Đề thi tuyển sinh vào lớp 10
TRƯỜNG THPT CHUYÊN LÊ QUÝ ĐÔN, ĐÀ NẴNG

NĂM HỌC 2007 - 2008

MÔN TOÁN (hệ số 1)

(Thời gian làm bài: 150 phút)

Bài 1. (1,5 *điểm*). Cho biểu thức

$$A = 1 - \sqrt{x} - \frac{\sqrt{x} + x}{\sqrt{x}}.$$

a) Tìm điều kiện đối với x để biểu thức A có nghĩa. Với điều kiện đó, hãy rút gọn biểu thức A.

b) Tìm x để $A + x - 8 = 0$.

Bài 2. (1,5 *điểm*). Cho hệ phương trình

$$\begin{cases} (a+1)x - y = 3 \\ ax + y = a \end{cases} \quad (a \text{ là tham số}).$$

a) Giải hệ khi $a = -2$.

b) Xác định tất cả các giá trị của a để hệ có nghiệm duy nhất thỏa mãn điều kiện $x + y > 0$.

Bài 3. (1 *điểm*). Giải bất phương trình

$$\sqrt{10 - 2x} > x - 1.$$

Bài 4. (2,5 *điểm*). Cho phương trình

$$mx^2 - 5x - (m+5) = 0 \qquad (1)$$

trong đó m là tham số, x là ẩn số.

a) Giải phương trình (1) khi $m = 5$.

b) Chứng tỏ rằng phương trình (1) luôn có nghiệm với mọi giá trị của m.

c) Trong trường hợp phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt x_1 và x_2, hãy tính theo m giá trị của biểu thức $B = 10x_1x_2 - 3(x_1^2 + x_2^2)$. Tìm m để $B = 0$.

Bài 5. (3,5 *điểm*). Cho hình vuông $ABCD$ có $AB = 1$cm. Gọi M và N là các điểm lần lượt di động trên các cạnh BC và CD của hình vuông, P là điểm nằm trên tia đối của tia BC sao cho $BP = DN$.

a) Chứng minh rằng tứ giác $ANCP$ nội tiếp được trong một đường tròn.

b) Giả sử $DN = x$ cm $(0 \le x \le 1)$. Tính theo x độ dài đường tròn ngoại tiếp tứ giác $ANCP$.

c) Chứng minh rằng $\widehat{MAN} = 45^o$ khi và chỉ khi $MP = MN$.

d) Khi M và N di động trên các cạnh BC và CD sao cho $\widehat{MAN} = 45^o$, tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của diện tích tam giác MAN.

MÔN TOÁN (hệ số 2)

(Thời gian làm bài: 150 phút)

Bài 6. (2 *điểm*).

a) Giải phương trình $x^2 - \sqrt{6 - x} = 6$.

b) Giải hệ phương trình $\begin{cases} |x+3| + |y-2| = 5 \\ xy - 2x + 3y = 0. \end{cases}$

Bài 7. (2 *điểm*).

a) Cho a là số thực khác 0. Giả sử b và c là hai nghiệm (phân biệt) của phương trình $x^2 - ax - \frac{1}{2a^2} = 0$. Chứng minh rằng $b^4 + c^4 \ge 2 + \sqrt{2}$.

b) Với những giá trị nào của các tham số m, n thì hàm số $y = mx + n|x|$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Bài 8. (2 *điểm*).

a) Cho phương trình $x^2 - 2mx + m^2 - 1 = 0$ (m là tham số, x là ẩn số). Tìm tất cả các giá trị nguyên của m để phương trình có hai nghiệm x_1 và x_2 thỏa mãn điều kiện $2000 < x_1 < x_2 < 2007$.

b) Cho $a, b, c, d \in \mathbb{R}$. Chứng minh rằng ít nhất một trong bốn phương trình sau có nghiệm:

$ax^2 + 2bx + c = 0$, $\quad bx^2 + 2cx + d = 0$,

$cx^2 + 2dx + a = 0$, $\quad dx^2 + 2ax + b = 0$.

Hãy tổng quát hóa bài toán.

Bài 9. (2 *điểm*). Cho $m, n, p, q \in \mathbb{Z}$; $n > 0$, $q > 0$ và $\frac{m}{n} < \frac{p}{q}$.

a) Chứng minh rằng $\frac{m}{n} < \frac{km + hp}{kn + hq} < \frac{p}{q}$ với mọi k, h nguyên dương.

b) Đảo lại, hãy chứng tỏ rằng mọi số hữu tỉ trong khoảng $\left(\frac{m}{n}; \frac{p}{q}\right)$ đều có dạng $\frac{km + hp}{kn + hq}$, với k và h là các số nguyên dương nào đó.

Bài 10. (2 *điểm*).

a) Cho bát giác lồi $ABCDEFGH$ nội tiếp đường tròn $(\mathscr{C})$ và có $AB = BC = GH = HA = 3$cm, $CD = DE = EF = FG = 2$cm. Hãy tính diện tích S của bát giác lồi đó.

b) Chứng minh rằng nếu đa giác lồi $(\mathscr{H})$ có mọi đỉnh nằm trong hoặc nằm trên đường tròn $(\mathscr{C})$ thì chu vi của $(\mathscr{H})$ bé hơn chu vi của $(\mathscr{C})$.

NGUYỄN DUY THÁI SƠN – VÕ HỒNG TIẾN
(Đà Nẵng)

Lời giải đề thi vào lớp 10

Trường THPT chuyên Lê Quý Đôn, Đà Nẵng

NĂM HỌC 2007-2008

(Đề thi đăng trên THTT số 363, tháng 9 năm 2007)

MÔN TOÁN (Hệ số 1)

Bài 1. a) Biểu thức A có nghĩa khi $x > 0$. Ta có

$$A = 1 - \sqrt{x} - \frac{\sqrt{x}(1+\sqrt{x})}{\sqrt{x}} = -2\sqrt{x}.$$

b) Ta thấy $A + x - 8 = 0 \Leftrightarrow x - 2\sqrt{x} - 8 = 0$

$\Leftrightarrow (\sqrt{x} - 4)(\sqrt{x} + 2) = 0 \Leftrightarrow x = 16.$

Bài 2. Hệ đã cho tương đương với

$$\begin{cases} y = a(1-x) \\ (2a+1)x = a+3 \end{cases} \quad (\mathrm{I})$$

a) Với $a = -2$, hệ tương ứng có nghiệm

$$(x\,;y) = \left(-\frac{1}{3}; \frac{8}{3}\right).$$

b) Khi $a = -\dfrac{1}{2}$ thì hệ (I) vô nghiệm.

Với $a \neq -\dfrac{1}{2}$ thì hệ (I) có nghiệm duy nhất:

$$(x; y) = \left(\frac{a+3}{2a+1}; \frac{a(a-2)}{2a+1}\right).$$

Khi đó $x + y = \dfrac{a^2 - a + 3}{2a+1} > 0$, khi và chỉ khi

$2a + 1 > 0$, hay $a > -\dfrac{1}{2}$.

Bài 3. Giải hai hệ

$$\begin{cases} x - 1 < 0 \\ 10 - 2x \geq 0 \end{cases} \text{ và } \begin{cases} x - 1 \geq 0 \\ 10 - 2x > (x-1)^2 \end{cases}$$

kết hợp nghiệm, tìm được $x < 3$.

Bài 4. a) Khi $m = 5$, PT (1) có hai nghiệm $x = -1$ và $x = 2$.

b) Với $m = 0$, rõ ràng PT (1) có nghiệm $x = 1$. Còn với $m \neq 0$ thì PT (1) là PT bậc hai với biệt thức $\Delta = (2m+5)^2 \geq 0$, với mọi m.

c) PT (1) có hai nghiệm phân biệt khi và chỉ khi $m \neq 0$ và $m \neq -\dfrac{5}{2}$ (2)

Với ĐK (2), áp dụng định lí Viète, ta có

$$x_1 + x_2 = \frac{5}{m}, \quad x_1.x_2 = -\frac{m+5}{m}.$$

Suy ra $B = 16x_1x_2 - 3(x_1 + x_2)^2$

$$= \frac{-16m^2 + 80m + 75}{m^2} = 0$$

$\Leftrightarrow m = -\dfrac{5}{4}$ hoặc $m = -\dfrac{15}{4}$ (thỏa mãn ĐK (2)).

Bài 5. a) (h.1).

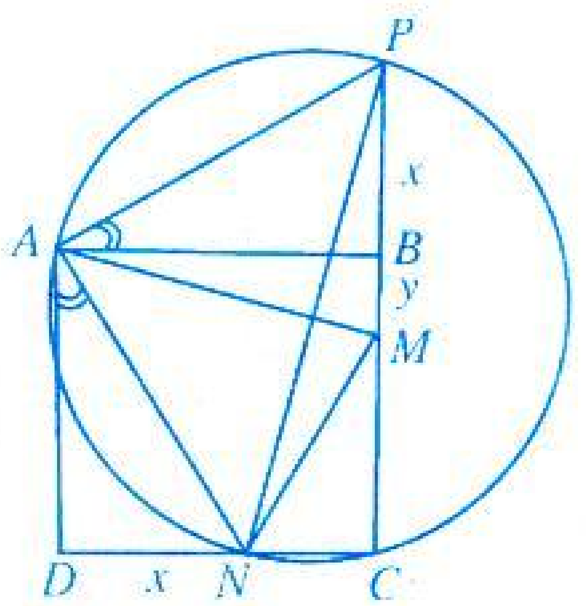
Nhận xét rằng $\Delta ABP = \Delta ADN$, suy ra $\widehat{BAP} = \widehat{DAN}$.

Do đó $\widehat{NAP}$

$= \widehat{NAB} + \widehat{BAP}$

$= \widehat{NAB} + \widehat{DAN}$

$= 90^\circ = \widehat{NCP}$.



Hình 1

b) Từ giả thiết có $CN = 1 - x$ (cm), $CP = 1 + x$(cm), suy ra

$$NP = \sqrt{CP^2 + CN^2} = \sqrt{2(1+x^2)} \text{ (cm)}.$$

Vậy độ dài đường tròn cần tìm là

$$\pi.NP = \pi\sqrt{2(1+x^2)} \text{ (cm)}.$$

c) Ta có $MP = MN \Leftrightarrow \Delta MAP = \Delta MAN$

$\Leftrightarrow \widehat{MAN} = \dfrac{1}{2}\widehat{NAP} = 45^\circ$.

d) • Đặt $x = DN$, $y = BM$ $(0 \leq x\,; y \leq 1)$.