

VMF - ĐỀ THI THỬ SỐ 7 - MÔN TOÁN

Ngày 12 tháng 5 năm 2012

(Thời gian làm bài 180 phút không kể thời gian giao đề)

PHẦN CHUNG: (Dành cho tất cả các thí sinh) (7 điểm)**Câu I (2 điểm)**Cho hàm số $y = x^4 - 2mx^2 + 1$ (C)

1. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số (C) khi $m = -1$
2. Tìm các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số (C) có ba điểm cực trị và đường tròn đi qua ba điểm này có bán kính bằng 1.

Câu II (2 điểm)1. Giải phương trình trên nửa khoảng $\left(\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{2}\right]$: $(\sin x + \cos x)^{\sin^2 x} + (2 \sin x - 2 \cos x)^{\sin^2 x} = 3$ 2. Tìm m để hệ bất phương trình sau có nghiệm:
$$\begin{cases} m(x-m)^2(x-2\sqrt{2})+1 \leq 0 \\ x > m > 0 \end{cases}$$
Câu III (1 điểm)Tính tích phân: $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} e^{-x} \left(2x + \frac{e^x}{1 + \tan^2 x} \right) dx$ **Câu IV (1 điểm)**

Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ với $A'.ABC$ là hình chóp tam giác đều nội tiếp trong một mặt cầu có bán kính R . Góc giữa mặt phẳng $(A'BC)$ và mặt phẳng (ABC) bằng 60° . Tính thể tích khối chóp $A'.BB'CC'$ theo R .

Câu V (1 điểm)Giả sử x, y là các số thực lần lượt thỏa mãn các phương trình:

$$x^2 + 2ax + 9 = 0 \text{ với } a \geq 3; \quad y^2 - 2by + 9 = 0 \text{ với } b \geq 3$$

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $Q = 3(x-y)^2 + \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{y}\right)^2$

PHẦN RIÊNG: (Thí sinh chỉ được chọn một trong hai phần: A hoặc B) (3 điểm)**A. Chương trình chuẩn:****Câu VI.a (2 điểm)**

1. Cho hình bình hành $ABCD$ có diện tích bằng 4. Biết $A(1;0)$, $B(0;2)$ và giao điểm I của hai đường chéo nằm trên đường thẳng $y = x$. Tìm tọa độ đỉnh C và D của hình bình hành $ABCD$.
2. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;5;0)$, $B(3;3;6)$ và đường thẳng $\Delta: \frac{x+1}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z}{2}$. Một điểm M thay đổi trên đường thẳng Δ . Xác định vị trí của điểm M để chu vi tam giác MAB đạt giá trị nhỏ nhất.

Câu VII.a (1 điểm)

Trong các số phức z thỏa mãn điều kiện $|z - 2 + 3i| = \frac{3}{2}$. Tìm số phức z có môđun nhỏ nhất.

B. Chương trình nâng cao:**Câu VI.b (2 điểm)**

1. Cho Elip $(E): \frac{x^2}{9} + y^2 = 1$. Tìm trên (E) cặp điểm sao cho bán kính qua tiêu của điểm này bằng 3 lần bán kính qua tiêu của điểm kia.
2. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $(d): \frac{x-2}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-1}{1}$ và hai mặt phẳng $(\alpha): x - 3y + 2 = 0$, $(\beta): 2x + 3z - 1 = 0$. Tính khoảng cách và góc giữa (d) và giao tuyến của hai mặt phẳng $(\alpha), (\beta)$.

Câu VII.b (1 điểm)

Chứng minh rằng:

$$\sqrt{\frac{7}{2}} \leq |1+z| + |1-z+z^2| \leq 3\sqrt{\frac{7}{6}}, \quad \forall z \in \mathbb{C}, |z|=1$$

Đề thi được biên soạn bởi : Hoàng Ngọc Thế, Nguyễn Sanh Thành đến từ VMF