

BÀI THI MÔN: TOÁN

Item của bài thi:
0

Chữ ký của
hai giám khảo
1
2

Số mặt mà do
chủ tịch ghi

LỜI DẶN THI SINH
không được ghi một dấu hiệu gì vào bài thi
phải ghi rõ số và chữ tờ giấy thi đã nộp về ở bên và
lược gói ghém

SỐ BÁO DANH
R. Quang - pđt
Số mặt mà
do chủ tịch ghi
Chữ ký của 2 giám thi
1
2

Ký thi: Thái PH
VMF
Khoa ngày thi: 14/02/2012
Hội đồng thi: BRT
VMF
Huyện (quận): Hà Nội
Họ và tên thí sinh: Phạm Hùng Vương
Ngày sinh:
Nơi sinh: Nghệ An
Học sinh trường: THPT
Khan Đăng Lữ
Môn thi: TOÁN

2/2 Bài làm

Câu 1: Hàm số $y = 2x^3 - 3(2m+1)x^2 + 6m(m+1)x + 1$
(với m là tham số).

a) Khi $m = 1$, hàm số trở thành:

$y = 2x^3 - 9x^2 + 12x + 1$ (c)

a) Tập xác định: $D = R$.

b) Sự biến thiên:

• Chiều biến thiên: $y' = 6x^2 - 18x + 12$ OK

$y' = 0 \Leftrightarrow x^2 - 3x + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 2 \end{cases}$ OK

Với x thuộc khoảng $(-\infty; 1)$ và $(2; +\infty)$, $y' > 0$
nên hàm số đồng biến.

Tên khoảng $(1; 2)$, $y' < 0$ nên hàm số nghịch biến.

• Giá trị:

Hàm số đạt cực đại tại $x = 1$, $y_{10} = 6$.

Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 2$, $y_{11} = 5$. OK

• Giới hạn:

$\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} x^3 \left(2 - \frac{9}{x} + \frac{12}{x^2} + \frac{1}{x^3} \right) = +\infty$ OK

• Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	1	2	$+\infty$	
y'	+	0	-	0	+
y		6	5		$+\infty$

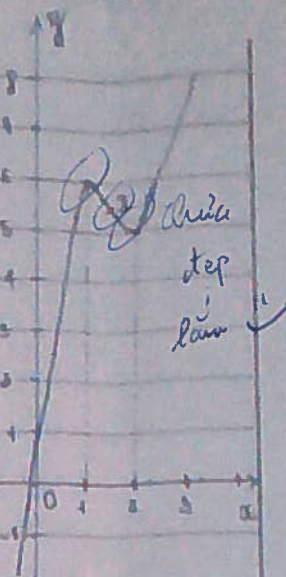
OK

c) Đồ thị đồ thị (c) và hàm số

$y = 2x^3 - 9x^2 + 10x + 1$ cắt trục tung tại điểm $A(0;1)$, đi qua điểm cực trị $(1;0)$ và $(2;5)$.

Nhận điểm $I(\frac{3}{2}; \frac{19}{2})$ làm tâm đối xứng.

OK



a) Ta có hàm số đã cho:

$$y = 2x^3 - 3(2m+1)x^2 + 6m/(m+1)x + 1$$

$$\Rightarrow y' = 6x^2 - 6(2m+1)x + 6m/(m+1)$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow x^2 - (2m+1)x + m/(m+1) = 0 \quad (*)$$

Hàm số đã cho có cực đại, cực tiểu $\Leftrightarrow$ phương trình (*) có hai nghiệm phân biệt

$$\Leftrightarrow \Delta' = (2m+1)^2 - 4m/(m+1) > 0 \Leftrightarrow 1 > 0 \text{ luôn đúng!}$$

$$\text{Khi đó: } y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = m \\ x_2 = m+1 \end{cases} \quad \text{OK}$$

Do $m < m+1 \Rightarrow x_1 < x_2$ nên x_1 là vị trí y đạt cực đại tại $x = x_1 = m$. Khi đó

$$\text{Giá trị} \Leftrightarrow y(m) > 1$$

$$\Leftrightarrow 2m^3 - 3(2m+1)m^2 + 6m^2/(m+1) + 1 > 1$$

$$\Leftrightarrow 2m^3 + 8m^2 > 0 \Leftrightarrow m^2(2m+8) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ m > -4 \end{cases}$$

Kết luận: $0 \neq m > -4$ hoặc mẫu hai phân. OK

Câu I: 1/ Giải phương trình: 2/2

$$2\cos\left(3x + \frac{\pi}{3}\right) = \cos x + 2\sin x$$

$$\Leftrightarrow \cos 3x - \sqrt{3} \sin 3x = \cos x + 2\sin x$$

$$\Leftrightarrow (\cos 3x - \cos x) = 2\sin x + \sqrt{3} \sin x (2 - 4\sin^2 x) \quad \text{OK}$$

$$\Leftrightarrow -2\sin x \sin 2x = 2\sin x + \sqrt{3} \sin x (1 + 2\cos 2x) \quad \text{OK}$$

$$\Leftrightarrow \sin x (2 + \sqrt{3} + 2\sqrt{3} \cos 2x + 2\sin 2x) = 0 \quad \text{OK}$$

$$\Leftrightarrow \sin x \left[\frac{\sqrt{3}}{2} \cos 2x + \frac{1}{2} \sin 2x + \frac{2 + \sqrt{3}}{4} \right] = 0 \quad \text{OK}$$

$$\Leftrightarrow \sin x \left[\cos\left(2x - \frac{\pi}{6}\right) + \frac{2 + \sqrt{3}}{4} \right] = 0 \quad \text{OK}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = 0 \\ \cos\left(3x - \frac{\pi}{6}\right) = -\frac{2+\sqrt{3}}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = k\pi \text{ OK} \\ 3x - \frac{\pi}{6} = \pm \arccos\left(-\frac{2+\sqrt{3}}{4}\right) + k\pi \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = k\pi \\ x = \frac{\pi}{12} \pm \frac{1}{2} \arccos\left(-\frac{2+\sqrt{3}}{4}\right) + k\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}) \quad \text{OK}$$

Vậy phương trình đã cho có vô nghiệm là:

$$x = k\pi \text{ và } x = \frac{\pi}{12} \pm \frac{1}{2} \arccos\left(-\frac{2+\sqrt{3}}{4}\right) + k\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$$

2) Giải phương trình: $x^3 - 1 = \sqrt{x}(-3x^2 + 5x - 3)$. (2)
Điều kiện xác định: $x \geq 0$.

Đặt $a = x - 1 \Rightarrow a + 1 = x$

$$(2) \Leftrightarrow (a+1)^3 - 1 = \sqrt{a+1}[-3(a+1)^2 + 5(a+1) - 3] \quad \text{OK}$$

$$\Leftrightarrow a^3 + 3a(a+1) = \sqrt{a+1}(-3a^2 + 5a - 3) \quad \text{OK}$$

$$\Leftrightarrow a^3 + 3a^2 + 3a + 3a\sqrt{a+1} + a\sqrt{a+1} - 3\sqrt{a+1} = 0 \quad \text{OK}$$

$$\Leftrightarrow (a + \sqrt{a+1})^3 = 0 \Leftrightarrow a + \sqrt{a+1} = 0 \quad \text{OK}$$

Ta có: $x - 1 + \sqrt{x} = 0 \quad \text{OK}$

$$\Leftrightarrow \left(\sqrt{x} + \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{5}{4} \Leftrightarrow \sqrt{x} = \frac{\sqrt{5}-1}{2} \Leftrightarrow x = \frac{3-\sqrt{5}}{2} \quad (\text{vì } x \geq 0) \quad \text{OK}$$

Vậy phương trình đã cho có nghiệm duy nhất $x = \frac{3-\sqrt{5}}{2}$.

Câu III: Tính tích phân $I = \int_0^{\ln 3} \sqrt{\frac{e^x}{\sqrt{e^x} + 1}} dx \quad 1/1$

Đặt $t = \sqrt{e^x} \Rightarrow t^2 = e^x \Rightarrow 2t dt = e^x dx = t^2 dx$

$$\Rightarrow dx = \frac{2t dt}{t} \quad \text{Đổi cận: } \begin{array}{c|c} x & \ln 3 \\ \hline t & 3 \end{array}$$

Ta có: $I = \int_1^3 \frac{1}{\sqrt{t+1}} \cdot \frac{2t dt}{t} = \int_1^3 \frac{2 dt}{\sqrt{t+1}}$

$$= 4\sqrt{t+1} \Big|_1^3 = 8 - 4\sqrt{2}. \quad \text{OK}$$

Câu VI: Cho $x, y, z > 0$ thỏa mãn $xyz = 1$ chứng minh

$$\frac{1}{(1+x)^3} + \frac{1}{(1+y)^3} + \frac{1}{(1+z)^3} \geq \frac{3}{8}$$

hoặc bất, ta chứng minh bất đẳng thức với

Đánh giá: $\frac{1}{(1+x)^3} \geq \frac{3}{x^3 + x\sqrt{x} + 1}$ với $\forall x > 0$.

$$\Leftrightarrow 5x^3 - 9x^2 + 9x\sqrt{x} - 9x + 5 \geq 0$$

$$\Rightarrow (\sqrt{x}-1)^2 (5x^2 + 10x\sqrt{x} + 6x + 10\sqrt{x} + 5) \geq 0$$

luôn đúng với $\forall x \geq 0$.

Tương tự $\frac{8}{(1+y)^3} \geq \frac{3}{y^3+y\sqrt{y}+1} ; \frac{8}{(1+z)^3} \geq \frac{3}{z^3+z\sqrt{z}+1}$

$$\Rightarrow \frac{1}{(1+x)^3} + \frac{1}{(1+y)^3} + \frac{1}{(1+z)^3} \geq \frac{3}{8} \left(\frac{1}{x^3+x\sqrt{x}+1} + \frac{1}{y^3+y\sqrt{y}+1} + \frac{1}{z^3+z\sqrt{z}+1} \right)$$

Em có chắc có thể làm bài này không đây chỉ là đề thôi!!!

Đặt như em thì

7/8 đề

phần này

hết vào

😊

Mặt khác, lại do $xyz = 1$ nên có thể đặt:

$$x\sqrt{x} = \frac{bc}{a^2} ; y\sqrt{y} = \frac{ca}{b^2} ; z\sqrt{z} = \frac{ab}{c^2} \quad (a, b, c > 0)$$

thì đó, ta cần chứng minh bất đẳng thức:

$$\frac{3}{8} \left(\frac{a^4}{a^4+b^2c^2+a^2bc} + \frac{b^4}{b^4+c^2a^2+b^2ca} + \frac{c^4}{c^4+a^2b^2+c^2ab} \right) \geq \frac{3}{8}$$

Áp dụng bất đẳng thức Cauchy-Schwarz, ta có:

$$\frac{a^4}{a^4+b^2c^2+a^2bc} + \frac{b^4}{b^4+c^2a^2+b^2ca} + \frac{c^4}{c^4+a^2b^2+c^2ab} \geq \frac{(a^2+b^2+c^2)^2}{(a^2+b^2+c^2)^2 + abc(a+b+c) - (a^2b^2+b^2c^2+c^2a^2)} \geq 1$$

$$\Rightarrow a^2b^2+b^2c^2+c^2a^2 \geq abc(a+b+c) \quad \text{với } \forall a, b, c > 0$$

$$(\text{do } a^2(b-c)^2 + b^2(c-a)^2 + c^2(a-b)^2 \geq 0)$$

Vậy, từ đó ta có bất đẳng thức cần chứng minh.

Bất đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $x = y = z = 1$.

1/1

Câu 11: Cho $\triangle SBC$ và $\triangle ABC$ đều nên gọi

H là trung điểm của BC $\Rightarrow$ ta có:

$$AH \perp BC \text{ và } SH \perp BC \Rightarrow BC \perp \text{mp} (ASH).$$

Từ giả thiết: $|\cos \widehat{AMS}| = \cos 60^\circ$.

TH1: nếu $\widehat{AMS} < 90^\circ \Rightarrow \widehat{AMS}$ là góc nhị diện của mp (BSC) và (ABC)

$$\Rightarrow \widehat{AMS} = 60^\circ. \text{ Hơn nữa}$$

$\triangle SBC$ và $\triangle ABC$ đều cạnh a

$$\Rightarrow AH = SH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

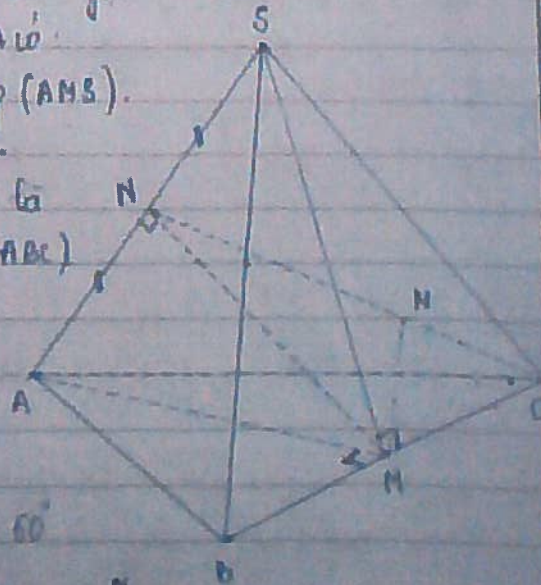
$\triangle ASH$ đều có $AM = SM$, $\widehat{AMS} = 60^\circ$

$\Rightarrow \triangle ASH$ là tam giác đều

Kẻ $MN \perp AS \Rightarrow N$ là trung

điểm của AS và

$$MN = \frac{\sqrt{3}}{2} \left(\frac{a\sqrt{3}}{2} \right) = \frac{3a}{4}$$



BÀI THI MÔN: TOÁN

Diện của bài thi:
số:
chữ:

Chữ ký của
hai giám khảo
1
2

Số mặt mà do
chủ tịch ghi
.....

SỐ BAO DANH
k. vương - pdl. VNF

Số mặt mà
do chủ tịch ghi
.....

Chữ ký của 2 giám thi
1
2

LỜI DẶN THÍ SINH

Thí sinh không được ghi một dấu hiệu gì vào bài thi
Thí sinh phải ghi rõ số và chữ tại giấy thi đã nộp về ở bên và
không được gài ghim

2 hai

Ký thi: hai - DH
VNF

Khoá ngày thi
11/02/2012

Hội đồng thi
VNF

Huyện (quận)

Họ và tên thí sinh: Ph
Hùng Vương
Ngày sinh: 06/11/199

Nơi sinh:
Ngã An

Học sinh trường: THPT
Khan Đăng Lữ

Môn thi: TOÁN

Từ M kẻ $MH \perp NC$. Ta có:

$$\left. \begin{array}{l} BC \perp SA \\ MN \perp SA \end{array} \right\} \Rightarrow SA \perp mp(MNC) \Rightarrow SA \perp MH$$

Suy ra $MH \perp mp(SAC)$ hay $MH = d(M, mp(SAC))$.

Trong ΔMCN vuông tại H (do $NM \perp BC$), đường
cao MH , áp dụng hệ thức lượng ta có:

$$\frac{1}{MH^2} = \frac{1}{MC^2} + \frac{1}{MN^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{16}{9a^2} = \frac{52}{9a^2} \Rightarrow MH = \frac{3a}{\sqrt{52}}$$

Hỏi hoặc, $B.M \cap mp(SAC) = C$ nên:

$$\frac{d(B, mp(SAC))}{d(M, mp(SAC))} = \frac{BC}{MC} = 2 \Rightarrow d(B, mp(SAC)) = \frac{8a}{\sqrt{13}}$$

1,5/2

(Câu: 7/10) 1. Hai đường tròn:

(C): $x^2 + y^2 - 10x = 0 \Leftrightarrow (x-5)^2 + y^2 = 5^2$ có tâm $O_1(5;0)$
bán kính $R_1 = 5$

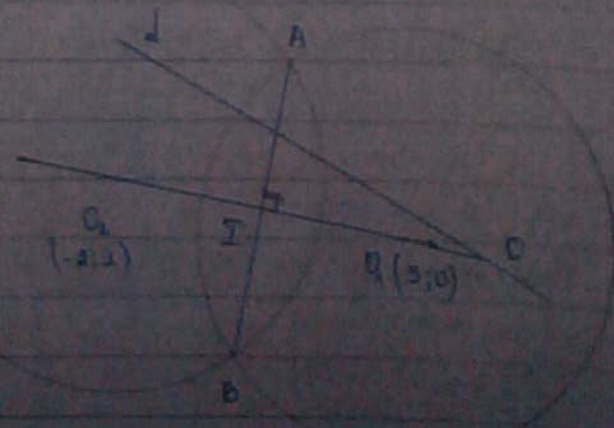
(C): $x^2 + y^2 + 4x - 2y - 20 = 0$
 $\Leftrightarrow (x+2)^2 + (y-1)^2 = 5^2$
có tâm $O_2(-2;1)$
bán kính $R_2 = 5$.

Ta có $O_1O_2 = 5\sqrt{2}$

do $R_1 = R_2 = 5$

và $O_1O_2 < R_1 + R_2$

nên hai đường tròn (C) và (C') cắt nhau



Gọi A và B là giao điểm của (C_1) và (C_2) .

Gọi $(O; R)$ là đường tròn đi qua A, B với $O \in d$.

thì $OA = OB \Rightarrow O$ thuộc đường trung trực của AB

hay $O \in O_1O_2 \Rightarrow O = d \cap O_1O_2$

Phương trình đường thẳng qua O_1, O_2 là:

$$\frac{x-5}{-2-5} = \frac{y-0}{1-0} \Leftrightarrow x+7y-5=0. \text{ OK}$$

Tọa độ điểm O là nghiệm của hệ phương trình:

$$\begin{cases} x+7y-5=0 \\ x+6y-6=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=12 \\ y=-1 \end{cases} \Rightarrow O(12; -1). \text{ OK}$$

Nhĩ hoặc, do $R_1 = R_2 = 5$ nên OA, OB là hình vuông
có tâm I $(\frac{9}{2}; \frac{1}{2})$ (do I là trung điểm O_1, O_2). $\triangleright$

$$\Rightarrow IA = IO = \sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(-\frac{1}{2}\right)^2} = \frac{5}{\sqrt{2}}$$

nhĩ ch.

$$\text{Lại có } \vec{IO} = \left(\frac{21}{2}, \frac{-3}{2}\right) \Rightarrow OI = \frac{15}{\sqrt{2}}$$

phần này
làm sao
rất lười
đi

Vậy, trong $\triangle IAO$ vuông tại I, ta có:

$$R = OA = \sqrt{OI^2 + IA^2} = \sqrt{\frac{225}{2} + \frac{25}{2}} = 5\sqrt{5}$$

O_1, A, O_2, B
là tứ?

Vậy, phương trình đường tròn $(O; R)$ cần tìm là:

$$(x-12)^2 + (y+1)^2 = 125. \text{ OK}$$

2/ Gọi $\vec{n} = (a, b, c)$ ($a^2 + b^2 + c^2 \neq 0$) là vectơ chỉ
phương hình mp(α) cần dựng.

$$\Rightarrow \vec{n} \perp \vec{AB} \text{ với } \vec{AB} = (4; 4; -4) = 4(1; 1; -1)$$

$$\Rightarrow \vec{n} \cdot \vec{AB} = 0 \Rightarrow a + b - c = 0. \text{ OK} \quad (1)$$

Theo giả thiết $(\alpha; (l)) = \alpha = 45^\circ$

$$\Rightarrow |\cos(\vec{n}, \vec{m})| = \cos 45^\circ \Leftrightarrow \frac{|\vec{m} \cdot \vec{n}|}{|\vec{m}| \cdot |\vec{n}|} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

với $\vec{m} (1; -2; 2)$ là vectơ chỉ phương của mp(l).

$$\Rightarrow \frac{|a - 2b + 2c|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Leftrightarrow \frac{(a - 2b + 2c)^2}{a^2 + b^2 + c^2} = \frac{1}{2} \quad (2)$$

Nếu $a = 0$, từ (1) $\Rightarrow b = c \Rightarrow$ (2) không thỏa mãn

Nếu $a \neq 0$, cho $a = 1$, từ (1) và (2) ta có hệ:

$$\begin{cases} 1 + b - c = 0 \\ \frac{(1 - 2b + 2c)^2}{1 + b^2 + c^2} = \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = c - 1 \\ \frac{3^2}{3^2} = \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} (c-1)^2 + c^2 = 1 \\ b = c-1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2c^2 - 2c = 0 \\ b = c-1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2c(c-1) = 0 \\ b = c-1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} c=0 \\ c=1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} c=0, b=-1 \\ c=1, b=0 \end{cases}$$

• TH1: $\vec{n} = (1; -1; 0)$, phương trình mp(α) đi qua điểm $A(-1; 1; 2)$ nhận $\vec{n}$ làm vectơ pháp tuyến là $(x+1) - (y-1) = 0 \Leftrightarrow x - y + 2 = 0$ OK

• TH2: $\vec{n} = (1; 0; 1)$, phương trình mp(α) là $(x+1) + (z-2) = 0 \Leftrightarrow x + z - 1 = 0$ OK

1/1

Câu 11a) Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 3 & (1) \\ y_1 + y_2 = -1 & (2) \\ x_1 x_2 - y_1 y_2 = 4 & (3) \\ x_1 y_2 + x_2 y_1 = -3 & (4) \end{cases}$$

Giải: Từ (1) $\Rightarrow x_2 = 3 - x_1$, từ (2) $\Rightarrow y_2 = -1 - y_1$.
Thay vào (3) và (4) ta có hệ:

$$\begin{cases} x_1(3-x_1) + y_1(1+y_1) = 4 \\ x_1(-1-y_1) + (3-x_1)y_1 = -3 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y_1^2 - x_1^2 + 3x_1 + y_1 = 4 & (5) \\ 2x_1 y_1 + x_1 - 3y_1 = 3 & (6) \end{cases} \quad \text{OK}$$

Đặt $x_1 = a+2$, $y_1 = b+1$, ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} b^2 + 2b + 1 - (a+2)^2 + 3(a+2) + (b+1) = 4 \\ 2(a+2)(b+1) + (a+2) - 3(b+1) = 3 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} b^2 - a^2 = a - 3b \\ 2ab = -(b+3a) \end{cases} \Rightarrow (b+3a)(b^2 - a^2) + (a-3b)(2ab) = 0$$

$$\Leftrightarrow b^3 - 3a^3 - 3ab^2 + a^3 b = 0 \Leftrightarrow (a^2 + b^2)(b - 3a) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a=b=0 \\ b=3a \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1-2 = y_1-1=0 \\ y_1-1 = 3x_1-6 \end{cases}$$

• Với $x_1 = 2$, $y_1 = 1 \Rightarrow x_2 = 1$, $y_2 = -2$ (thỏa mãn).

• Với $y_1 = 3x_1 - 5$, thay vào (6) ta được phương trình

$$2x_1(3x_1-5) + x_1 - 3(3x_1-5) = 3$$

$$\Leftrightarrow 6x_1^2 - 18x_1 + 12 = 0 \Leftrightarrow 6(x_1-1)(x_1-2) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = 2 \\ x_1 = 1 \end{cases} \quad \text{OK}$$

Với $x_1 = 2 \Rightarrow y_1 = 1$, ta có nghiệm thỏa mãn như trên.

Với $x_1 = 1 \Rightarrow y_1 = -2$, từ (1) và (2) $\Rightarrow x_2 = 2$; $y_2 = 1$

Thử lại thấy các nghiệm đều thỏa mãn

Như hệ phương trình đã cho có các nghiệm $(x_1; x_2; y_1; y_2)$ là $(0; 1; 1; -2)$ và $(2; 2; -2; 1)$ OK

* Giải hệ phương trình :
$$\begin{cases} b^2 - a^2 + 2a + b = 4 \\ 2ab + a - 3b = 3 \end{cases}$$

Ta có 1 số phương pháp khác như đưa về hệ đối xứng kiểu II, hay nhân thêm hằng số 1

lũng có thể dùng với đặt $x = 2a - 3$, $y = 2b + 1$
 để có hệ phương trình đơn giản hơn (đẳng cấp).

Nick VMF: h.vuong_pdl. Pass:

Tham gia giải đề thi thử ĐH trên VMF. Đề thi số 04

Thời gian: 180 phút.

Ngày nộp: 16 tháng 02 năm 2012.

Kết quả thi : ?????????

Tổng kết:

Bài 1: 2/2

Bài 2: 2/2

Bài 3: 1/1

Bài 4: 1/1

Bài 5: 0/1

Bài 6: 1,5/2

Bài 7: $\frac{1}{1}$

8,5/10

Bài làm sạch sẽ, rõ ràng
ít sai sót đáng tiếc.

