac{1}{2}n \end{cases}$ Vì $\alpha + \beta + \gamma = 1 \Rightarrow m + n = 3$

Ta có: ~~$V_{SANKM} = V_{S.ANK} + V_{S.AMK}$~~ =

$\Leftrightarrow \cancel{V_{S.ANKM} = \frac{1}{2mn} V_{S.ABCD} = \frac{abc}{6mn} \geq \frac{abc}{6\left(\frac{m+n}{2}\right)^2} = \frac{abc}{\frac{6}{4}(3)^2} = \frac{2abc}{27}}$

Ta có: $V_{S.ABC} = V_{S.ACD} = V$

$$V_{S.ANK} = \frac{SN}{SD} \cdot \frac{SK}{SC} V = \frac{1}{2n} V$$

$$V_{S.AMK} = \frac{SM}{SD} \cdot \frac{SK}{SC} \cdot V = \frac{1}{2m} V$$

$$\Rightarrow V_{S.ANKM} = V_{S.ANK} + V_{S.AMK} = \left(\frac{1}{2n} + \frac{1}{2m}\right) V = \frac{3}{2mn} V$$

$$V_{S.ANKM} \leq \frac{3}{2\left(\frac{m+n}{2}\right)^2} V = \frac{6}{9} V = \frac{2}{3} V = \frac{2}{9} abc$$

Dấu "=" xảy ra khi: $m = n = \frac{3}{2}$, hay $MN \parallel BD$

Vậy giá trị lớn nhất của $V_{S.ANKM} = \frac{2}{9} abc$, khi $MN \parallel BD$